PHYSICS

大学物理

学习与习题指导

陶桂琴
张本袁 编著
殷 实

东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

大学物理学习与习题指导

陶桂琴　张本袁　殷　实　编著

东南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习与习题指导/陶桂琴,张本袁,殷实编著.—南京:东南大学出版社,2004.12

ISBN 7-81089-440-4

Ⅰ.大… Ⅱ.①陶… ②张… ③殷… Ⅲ.物理学-高等学校-自学参考资料 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 127348 号

出版发行	东南大学出版社
社　　址	南京市四牌楼 2 号　(邮编:210096)
出 版 人	宋增民
策划编辑	史建农
电　　话	(025)83795993(办公室)　83362442(传真)
经　　销	江苏省新华书店
印　　刷	江苏省地质测绘院印刷厂印刷
开　　本	787 mm×1092 mm　1/16
印　　张	16.75
字　　数	418 千字
版　　次	2004 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价	28.00 元

* 东大版图书若有印装质量问题,请直接向发行科调换,电话:025-83795801

序

随着时代的发展,大学物理课程的教学工作面临的新问题不断地出现.怎样帮助同学们在有限的学时内,更好地达到大学物理课程的教学基本要求,掌握大学物理课程的核心内容,是从事大学物理教学的广大教师孜孜以求的目标之一.

同学们在学习大学物理课程时,常常对一些物理基本概念和规律理解不深,掌握不透,表现在遇到问题时束手无策,无从下手.这说明他们在分析问题、解决问题的能力上还有待进一步提高.多看、多练是学习过程中不可缺少的环节,这时手头有一本好的学习参考书,可以帮助同学们少走弯路,起到事半功倍的作用.为此我向同学们推荐这本《大学物理学习与习题指导》.

东南大学的系科众多,要求各异,东南大学从事大学物理教学的老师们总结了许多行之有效的教学模式.习题讨论课是其中一个比较成功的经验.在历届的教学工作中,他们不断地总结经验,不断地创新提高,《大学物理学习与习题指导》就是他们多年辛勤汗水的结晶.书中对一些有典型意义的问题作了深入细致的分析,富有启发性,对同学们加深理解和切实掌握物理概念和物理规律很有帮助.书中更重视基本解题方法指导和训练.题目精炼,类型丰富,难度适中,便于同学们复习参考,也便于教师上课时选用.他们将物理相关内容适当合并成七个单元,十分有利于同学们学完有关章节后的综合复习和提高.每单元都有内容提要、解题指导、讨论题、习题和自测题,构成了一个较完整的体系.此外,还为一些基础较好、学有余力的优秀学生穿插了少部分的拓展内容.

愿编者的意愿和同学们的学习目标一致,共同为大学物理的教与学取得丰硕成果而努力.

馬文蔚

2004年10月

前　言

本书是根据马文蔚教授主编的高教版《物理学》(第四版)和《物理学教程》两本教材的内容，参照教育部非物理类大学物理课程教学基本要求的最新精神编写的.它力求适应当今大学物理课程的教学需要，既可为学生课后自己理解、复习、提高提供详尽指导，也为教师积极开展旨在提高学生科学素质的习题讨论课提供素材，在帮助学生加深理解大学物理的基本概念和规律的同时，也注重帮助同学们掌握物理学的各种思想方法，从而提高学生分析问题解决问题的能力.

本书根据物理课程的知识体系分为七个单元，覆盖大学物理课程的所有基本内容和部分拓展内容.每个单元设有内容提要、解题指导、讨论题、习题和自测题5个部分，内容提要总结了本单元的基本概念和规律，指出了运用条件和需要注意的问题，归纳了本单元所涉及的重要思想方法.解题指导则针对教学内容的重点和难点有层次地精选了若干经典例题，通过分析，帮助学生建立正确的物理图象和解题思路.书中所选例题、讨论题、习题和自测题除了注重物理知识的覆盖面外，还注重对重点、难点内容的必要的重点训练，这里有各种解题方法的综合运用，物理学各部分知识的融合以及物理学基本原理在工程技术中的应用等，以期培养学生的创新思维和工程意识，自测题则为学生学完本单元内容后检查学习效果提供一种手段.全书除了为所有学习大学物理课程的学生达到课程基本要求提供各种训练外，还为那些学有余力的优秀学生提供指导，并冠以“*”号以示区别.

