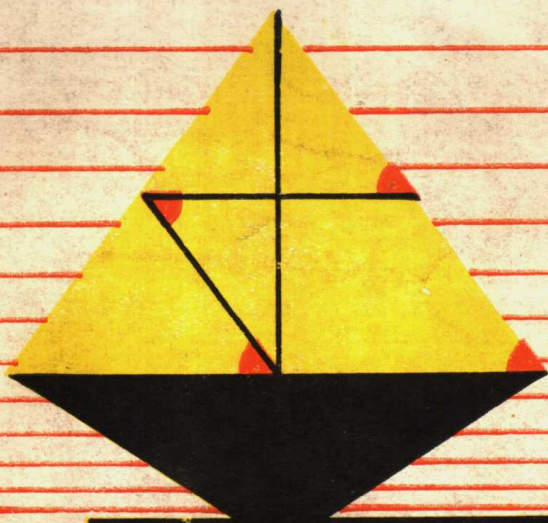
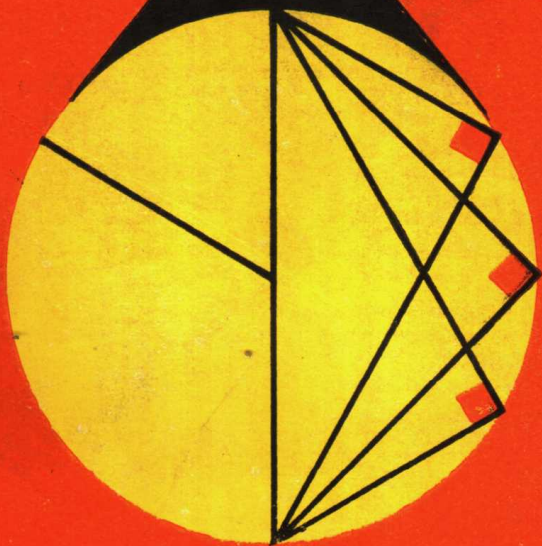


Zhongxue
jihe
Rumen



中学几何入门

周长生 著



中学几何入门

周长生 著

原子能出版社

中学几何入门

周长生 著

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京市华昌印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ ·印张7.5·字数167千字

1985年8月第一版·1985年8月第一次印刷

印数1—18000·统一书号7175·687

定 价: 1.15元

内 容 简 介

本书共分两部分：第一部分是学习几何的预备知识；第二部分是几何的基本概念。本书的特点是，借用小学知识，部分利用对话形式，深入浅出、生动活泼、比较全面地介绍了学习几何的一般思维方法，使学生能够较为顺利地学好基本概念，突破“几何入门难”这一关。

本书不只对初中学生，就是对于小学高年级学生、高中学生以及自学复习中学数学的校外青年和成人职工都有帮助，中学教师也可参考。

前 言

几何是研究图形性质的一门科学。在小学数学里，学生已经学了一些几何知识，但是，系统地学习几何要到初中二年级才开始。由于中学学习几何的方法不同于小学，往往使初学的同学一开始就感到非常混沌。

许多爱思考的同学总是提出这样那样的问题，可是难以得到满意的回答。中学生学习几何都要经过一个混沌期，这是长期以来人们形成的一种习惯看法。“几何入门难”这是一个老问题了，然而这毕竟不是学习几何的一般规律。为了帮助那些爱思考问题的同学克服初学几何难，我们写了这本《中学几何入门》，供他们自学阅读。

本书共分两部分，第一部分是学习几何的预备知识，这部分内容讲的主要是几何的思维方法。希望同学们对这一部分要有足够的重视。事实上，几何的思维方法不只对学习几何基本概念有很大帮助，就是对学习几何的其它内容以及学习数学的其它分支也都有很大用处。所以，深入理解并能熟练运用这个预备知识，又是学习几何的一个主要目的。怎样学习预备知识呢？

精读两三遍，	粗知一二三。
居高临下看，	入门便不难。
应用要反复，	理解才深入。
读用相结合，	定有好效果。
要想用熟练，	一年到两年。

预备知识有五章，可分章阅读。先粗读一遍，再精读两三遍。即便如此，也只能了解个大概。然而，即便是大概地了解，也可以使你站得高一点、看得远一点。当你学习第二部分时，将要遇到的许多问题都可以用它去说明，这样就会帮助你克服几何入门难的问题。怎样才能深入理解这些预备知识呢？要在学习几何基本概念和几何的其它内容的过程中，反复应用预备知识去说明几何中的理论和方法，如此不断地结合应用，重点阅读预备知识的有关段落，一定会收到较好的效果。但是，要想对预备知识理解得深刻，应用得熟练，恐怕要一、二年的时间。

