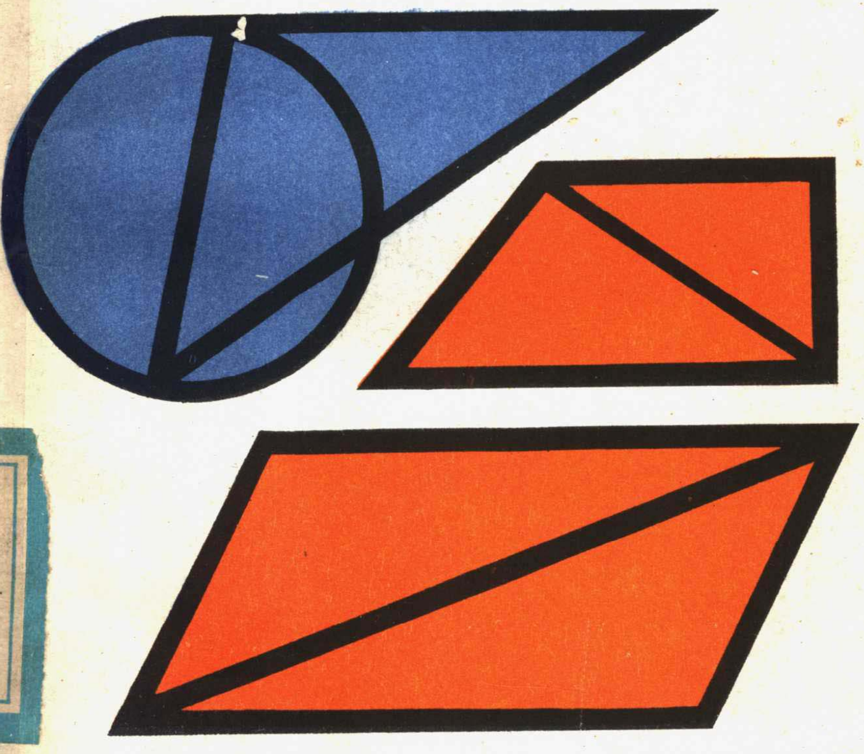
中学理科学习指导丛书

# 初三几何

## 辅导与练习



北京市海淀区教师进修学校主编　重庆出版社

中学理科学习指导丛书

# 初三几何辅导与练习

北京市海淀区教师进修学校主编

重庆出版社

一九八四年·重庆

编　者

陆　乘　　北京大学附属中学
邵元铭　　北京师范学院附属中学
王燕谋　　北京市十一中学
耿楚吉　　北京市清河二中
王增民　　北京市海淀区教师进修学校

责任编辑：　王镇寰

**初三几何辅导与练习**

重庆出版社出版　（重庆李子坝正街102号）
辽宁人民出版社重印
辽宁省新华书店发行
沈阳新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092　1/32　印张　6.75　字数148千
1984年7月第一版　1984年8月沈阳第一次印刷
印数 1—743,000

书号：7114·218　定价：0.56 元

# 前　　言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好几何的课外读物；家长希望有一种能检查自己孩子学习几何的材料；教师欢迎出版一种能协助自己辅导学生的书籍。

为了解决这类问题，我们组织了一些有较丰富教学经验的教师编写了这本书。

我们认识到：

（1） 只有把知识的结构分析清楚，知识才易被学生理解、记忆和运用，并从而掌握知识的整体。

（2） 打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识里，重点与难点掌握不好，是有些学生学习不好的原因之一。

（3） 引导学生对所学过的主要题型做到心中有数，同时又掌握各级题型的解题规律，是帮助学生提高解题能力的有效途径。

（4） 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上的认识，本书在编写时，每章都包含以下几个部分：