本书绪论及第一、三、七单元由陶桂琴编写，第二、四单元由张本袁编写，第五、六单元由殷实编写，东南大学叶善专教授主审了全书并提出了许多中肯的修改建议.全书一方面集编者二十多年的教学经验，同时也参考了兄弟院校编写的相关书籍，马文蔚教授、叶善专教授、谈漱梅教授等以及东南大学物理教研室的新老同仁们都在成书过程中给予关心、帮助和支持，作者在此一并表示衷心感谢.

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请读者不吝指正.

编者

于东南大学

2004 年 10 月

目　录

0 绪　论

物理学研究的内容非常广泛，物理学定律是自然界最基本的定律，物理学研究问题的方法是人类认识自然的最基本方法，物理学的前沿是世界科学的前沿，物理学既是自然科学的基础学科，也是自然科学前沿的伴侣.在大学里，"大学物理"课是理工科专业必修课，必须学好大学物理课，才能在今后的专业工作中充分地施展能力.

如何能够学好"大学物理"课呢？我们做以下推荐：

1. 必须正确理解、深刻领会物理学中的基本概念及基本定理，只有这样你才能准确知道定律及有关公式的适用范围.

2. 善于抽象　物理学定律常常是以数学形式表达出来的，因而必须善于把具体的、实际的问题抽象化为数学关系，当通过定理或定律计算出结果时，也必须善于分析、讨论，转化到具体、实际问题中来.

3. 必须完成一定量作业　为了提高分析问题、解决问题的能力，必须完成一定量作业，以此复习巩固知识，加深对问题的理解，同时通过作业培养表达能力.

为了帮助同学们高标准地完成物理作业，对此提出以下要求：首先认真复习有关内容；仔细审题，搞清题意，简要地写出该题的已知条件和待求的物理量；画出必要的示意图（例如示力图、坐标系等）；说明应用的物理概念、物理定律、思路、列方程的依据；先求文字解，再代入数据计算；对计算结果进行讨论.

下面举两例作为示范，供参考.

【例 0-1】　质量 $M=10\text{ kg}$，半径 $R=0.20\text{ m}$ 的匀质圆柱体与质量 $m=4\text{ kg}$，半径 $r=0.10\text{ m}$ 的匀质圆柱体固定在一起，可以绕水平光滑几何轴 OO' 转动，现分别绕以足够长的轻绳，绳的一端固定在圆柱体上，另一端系一质量分别为 m_1 和 m_2 的物体，且 $m_1=m_2=2\text{ kg}$，它们挂在圆柱体的两侧（如图 0-1），若开始时 m_1 与 m_2 离地高度均为 h，$h=2.0\text{ m}$，并由静止释放，求：

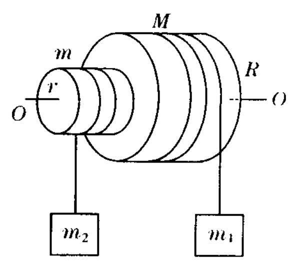

图 0-1

(1) 圆柱体转动的角加速度；

(2) 两侧轻绳的张力；

(3) 经过多长时间一物体着地.

解：(1) 隔离物体，画出联合圆柱体、m_1、m_2 的受力图（如图 0-2）.设各物体的加速度如图所示，m_1 物体作平动，选向下为坐标轴正向，据运动定律有

$$m_1 g - F_{T_1} = m_1 a_1 \tag{1}$$

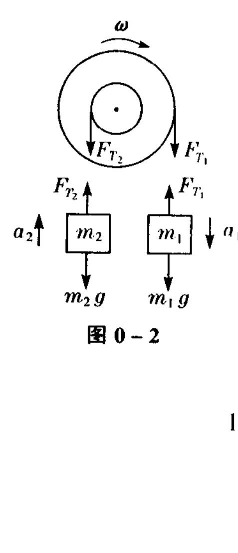

图 0-2

联合圆柱体作定轴转动，设顺时针向为转动正方向，据转动定律有

$$F_{T_1}R - F_{T_2}r = J\alpha = (\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2)\cdot\alpha \tag{2}$$