本书第二部分是几何的基本概念，这部分就是几何的正式内容了，在一般几何教程里，都是一开始就讲这一部分知识的。一个学生如能对基本概念学得很顺利，那就说明他已顺利地走进了几何的大门。那么，怎样才能使初学的同学较为顺利地学好基本概念呢？实践证明，学生如能事先了解一些几何的思维方法以及几何知识的结构很有好处。这个道理是很明显的。因为，这样可以提高学生思维的自觉性，从而有助于消除初学几何的混沌状态。

本书不仅对已经学过几何的初二、三年级学生很有必要，就是对学习几何以前的小学高年级学生和高中学生都有很大好处。当然对中学教师也有一定参考价值。自学或复习中学数学的校外青年和成人职工均可阅读。

由于作者水平所限，本书一定有不妥之处，诚恳希望读者提出宝贵意见。

目 录

I 几何预备知识

第一章 浅谈几何证明	1
§ 1 几何证明的规则	1
§ 2 公理和定理	16
§ 3 普通公理及其应用	20
第二章 概念	26
§ 1 什么是概念	26
1-1 属性	26
1-2 什么是概念	29
§ 2 概念是思维的细胞	32
§ 3 一般概念和特殊概念	36
3-1 一般概念和特殊概念	37
3-2 特殊概念具有一般概念的属性	39
§ 4 概念的分类	42
4-1 分类的重要性	42
4-2 分类的规则	43
4-3 二分法	45
§ 5 概念的定义结构	47
5-1 什么是概念的定义	47
5-2 定义的结构	49
5-3 不定义的概念	51
§ 6 要重视几何语言	54
第三章 几何研究的基本方法	64

§ 1 归纳法——寻求共性	65
§ 2 演绎法——应用共性	72
§ 3 演绎法的结构——三段论	77
第四章 条件命题	81
§ 1 什么是条件命题	81
§ 2 正确命题和错误命题	83
§ 3 一般命题及其正确性	86
§ 4 命题的四种形式	88
第五章 集合初步	92
§ 1 集合的概念	92
§ 2 关于集合的几点说明	95
§ 3 集合的表示法	100
§ 4 子集合和相等的集合	106
4-1 子集合	106
4-2 符号 \in 和 \subseteq	108
4-3 相等的集合	109
§ 5 集合的运算	110
5-1 并集	110
5-2 差集	112
5-3 交集	114
5-4 补集	116

I 基本概念

第一章 线段和角	118
一、点和直线	119
§ 1 点和直线是两个不定义的图形	119
§ 2 点和直线的相互位置	124

§ 3 直线公理	128
§ 4 射线	133
二、线段	136
§ 5 线段的定义	136
§ 6 线段的延长线	138
§ 7 线段的相等和不相等	139
§ 8 线段的度量	141
§ 9 利用刻度尺画线段	143
§ 10 线段最短公理	146
三、角	151
§ 11 角的定义	151
§ 12 角的相等和不相等	154
§ 13 角的度量	156
13-1 角的度量单位	156
13-2 角度的计算	157
§ 14 用量角器画角	159
§ 15 角的分类	163
§ 16 大小相关的两个角	165
16-1 余角	165
16-2 补角	167
§ 17 位置相关的两个角	168
17-1 邻角	168
17-2 对顶角	170
17-3 同位角、同旁内角、内错角	174
第二章 两条直线的相互位置	187
一、相交线	189
§ 1 角与相交线	189
§ 2 垂线和斜线	190

§ 3 用三角板或量角器画垂线	193
二、平行线	197
§ 4 平行线的定义	197
§ 5 平行公理	198
§ 6 平行线的判定	201
6-1 用同位角判定平行	201
6-2 用内错角判定平行	203
6-3 用同旁内角判定平行	204
6-4 小结	206
6-5 举例	207
6-6 利用三角板和直尺画平行线	210
§ 7 垂线的唯一性	211
7-1 垂线唯一性定理	211
7-2 垂线段最短公理	212
7-3 线段的垂直平分线	213
§ 8 平行线的性质	215
8-1 平行线的性质定理	216
8-2 小结	218
8-3 举例	221
§ 9 对应边平行的两个角	229