（1） 结构分析：有些章分析得较简单，可以在学习开始时看；有的分析得较深入，可以在学习完全章以后再看、

再体会。

（2） 重点、难点分析：指出重点内容的重要性，重点内容的所在；指出难点之所以困难的原因，通过解决难点能学到哪些思维方法、解题技巧、以及提高解题能力。

（3） 各级题型：配以典型的例题，并说明解题规律。

（4） 自我检查题：在每章之后，配备知识面尽量全，并具有一定综合性，用以检查本单元学习的一套题目，以帮助学生了解自己学习后的收获与存在的问题。

（5） 启发与体会：着重介绍教师的经验和体会；教科书上一般不讲的思路、观点和方法等，以适当启发学生对所学知识作更深入的思考。

本书力求作到以上各项中的要求；体现紧密配合教材，但又不重复教材内容。但是限于编者水平，未必都能做到，且不免出现错误或不妥之处，我们诚恳地希望读者给以批评和指正。

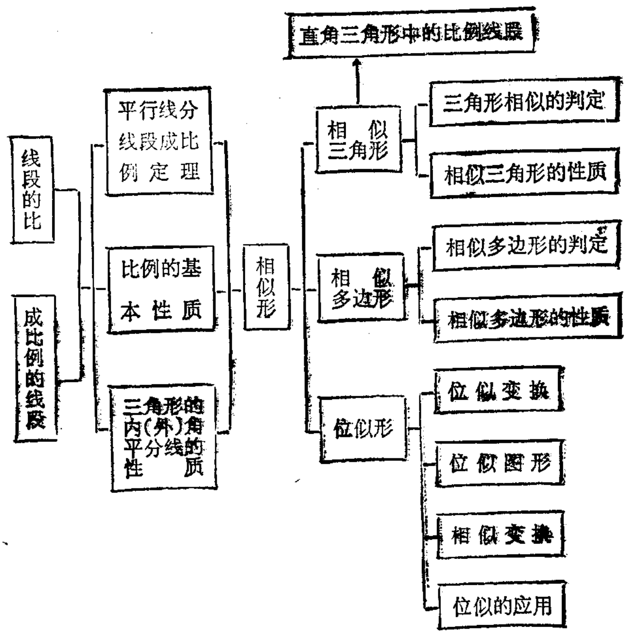
北京市海淀区教师进修学校

1984年1月

# 目　　录

# 第六章　相似形

## 一　结构分析



本章之前我们已经研究了三角形的全等及平行四边形、梯形等有关知识．在这一章里将进一步研究直线形的相似，特别是三角形的相似．应用相似三角形的理论可以更深入地研究三角形的性质、证明勾股定理及三角形角平分线定理等，使同学们对三角形的认识更趋完善．今后在相似三角形的基础上，我们可以引进锐角三角函数为进一步的学习做准备．

在这一章里，要求同学们认真理解两条线段的比和成比例线段的概念，熟悉比例的性质，并能运用这些性质进行计算和推证；要掌握平行线分线段成比例的定理，并能用这个定理进行有关定理及证题的论证；要熟悉相似三角形的判定定理及性质定理，能熟练地运用这些定理进行推理论证．

## 二　重点、难点分析

### 1.　关于成比例线段

在直线形的范围内研究相似形，主要是研究相似三角形的性质与判定．而对这些问题的研究都要涉及到对应边的比及对应边成比例的问题．因此我们必须认真理解两条线段的比和成比例线段的概念，熟悉比例的性质．

（1）　两条线段的比：

①　线段的量数：用线段 $u$ 去量线段 $l$，得出线段 $l$ 含有线段 $u$ 的倍数，这倍数称为以线段 $u$ 为单位度量线段 $l$ 所得的量数．

这里要注意：第一，线段的量数只是一个数，它与线段

的长度是两个不同的概念。线段的长度是有单位的，如8米，5尺等；而量数仅只是一个数，它可以是正整数、正分数或正无理数．总之，线段的量数是一个正实数．第二，某一线段的量数是与所取作长度单位的$u$线段的选择有关系的。改变$u$的长度，线段$l$的量数即改变．如线段$l$的长度是100厘米，若取作长度单位的线段$u$的长度为10厘米，那么量数为10；若$u$取作5厘米，那么量数即为20．同一条线段，所采用的度量单位不同，则量数不同．