m_2 物体作平动，设向上加速度为 a_2，据运动定律有

$$F_{T_2} - m_2 g = m_2 a_2 \tag{3}$$

根据运动之间关系有

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= R\cdot\alpha \\ a_2 &= r\cdot\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式(1)·R + 式(2) + 式(3)·r，并代入式(4)可解得

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{m_1 gR - m_2 gr}{m_1R^2 + m_2r^2 + \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2} \\ &= \frac{2\times 9.8\times 0.20 - 2\times 9.8\times 0.10}{2\times 0.20^2 + 2\times 0.10^2 + \frac{1}{2}\times 10\times 0.20^2 + \frac{1}{2}\times 4\times 0.10^2}\ \mathrm{s}^{-2} \\ &= 6.13\ \mathrm{s}^{-2}\end{aligned}$$

(2) 由式(1)及式(4)得

$$\begin{aligned}F_{T_1} &= m_1 g - m_1 a_1 = m_1(g - R\alpha) \\ &= 2\times(9.8 - 0.20\times 6.13)\ \mathrm{N} = 17.1\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

由式(3)及式(4)得

$$\begin{aligned}F_{T_2} &= m_2 g + m_2 a_2 = m_2(g + r\alpha) \\ &= 2\times(9.8 + 0.10\times 6.13)\ \mathrm{N} = 20.8\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

(3) 因为 $\alpha > 0$ 表示联合圆柱体顺时针转动，$a_1 > 0$ 表示 m_1 向下平动，$a_2 > 0$ 表示 m_2 向上平动，所以 m_1 物体先着地，对 m_1，$h = \frac{1}{2}a_1 t^2$，所以

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a_1}} = \sqrt{\frac{2\times 2}{0.20\times 6.13}}\ \mathrm{s} = 1.81\ \mathrm{s}$$

讨论：当 m_1 着地后，与它相联系的绳中张力 T_1 消失，m_2 及联合圆柱体依靠惯性继续运动，但其加速度及角加速度数值和方向都发生变化，作减速运动及减速转动，直至速度及角速度为零，然后改变运动、转动方向……

【例 0-2】 长 $l = 0.20$ m 的绝缘线 AB 上均匀带电，线电荷密度 $\lambda = 0.5\times 10^{-8}\ \mathrm{C\cdot m^{-1}}$（如图 0-3），求：

(1) 在 AB 延长线上，离 B 点 $d_1 = 0.10$ m 的 P 点场强；

(2) 在 AB 垂直平分线上，距垂足 $d_2 = 0.10$ m 的 Q 点场强.

解： 以 AB 中点为坐标原点，沿 AB 方向为 x 轴正方向，与它垂直方向为 y 轴正方向，P 点在 x 轴上，Q 点在 y 轴上.

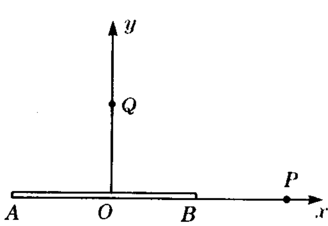

图 0-3

(1) 把 AB 带电体看作由许多点电荷组成，其中位于 $x \to x + \mathrm{d}x$ 的电荷元带电量 $\mathrm{d}q = \lambda\mathrm{d}x$，它在 P 点产生的场强 $\mathrm{d}E =$

$\dfrac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\left(d_1+\dfrac{l}{2}-x\right)^2}$，沿 x 轴方向（如图 0－4），其余各点电荷在 P 点场强也都沿 x 轴方向．