I 几何预备知识

第一章 浅谈几何证明

§1 几何证明的规则

学生：老师！您好！我有个问题想问问您。

老师：什么问题？

生：下学期，我们要学习一门新的功课叫做平面几何学。

师：对，这对你们来说是一门新的数学课。

生：和我住同院的一个学生，已经初中毕业了，他常对我说几何开始很难学，是吗？

师：他说没有说哪一点难学？

生：说了，证明很难，头两三个月，一直糊里糊涂。我爷爷和我爸爸也说过这个问题，他们都说，在他们小时候上中学，也感到几何证明很困难。老师，这问题难道就不能解决吗？

师：其实，不应该是这样。开始学几何是可以学好的，过去的问题是，在学生不了解什么是证明的时候，就去做证明题，只能是死记硬背，这样就产生了困难。

生：老师！几何里是讲什么的呀？是不是光讲证明？

师：不，几何是研究图形的一门学科。里面讲的全都是图形。例如，直线、角、平行线、三角形、四边形、圆、圆

柱、圆锥等等(图1-1)。

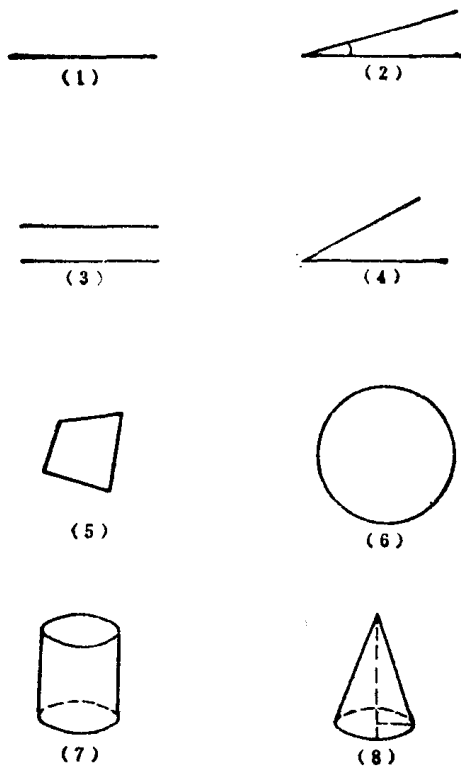


图 1-1

生：这些，我们在小学里不是都已经学过了吗？

师：是的，你们在小学数学里学过不少图形以及它们的性质。比方，三角形的内角和是多少度，三角形面积公式，长方形的每个角各是多少度，等腰三角形的两个底角有什么关系，你还记得吗？

生：记得。三角形的内角和是 180° ，三角形的面积公式是

底乘以高的二分之一，长方形的每个角都是直角，等腰三角形的两个底角相等。

师：你记得真清楚，你所说的不都是图形的性质吗？

生：咳！这些都是很容易学的东西呀！在小学里，我很少听说有哪个同学感到困难呀！可为什么到了中学倒成了入门难呢？

师：是这样，主要是研究图形的方法变了。因此学习几何的方法也就跟小学不同了，由于方法的改变带来了学习上的困难。

生：为什么要改变方法呀！这不是人为地制造困难吗？

师：中学研究几何的方法有它的好处啊！

生：好在哪，您能给我讲一讲吗？

师：这可不是几句话能说清楚的，讲这个，就是讲一天也讲不完呀！不过，我可以给你举一个例子，拿三角形的内角和来说吧！你知道三角形的内角和是 180° ，可是，你还记得这个问题在小学里是怎么讲的呢？

生：记得，拿量角器量的。上那一堂课时，老师让我们每个同学都画一个三角形，先量一量它的每一个角的度数，然后再加起来，于是就得到三角形的内角和是 180° 。

师：每个同学量的结果都正好是 180° ？一点也不多，一点也不少吗？

生：当然没那么准确，有的同学量的比 180° 多一点点，有的同学量的比 180° 少一点点，不过全班量的结果都很接近 180° 。

师：对于你们量得的这个结果，你们相信不相信？没有人提出怀疑？

生：没有，明明是我们亲自量得的事实，谁能怀疑呀！
老师，我真没想到您怎么会提出这个问题来。

师：我提的这个问题，你不理解，可以先把它放一放，现在我来提出另外一个问题，你们在小学都学过圆周率，就是圆周长与直径的比，圆周率是几呢？它是怎么得出来的呢？

生：也是用测量的方法得出来的，上那课时，老师让我们把一根细线在一个圆形的东西上绕一圈，然后伸直，先量一量线长，再量一量直径，这样就得到两个数值，最后相除，大数除以小数，就求出圆周率来了。