② 两条线段的比：用同一长度单位$u$去量两线段所得两个量数的比，叫做两条线段的比．如：$AB$的量数为$p$，$CD$的量数为$q$，则$AB:CD=p:q$。

这里也要注意：第一，两条线段的比是一个数，这个数与用来度量两条线段的单位线段$u$的选取无关．例如取$u$线段的$\frac{1}{2}$去量$AB$，所得$AB$的量数为$2p$，量$CD$所得$CD$的量数为$2q$，而$AB:CD=2p:2q=p:q$。第二，两线段$AB$与$CD$的比也可以理解为以线段$CD$为单位去度量线段$AB$所得的量数．

这样，我们用量数的比定义了两条线段的比，从而把两个数的比的概念引用到图形中去，初步建立了数与形的结合．

下面提两个问题，请同学们考虑：

第一，为什么线段的量数都是正实数？

我们可以从下面两种情况来考虑：

① 如果用线段$u$为长度单位去量线段$AB$，量了两次恰好量尽，那么线段$AB$的量数为2．如果量了两次仍有剩

余，所余部分又不够一个长度单位 $u$，我们可以取 $\frac{1}{10}u$ 为长度单位继续量剩余部分，如果量了 7 次恰好量尽，那么线段 $AB$ 的量数为 $2\frac{7}{10}$(或 2.7)．如果仍有剩余，那么我们取 $\frac{1}{100}u$ 为长度单位，再量剩余部分．这样继续下去，如果最终能将线段 $AB$ 量尽，那么我们所得到的量数为正整数或正的有限小数(正分数)，它们都是正实数．

② 如果将上述的度量无限地继续下去，永远也不能量尽，这样就得到一个正的无限循环小数或无限不循环小数．而无限循环小数是分数，无限不循环小数即无理数，它们都是实数．这就是说我们可以用一个正实数来表示线段 $AB$ 的量数．因此，线段的量数都是正实数。

第二，为什么两条线段的比与所采用的长度单位没有关系?

我们可以这样证明：

设 $u$ 是长度单位，$AB=mu$，$CD=nu$，

$\therefore\quad AB:CD=mu:nu=m:n$．

设 $v$ 是另一长度单位，用 $v$ 来量 $u$ 所得的量数是 $a$，那么：$u=av$，则 $AB=mav$。$CD=nav$，所以

$$AB:CD=mav:nav=m:n.$$

这就证明了不论用 $u$ 或 $v$ 作长度单位，均有 $AB:CD=m:n$．

③ 比的前项与后项：两个数的比有比的前项与比的后项之分；由于线段的比是用数的比来定义的，所以线段的比

也有比的前项与比的后项之分. 比如，线段$a:b$，$a$叫做比的前项，$b$叫做比的后项. 交换比的前项与后项所得的比与原来的比互为反比. 如$a:b$的反比是$b:a$；反之，$b:a$的反比是$a:b$.

**例1** 线段$a$和长度单位$u$分别含有第三线段$c$的54倍和15倍，求出线段$a$的量数.

**解**：$\because$ $a=54c$，$u=15c$，$a:u=54:15=3.6$，

$\therefore$ 用$u$去量线段$a$得的量数为3.6.

**例2** 把一条长56cm的线段分成1:2:3的三段，然后求出每一个分点把全线段分成两部分的长.

**解**：已知，$AB$线段长56cm，$C$、$D$为两个分点，使得$AC:CD:DB=1:2:3$.

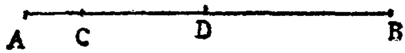


图 6-1

所以 $AC=\dfrac{56}{1+2+3}\times 1=\dfrac{56}{6}=\dfrac{28}{3}(\text{cm})$；

$$CB=56-\frac{28}{3}=\frac{140}{3}(\text{cm})；$$

$$AD=\frac{56}{6}\times(1+2)=28(\text{cm})；$$

$$DB=56-28=28(\text{cm}).$$

**例3** 如果$AB=12\text{cm}$，那么延长几厘米后可以使得$AC:BC=5:2$？这里C是延长线的终点.

**解**：设延长$x$厘米后可使得$AC:BC=5:2$.

即：$AC:BC=(12+x):x=5:2$.