由叠加原理得

$$E=\int \mathrm{d}E=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\left(d_1+\dfrac{l}{2}-x\right)^2}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\left(d_1+\dfrac{l}{2}-x\right)}\Bigg|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}=\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 d_1(d_1+l)}$$

$$=9\times10^9\times\frac{0.5\times10^{-8}\times0.20}{0.10\times(0.10+0.20)}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

$$=300\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

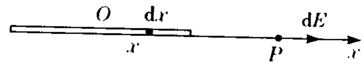

图 0－4

方向沿 x 轴正方向．

（2）位于 $x\to x+\mathrm{d}x$ 的点电荷在 Q 点产生的场强 $\mathrm{d}E=\dfrac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+d_2^2)}$，沿 Q 点相对电荷元径矢方向如图 0－5，其余电荷在 Q 点产生的场强方向分布也如图 0－5，因电荷分布对称于 y 轴，故电场分布也对称于 y 轴，合场强在 x 方向分量为零，下面仅将电场向 y 方向投影叠加．

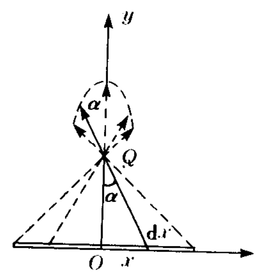

图 0－5

$$\mathrm{d}E_y=\mathrm{d}E\cos\alpha,\ \cos\alpha=\frac{d_2}{\sqrt{x^2+d_2^2}}$$

$$E_y=\int \mathrm{d}E_y=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+d_2^2)}\cdot\frac{d_2}{\sqrt{x^2+d_2^2}}$$

$$=\frac{\lambda d_2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{d_2^2\sqrt{x^2+d_2^2}}\Bigg|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d_2}\cdot\frac{l}{\sqrt{\dfrac{l^2}{4}+d_2^2}}$$

$$=9\times10^9\times0.5\times10^{-8}\times\frac{0.20}{0.10\times\sqrt{\dfrac{0.20^2}{4}+0.10^2}}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

$$=6.36\times10^2\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

方向沿 y 轴正方向．

第一单元　力学

第一部分　质点力学

一、内容提要

1. 质点运动学

(1) 质点运动的描述

(A) 位置矢量 $\boldsymbol{r}$(径矢)

质点的位置可以用它的三个坐标来描写,也可以用位置矢量来描写,即自坐标原点指向该点的有向线段来描写.它与三个坐标之间的关系是 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$.

(B) 运动方程

质点运动了,三个坐标变化了,质点位置随时间变化的关系式为运动方程 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$.

(C) 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$

位移是质点位置的变化量,它是自起点指向终点的有向线段,它与质点坐标变化之间的关系为 $\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$.

(D) 速度 $\boldsymbol{v}$

质点的速度反映质点位置的变化率,即 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$;

在直角坐标系内,$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$;

在自然坐标系内,$v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$,其中 s 是路程或质点运动径迹的长度,方向沿曲线的切向.

速度的大小称为速率.

(E) 加速度 $\boldsymbol{a}$

质点的加速度反映质点速度的变化率,即 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$;

在直角坐标系内,$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$;

在自然坐标系或圆周运动中,切向加速度 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,法向加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$,其中 ρ 是轨道的曲率半径.写成完整的矢量式为 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n$.

(2) 质点运动学中的积分关系

(A) 速度与加速度的积分关系

由加速度的物理意义与计算式,可以推导出

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\int_0^t\boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t$$

这是矢量式,可写成三个分量式.

(B) 位移与速度的积分关系

由速度的物理意义与计算式可以推导出

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \int_0^t \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$$

(C) 若加速度为常矢量,则上面两积分式可以完成.有

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

此为矢量式,必要时可用分量式计算.

(3) 相对运动

运动是绝对的,但对运动的描绘是相对的.设有两个参考系,一个为 S 系,一个为 S' 系,S' 系相对于 S 系以 $\boldsymbol{u}$ 平动,一运动的质点,在 Δt 时间内在 S 系中位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$,在 S' 系中位移为 $\Delta\boldsymbol{r}'$,显然 $\Delta\boldsymbol{r} = \Delta\boldsymbol{r}' + \Delta\boldsymbol{d}$,其中 $\Delta\boldsymbol{d}$ 为在 Δt 时间内 S' 系相对于 S 系的位移.