师：你们求的结果是多少？

生：大约等于3。

师：它的准确数值到底是几呢？

生：那时老师只告诉我们说是一个小数，整数部分是3，就是三点几几几，小数点后面的位数很多很多，而且永远不会循环。

师：对啦！圆周率是一个无限不循环小数。

生：我还听人说，现在用电子计算机算到了小数点以后几十万位了。

师：无限不循环小数这个事实，是靠测量得出来的吗？

生：……，这个，说不清楚。

师：你可以想想，假设光靠测量，十个人可能量出十个不同的结果，恐怕谁也说不服谁。就拿圆周率的这个近似值 ≈ 3.1415926535 来说吧！使用刻度尺能量出这么准确的数值吗？

生：不可能。

师：可见，圆周率的准确值，不管使用多么精确的尺子也是量不出来的，这一点，你相信不相信？

生：我相信。

师：好！如果你相信这一点，那么，现在我们再回来看三角形的内角和，虽说你们班上的全体同学用量角器量得的结果都接近于 180° ，但是能由此就敢肯定它的准确值正好是 180° 吗？假设同圆周率一样，它的度数也是一个无限不循环小数， $180.\dots\dots$ ，即一百八十点几几几，那怎么办呢？象这个问题就得靠证明的方法解决。将来学会证明这个方法以后，就可以证明三角形的内角和正好是 180° 。

生：现在您能不能给我讲一讲呢？

师：现在？……好！试一试吧！不过我得先简略地说说什么是数学证明，然后才能着手证明三角形的内角和是 180° 。

生：可是“证明”这两个字的意思并不难懂呀！我早就有所了解啦！

师：你能举个例子吗？

生：比方，上个月我妈妈病了，不能去上班，我把大夫开的一张病假条送到妈妈的工厂里，这不就是一个证明的例子吗？

师：你说的是日常生活里的证明，我说的是几何里的证明，几何证明，有它特定的含义，与日常生活里所说的证明有很大区别。

生：几何证明吗！它的意思我一点也不清楚。

师：所以，现在还不能忙着给你讲三角形的内角和为什么正好是 180° 这个问题。你想，对几何证明是什么意思还一点也不知道，就去做这样的几何证明题，叫我做也得糊涂。

其实，在小学学数学的时候，你们已经接触过数学的证明。

生：小学数学里，哪有证明题呀！尽是计算题，一天到晚都要计算。

师：好！现在我来出一个计算题，请你给做一做。

计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

生：这个题目很简单，等于 $\frac{5}{6}$

师：对，看来你的心算水平还真不错，可是你能说一说

为什么等于 $\frac{5}{6}$ 吗？

生：这个不难。

因为 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ， $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

师：我再向你提一个问题：为什么 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ 呢？

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ 呢？

生：因为分数有个重要的性质，就是分数的分子和分母同乘以一个不等于零的数，分数的值不变。根据分数的这个性质，可以知道。

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ ， $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

师：我还要提一个问题： $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ 为什么等于

$\frac{5}{6}$ 呢？

生：这不是根据同分母的分数的加法法则吗？看来您是有意要考考我呀！

师：我这是打破砂锅问（纹）到底。你回答的完全正确，真棒！

生：哪能谈得上棒呢！根本谈不上，说实在话，我在我们班算是比较差的哩！比我学得好的同学有好多，您出的题目太简单了，这么简单的计算题，我要是还不会做，那就太不象话了。

师：我不这么看，我不是假意夸奖你，你的确答得很好。通过你的回答，说明你对这个计算的来龙去脉知道得清清楚楚、明明白白，充分说明你有一些证明的能力。

生：我有一些证明的能力？我在小学从来没有做过证明题，哪来的证明能力呀！

师：不，这个题目你确实证明得很好，看来，你是被“证明”这两个字吓唬住了。

在数学里，所谓“证明”是什么意思呢？叫你做证明题是要你做什么事情呢？

证明主要就是说理由，找根据。刚才我向你提出的每一个问题，不都是让你说出它的理由或根据吗？如果你能把每一步的理由说得清清楚楚、明明白白，那就说明你会证明，反之，对每一步的理由或根据不了解，那就谈不上证明。