$\therefore\quad 5x=24+2x,\ 3x=24,\ \therefore\quad x=8.$

答：如果 $AB$ 延长8厘米可使 $AC:BC=5:2$.

（2） 成比例线段：

① 比例的定义：表示两个比相等的式子叫做比例.如果两个数 $a$ 和 $b$ 的比等于另外两个数 $c$ 和 $d$ 的比；我们说四个数 $a$、$b$、$c$、$d$，组成一个比例，或者说 $a$、$b$、$c$、$d$ 成比例，可写成 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$）.

② 成比例的线段：如果线段 $a$ 和 $b$ 的比等于线段 $c$ 和 $d$ 的比，则线段 $a$、$b$、$c$、$d$ 叫做成比例的线段.

这里要注意，不管各线段排在什么位置，只要四条线段 $m$、$n$、$x$、$y$ 满足它们构成的比例式，例如满足 $m:n=x:y$，那么这四条线段就叫做成比例线段. 比例式还可写成另外七种形式：$n:m=y:x$；$m:x=n:y$；$y:n=x:m$；$x:y=m:n$；$y:x=n:m$；$n:y=m:x$；$x:m=y:n$，所以四条线段只要写成这八个比例式之一，就可判断这四条线段成比例. 由上面八个比例式都可得到等积式 $my=nx$，所以四条线段若能写成象前面这样的等积式，也可判断它们成比例.

另外还要注意四条线段之间若写出了一个不成比例的关系，例如 $m:n\neq y:x$，我们不能匆忙判定这四条线段不成比例，因为成比例的四条线段有八种排列顺序，而不成比例的排列顺序却有十六种. 要判断四条线段是否成比例看起来很复杂，其实只要把这四条线段按大小顺序排列好，分别计算前两线段和后两线段的比，若比值相等就可判断这四条线段成比例，否则就不成比例；或者分别计算第一、四和第二、三线段的积，等积则这四条线段成比例，否则就不成比

例.

例如：线段 $a$、$b$、$c$、$d$ 的长度分别为

① 2cm，$1\frac{1}{2}$cm，$5\frac{1}{4}$cm，7cm；

② 5cm，$\frac{2}{3}$cm，$\frac{3}{2}$cm，$\frac{1}{5}$cm。

验证它们可以组成成比例线段，并写出它们组成的一个比例.

解：① 先把四条线段的长度按大小顺序排列起来：$b=1\frac{1}{2}$cm，$a=2$cm，$c=5\frac{1}{4}$cm，$d=7$cm，再求第一第二和第三第四两对线段的比：

$$b:a=1\frac{1}{2}:2=3:4,$$

$$c:d=5\frac{1}{4}:7=3:4,$$

可见它们是成比例的线段，$1\frac{1}{2}:2=5\frac{1}{4}:7$是所组成的一个比例.

② 先把四条线段的长度按大小顺序排列起来：$d=\frac{1}{5}$cm，$b=\frac{2}{3}$cm，$c=\frac{3}{2}$cm，$a=5$cm。

再求第一第四和第二第三两对线段的长度的积：

$$d\cdot a=\frac{1}{5}\times 5=1,$$

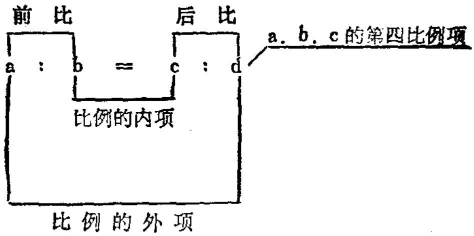
$$b\cdot c=\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=1,$$

$\therefore \quad da=bc$ 可写成 $d:b=c:a$.

可见 $d$, $b$, $c$, $a$ 为成比例线段.

$\frac{1}{5}:\frac{2}{3}=\frac{3}{2}:5$是所组成的一个比例.