将上式两边除以 Δt,并令 $\Delta t \to 0$,有

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$$

质点相对于 S 系的速度等于质点相对于 S' 系的速度加上 S' 系相对于 S 系的速度.

将速度关系式对时间求导有

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_{S'S}$$

质点相对于 S 系的加速度等于质点相对于 S' 系的加上 S' 系相对于 S 系的加速度.

2. 牛顿运动定律

17 世纪,牛顿继承和发展了伽利略等人的见解,提出了运动的三大定律,成为经典力学的基础.

(1) 牛顿第一定律　任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变为止.写成数学形式为 $\boldsymbol{F} = 0$,$\boldsymbol{v} =$ 恒量.

(2) 牛顿第二定律　动量为 $\boldsymbol{p}$ 的物体,在合外力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i)$ 的作用下,其动量对时间的变化率等于作用于物体的合外力.写成数学式为

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$$

这是第二定律的原始表达式,在通常情况下(指低速时,即 $v \ll c$ 时和 m 不随时间变化时),物体的质量视作常量,上式可以写成

$$\boldsymbol{F} = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \quad 或 \quad \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

这是矢量式,可以写成分量式,在直角坐标系内

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases}$$

在自然坐标系内

$$\begin{cases} F_t = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \\ F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

(3) 牛顿第三定律　物体之间的作用是相互的,两个物体之间的作用力 $\boldsymbol{F}$ 和反作用力 $\boldsymbol{F}'$,大小相等,方向相反,沿同一直线,分别作用在两个物体上.写成数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}'$$

作用力和反作用力是同时存在的,它们是性质相同的力,因为是分别作用在两个物体上,所以不是平衡的力.

(4) 惯性参考系　牛顿定律适用的参考系叫做惯性参考系,简称惯性系,反之为非惯性系.通过观察,以太阳中心为坐标原点,指向其他恒星为坐标轴的参考系,以及相对该参考系匀速直线运动的坐标系为惯性系(在这些坐标系内,牛顿三大定律及万有引力定律均适用).

地球绕太阳公转,并且地球还有自转,所以严格地说地球不是一个惯性系,但考虑到地球公转、自转的向心加速度都比较小,因而地球可以近似地看作惯性系,建立在地面上的坐标系也可近似看作惯性系,相对它们作匀速直线运动的坐标系也都是惯性系.

(5) 力学相对性原理　设有两个惯性系 S 系和 S' 系,S' 系相对于 S 系以恒定的速度 $\boldsymbol{u}$ 匀速运动,据相对运动关系,质点相对于 S 系速度 $\boldsymbol{v}$ 等于质点相对于 S' 系速度 $\boldsymbol{v}'$ 加上 S' 系相对于 S 系速度 $\boldsymbol{u}$,写成数学关系为 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$.两边对时间求导,因 $\boldsymbol{u}$ 是恒量,对时间求导为零,故有 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$,即质点相对于 S 系的加速度等于质点相对于 S' 系的加速度.推而广之,质点对所有惯性系加速度都相同,即有 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{F}'$.

上式推导也告诉我们,牛顿第二定律在所有惯性系内都具有相同的形式,换句话说,在所有的惯性系中,牛顿运动定律都是等价的,因而,在一个惯性系内部所做的力学实验都不能确定该惯性系相对于其他惯性系是否在运动.这个原理叫做力学的相对性原理,或伽利略相对性原理.

3. 功和能

(1) 功　功是力对空间的累积作用,作功总是涉及状态变化,它不仅与始末状态有关,还和过程有关.变力作的功 $W = \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$.

(2) 能量　能量是状态的单值函数,一旦状态确定,能量的数值就可以确定,可以通过功来计算能量的变化.

(A) 动能　质点的动能用 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 计算.

(B) 势能　势能具有相对性,其值与势能零点选取有关,质点于某位置系统所具有的势能等于把质点从该位置移至势能零点所对应的保守力作的功.

若选物体在地面时系统重力势能为零,物体在 h 高时,系统的重力势能为 mgh.

若选弹簧末形变时弹性势能为零,弹簧的弹性势能为 $\frac{1}{2}kx^2$,其中 x 为弹簧的形变量.

若取无穷远时引力势能为零,而两质点距离为 r 时,引力势能为 $-G\frac{Mm}{r}$.

(3) 动能定理

(A) 质点的动能定理　合外力对质点作的功等于质点动能的增量.写成数学关系式为

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

(B) 质点系的动能定理　将质点系中每一质点应用动能定理并叠加,可有质点系中一切外力和一切内力作的功等于质点系动能的增量.写成数学关系式为

$$W^{ex} + W^{in} = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 - \sum_i \frac{1}{2}mv_{i0}^2 = E_k - E_{k0}$$

(4) 质点系功能原理　将保守内力作的功用对应势能减少量代入质点系,得出:外力与非保守内力作的功等于系统机械能的增量.写成数学关系式为

$$W^{ex} + W_{nc}^{in} = E - E_0 = (E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0})$$

(5) 机械能守恒定律　对一系统而言,若外力及非保守内力不作功,即 $W^{ex} + W_{nc}^{in} = 0$,有 $E = E_0$,系统机械能守恒.

4. 动量

(1) 动量　质点的动量等于质点的质量和速度的乘积,即 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$是矢量,是状态量.质点系的动量等于质点系内各质点动量的矢量和,即 $\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i$.

(2) 冲量　冲量是力对时间的累积作用.力的冲量 $\boldsymbol{I} = \int \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}t$,它是矢量.

(3) 动量定理

(A) 质点的动量定理　将牛顿第二定律最原始的形式 $\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$分离变量,两边积分有 $\int \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}t = \boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_0$(或 $\boldsymbol{I} = m\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{v}_0$),即合外力的冲量等于动量的增量.这是矢量关系式,可以写成分量式形式.质点的动量定理是牛顿第二定律的积分形式.

(B) 质点系的动量定理　将质点系中的每一质点应用质点的动量定理,并进行叠加,因内力是成对出现,内力的矢量和为零,对应内力的冲量也为零.合外力的冲量等于质点系动量的增量,写成关系式为

$$\boldsymbol{I} = \int \boldsymbol{F}^{ex} \cdot \mathrm{d}t = \sum_i m_i\boldsymbol{v}_i - \sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i0}$$

这是矢量式,可以写成分量式为

$$\int F_x^{ex} \cdot \mathrm{d}t = \sum_i m_i v_{ix} - \sum_i m_i v_{i0x}$$

$$\int F_y^{ex} \cdot \mathrm{d}t = \sum_i m_i v_{iy} - \sum_i m_i v_{i0y}$$

$$\vdots$$

(C) 动量守恒定律　若系统不受外力作用,或所受外力矢量和 $\boldsymbol{F}^{ex} = 0$,则

$$\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i = \sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i0} = \boldsymbol{p} = \text{常矢量}$$

这时系统总动量为常矢量,这就是质点系的动量守恒定律.

值得说明的是:动量守恒是指整个系统而言,对于系统内某一个质点动量是可以改变的;动量守恒也可以是某一个方向的,若系统受到的合外力在某方向上的分量为零,则系统

动量在该方向上分量守恒;动量守恒是有条件的,要求系统不受外力或所受合外力为零,而在碰撞(爆炸)等特殊过程,内力很大,作用时间很短,常常忽略像重力、摩擦力等外力,认为系统不受外力作用,而应用动量守恒定律.

动量守恒定律是物理学中最普遍、最基本的定律之一,不仅适用于宏观物体系统,还适用于微观粒子系统.

(4)* 质心运动定律

(A) 质点系的质心位置　在一个质点系中,质心的位置由各质点位置、各质点质量确定.质心的位置矢量

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}$$

(B) 质心的速度　质心的速度由各质点质量、速度确定.将上式对时间求导,有

$$\boldsymbol{v}_C = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i}{\sum_i m_i}$$

将上式两边乘以 $\sum_i m_i$,有

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = \left(\sum_i m_i\right) \boldsymbol{v}_C$$

即质点系的动量等于系统总质量乘以质心速度.若质点系不受外力作用,或所受外力矢量和为零,系统动量守恒,其质心速度不变.