比例的各部分名称，可以通过下图标出：




(如果 $b=c$，则有 $a:b=b:d$，即 $b$ 为 $a$、$d$ 的比例中项)

（3） 两条线段的比与成比例的线段是完全不同的概念. 这里还要注意，线段的比是对两条线段而言，而成比例的线段一般是对四条线段而言；在线段的比中有前项与后项之分，而在比例中有内项、外项之分.

例1 说出下列各比例中的内项、外项和第四比例项：

① $a:2=b:3$;

② $(AB-CD):CD=(EF-GH):GH$.

解：①. 在$a:2=b:3$中，

$2$, $b$ 为比例的内项；$a$, $3$ 为比例的外项. $3$为 $a$, $2$, $b$ 的第四比例项.

② 在 $(AB-CD):CD=(EF-GH):GH$ 中，$CD$ 与 $EF-GH$为比例的内项，$AB-CD$与$GH$ 为比例外项. $GH$ 为第四比例项.

例2　已知线段 $m$，$n$ 的比例中项是 $r$，写出比例式。

解：$r$ 是 $m,n$ 的比例中项，$\therefore\quad m:r=r:n$。

例3　在图6-2中，$DE$ 和 $D'E'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的中位线，试证线段 $BC$，$DE$，$B'C'$，$D'E'$ 是成比例的线段。

已知：$DE$，$D'E'$ 分别为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的中位线。

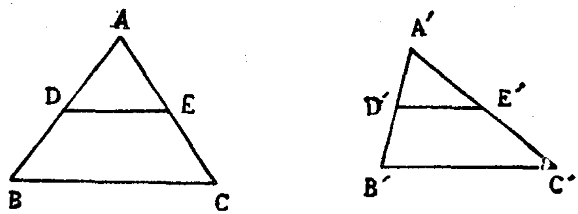



图　6-2

求证：　$\dfrac{BC}{DE}=\dfrac{B'C'}{D'E'}$。

证明：$\because$　$DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，$BC$ 是第三边。

$$\therefore\quad BC=2DE\left(或\frac{BC}{DE}=2\right).$$

同理可证：$\dfrac{B'C'}{D'E'}=2$，则 $\dfrac{BC}{DE}=\dfrac{B'C'}{D'E'}$。

(4) 比例的性质：

由于两条线段的比是它们关于同一长度单位的量数的比，由线段所组成的比例是它们的量数所成的比例，所以关于数的比和比例的各种性质，完全适用于线段的比和成比例线段。只不过把 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$，$ad=bc$，$\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$，$\dfrac{a+b}{b}=\dfrac{c+d}{d}$，$\dfrac{a-b}{b}$

$=\frac{c-d}{d}$，$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$，$\frac{a+c+\cdots\cdots+m}{b+d+\cdots\cdots+n}=\frac{a}{b}$中的$a, b, c, d\cdots\cdots m, n$都当做线段即可。要知道这七个等式是互相等价的，也就是由这些等式中的每一个，都可以推出另外的等式。

应用这些性质我们可以求已知线段的第四比例项、比例中项，也可以根据已知线段的比求出未知线段的比。

例1　已知：在$\triangle ABC$中$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$，$AB=3.0\text{cm}$，$BC=5.6\text{cm}$，$AC=5.0\text{cm}$。

求：$BD$和$DC$的长。（如图6-3）

解：$\because\quad \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$，

应用合比定理：得$\frac{AB+AC}{AC}$

$=\frac{BD+DC}{DC}$，

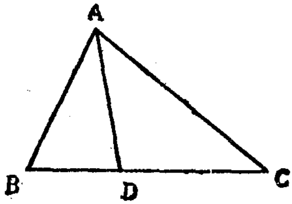


图 6-3

即：$\frac{3.0+5.0}{5.0}=\frac{BC}{DC}$。

$\therefore\quad \frac{8}{5}=\frac{BC}{DC}$。

$DC=BC\times\frac{5}{8}=5.6\times\frac{5}{8}=3.5(\text{cm})$。

$BD=BC-DC=5.6-3.5=2.1(\text{cm})$。

例2　已知：$\frac{x}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}$。