(C) 质心运动定律　将质心速度对时间求导,有

$$\boldsymbol{a}_C = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{a}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \boldsymbol{F}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \boldsymbol{F}_i^{ex}}{\sum_i m_i}$$

即质点系质心的加速度与质点系受到的合外力成正比,与总质点成反比,方向与合外力方向一致,好像所有的外力及所有质量都集中在质心的质点上的运动.

5. 质点力学问题解题步骤

(1) 首先明确物理现象的过程特点,如遇到比较复杂的问题应明确整个物理过程是由哪几个物理过程组成的,并找出相邻过程的联系点,再分别研究每一个物理过程.

(2) 根据问题要求和计算方便确定研究对象(可以是质点,也可以是质点系).

(3) 把质点(或质点系)从周围物体中隔离出来进行受力分析,并画出受力图.

(4) 选定坐标系,分析研究对象的运动状态及其变化.

(5) 根据运动基本定律分别列出方程,进行求解.

6. 本部分要求

掌握位置矢量、位移、速度、加速度等描写质点运动和运动变化的物理量.在质点的平面曲线运动中,能用直角坐标系或自然坐标系由运动方程求质点的速度、加速度;或由质点速度(或加速度)和已知条件求运动方程(或速度).掌握牛顿三定律及适用条件.能用微积分方

法求解一维变力作用下的质点动力学问题.掌握功的概念,能计算在直线运动情况下变力作的功,和在曲线运动情况下简单变力作的功.理解保守力作功的特点及对应势能的概念,会计算重力势能、弹性势能和引力势能.掌握质点的动能定理和动量定理,质点系的动能定理、功能原理、动量定理,并用它们分析、解决质点在平面内运动的简单力学问题.掌握机械能守恒定律、动量守恒定律.掌握运用守恒定律分析问题的思想和方法,能分析简单系统在平面内运动的力学问题.理解伽利略相对性原理,理解伽利略坐标变换、速度变换.

二、解题指导

【例 1-1】 绳子绕在一固定圆柱上而不打滑,当绳子承受负载巨大的拉力 T 时,人可以用小得多的拉力 T_0 拽住绳子.绳子与圆柱间的静摩擦系数为 μ,绳子绕圆柱的张角为 θ(如图 1-1(a)),求 T_0 与 T 之间的关系式.

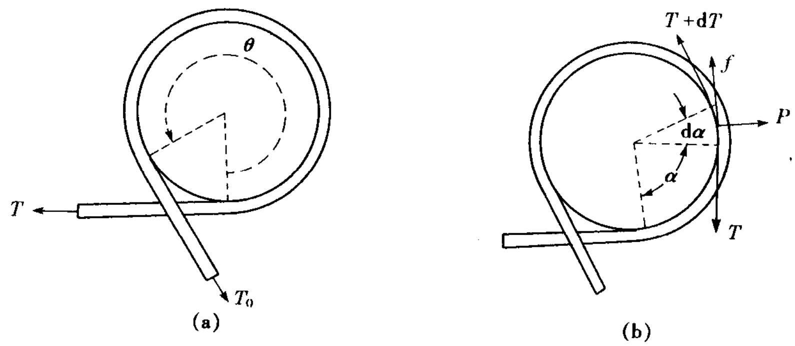

图 1-1

分析:通常一条绳索各截面上张力的大小是不相同的,往往和位置有关.

对绕在圆柱上的绳索建立角坐标,沿逆时针为角度增大方向(如图 1-1(b)),其中位于 $\alpha \to \alpha + d\alpha$ 的那个质元受到二边邻近绳索的拉力 $T + dT$ 及 T,分别沿正切向(角度增大方向)及负切向并分别与对应的半径垂直;圆柱体对质元的支承力 P,沿径矢方向;摩擦力 $f = \mu P$,它沿着切向与相对滑动趋势相反,若人的拽力较小,绳索有被负载拉过去的趋势,它沿正切向,若人拽力较大绳索有被人拉过来的趋势,它沿负切向,据本题题意,人只希望不让负载拖动,而并不要主动拖动它,故拉力较小,摩擦力沿正切向.

平衡时,质元受之切向力为零,$T + dT$,T 切向分量与摩擦力平衡

$$(T + dT)\cos\frac{d\alpha}{2} - T\cos\frac{d\alpha}{2} + f = 0$$

质元受到法向力为零

$$(T + dT)\sin\frac{d\alpha}{2} + T\sin\frac{d\alpha}{2} - P = 0$$

其中,$f = \mu P$,求解时利用 $\sin\frac{d\alpha}{2} \sim \frac{d\alpha}{2}$,$\cos\frac{d\alpha}{2} \sim 1$ 近似式计算.

解:(1) 取绳上长为 Δl,位于 $\alpha \to \alpha + d\alpha$ 位置的一小段绳为研究对象,该段绳所受之力:绳之张力分别为 $T + dT$ 与 T,方向分别沿逆时针切向与顺时针切向(它们并不在一条直线上,有 $d\alpha$ 的角偏差);圆柱体给予支承力 P 沿法向向外;因负载拉力巨大,忽略重力;绳索有

顺时针滑动趋向,故在该段绳索上受到沿逆时针向的摩擦力 f:

$$f = \mu P \tag{1}$$

(2) 对该段绳列平衡方程

法向 $$(T + \mathrm{d}T)\sin\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} + T\sin\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} - P = 0$$

因 $\mathrm{d}\alpha$ 很小,$\sin\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} \approx \frac{\mathrm{d}\alpha}{2}$,忽略 $\mathrm{d}T\mathrm{d}\alpha$ 项,有

$$P = T\mathrm{d}\alpha \tag{2}$$

切向 $$(T + \mathrm{d}T)\cos\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} - T\cos\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} + f = 0$$

因 $\mathrm{d}\alpha$ 很小,$\cos\frac{\mathrm{d}\alpha}{2} \approx 1$,上式简化为

$$\mathrm{d}T + f = 0 \tag{3}$$

(3) 将式(1)、式(2)代入式(3),有

$$\mathrm{d}T + \mu T\mathrm{d}\alpha = 0$$

分离变量

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = -\mu\mathrm{d}\alpha$$

两边积分,当 $\alpha = 0$ 时 $T = T$,$\alpha = \theta$ 时 $T = T_0$,故

$$\ln T\Big|_T^{T_0} = -\mu\alpha\Big|_0^{\theta}$$

所以 $$T_0 = T\mathrm{e}^{-\mu\theta}$$

【例 1-2】 质量为 3 kg 的物体由静止落下,受到的阻力与速度大小成正比,比例系数 $k = 1.5\ \mathrm{N\cdot s\cdot m^{-1}}$.求:(1) 该物体下落的极限速度;(2) 速度随时间变化的关系式.

分析:选物体初始位置为坐标原点,向下为 x 轴正方向.

物体在运动过程中受重力 mg,方向向下;阻力 f,大小为 kv,方向与运动方向相反.据运动定律有

$$mg - kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

从初始条件和运动方程可以看出,当 $t = 0$ 时,速度为零,阻力也为零,合外力为 mg,此时加速度为 g,是最大值.随着速度 v 增大,阻力也增大,合外力减小,加速度减小,速度依然增大.当阻力增大到与重力相等时加速为零,速度才不再增大,此时速度即为极限速度.在数学上,令 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$,解出 $v = \frac{mg}{k} = v_T$,即为极限速度.

对微分方程分离变量,进行积分可求速度随时间变化关系式.

解:(1) 求极限速度

物体向下运动方程为

$$mg - kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

令 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$,有

$$v_T = \frac{mg}{k} = \frac{3\ \mathrm{kg}\cdot 9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}}{1.5\ \mathrm{N\cdot s\cdot m^{-1}}} = 19.6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$