

BASIC

KNOWLEDGE

教育研究机构专家
名校特级高级教师精心编写



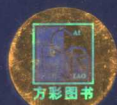
数学 基础知识

初中

紧扣最新教材 教学大纲和课程标准

使用各种版本教材的学生均能适用

初中生学习 复习 中考必备工具书



北京教育出版社

BASIC

KNOWLEDGE

中学生基础知识系列

初中数学 基础知识

主 编：林光敏



紧扣最新教材 教学大纲和课程标准

使用各种版本教材的学生均能适用

初中生学习 复习 中考必备工具书



北京教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学基础知识: 彩色版 / 林光敏主编. 北京: 北京教育出版社, 2004

ISBN 7-5303-3703-3

I. 初… II. 林… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G.634.83

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 071175 号

- 选题策划: 林 平
- 责任编辑: 冯 刚 刘卫弘
- 封面设计: 翟树成
- 内文排版: 时尚印佳



初 中 数 学 基 础 知 识



主编: 林光敏

北京教育出版社

(北京市北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

北京出版社出版集团总发行

新华书店总经销

北京前景文化印刷有限公司印刷

880 × 1230 毫米 32 开本 11.25 印张 280000 字

2004 年 9 月第 1 版 2004 年 9 月第 1 次印刷

印数 1-15300

ISBN 7-5303-3703-3/G · 3633

定价: 28.00 元

正 版 书 封 面 贴 有 防 伪 标 志

《中学生基础知识》丛书，以基础知识为面，以中学各门学科为点，为广大的初中生、高中生及自考生提供自主学习、轻松提分的平台。

《中学生基础知识》丛书共推出十二册，分为语文（初中分册、高中分册、高中文言文分册）、数学（初中分册、高中分册）、英语（初中分册、高中分册）、物理（初中分册、高中分册）、化学（初中分册、高中分册）、生物（高中分册）。

丛书特聘教育研究机构专家、国家级示范学校和一级达标校的特级、高级教师撰稿，内容丰富，信息量大。丛书适合经国家教育部教材审定委员会审查通过、目前国内各省市地区可能使用的各种教材版本，它具有以下突出特点：

一、知识系统有序

视野开阔，全面兼容，注重基础知识的讲解和分析。针对当前高考、中考一纲多本、一考多卷的趋势，全面覆盖最新的《教学大纲》和《课程标准》及《考试说明》，深入演示知识的基本套路。按照各个学科体系特点和知识间内在规律，将基本知识和性质要点整理成系统有序的词条，在此基础上筛选、提炼，概括为纲，突出了本套丛书的工具书性质。

二、视角新颖独特

关注课程改革新动向，针对新课标，吸纳最新研究成果。大量选用鲜活、灵动的新素材、新话题，关注教法和学法热点，贴近生产和生活实际。创设新情景，意在开发同学们的新思维，培养同学们开放性、探究性的新型素质。

三、内容全面实用

丛书讲解科学，针对重点、难点、疑点和易混点，透彻讲解知识的内涵和外延；通过典型例题，透彻解析解题思路



和方法技巧,利用解后反思,点评解题关键,警示思维误区,拓展同学们的发散思维。按照学生学习规律和思维能力培养的规律,做到循序渐进、由浅入深、由易到难、由点到面、由一般到特殊,真正做到科学合理,实用性强。

四、思维灵活多变

丛书抓住当今中考、高考的基础性、综合性、应用性、多元性的命题趋向,以简明、活泼、易懂、实用的笔触揭示和找准了新中考、新高考的变化趋势:首先着眼于学科知识的系统化、综合化,为综合运用打下坚实基础,又通过典型试题的解答、评析促进解题方法的领会和综合能力的提高。通过经典试题和新材料试题的严格训练,从而达到从苦读型向巧读型,从知识型向能力型的过渡。

五、内涵丰富深厚

丛书突出了新课标中情感、态度、价值观的理念,从而增加了文化性的内涵,也成为打造学科尖子与天才的必经程序,成为新课标的合理诠释。这必将纠正以往偏于理论知识而缺乏实际应用的弊端,实现基础教育的目的。

本套丛书适合中学生日常学习和复习迎接中考、高考时使用,其他中等学校的学生以及相当于中学文化程度的自学青年使用此书,也会从容应对诸如“自考”、“成考”这类各类的考试,适用对象全面。

另外,本丛书的版面设计、栏目设置、行文解说、补白插图等设置新颖别致,实用有效,美观大方。当你打开它时,就如同进入知识的海洋和智慧的殿堂。

书中谬误、疏漏之处,敬请老师、家长和中学生朋友批评指正,以便再版时修订。



目

录

CONTENTS

第1章

有理数

本章知识结构	1
基本概念及知识点	1
典型例题	4
1. 有理数的概念与分析	4
2. 数轴	5
3. 相反数与倒数	5
4. 绝对值	6
5. 有理数的运算	9
6. 近似数、有效数字与科学记数法	10
7. 应用问题	11

第2章

整式的加减

本章知识结构	12
基本概念及知识点	12
典型例题	14
1. 单项式	14
2. 多项式和整式	16
3. 多项式的排列	17
4. 同类项	17
5. 去括号与添括号	18
6. 整式的加减	19

第3章

一元一次方程

本章知识结构	21
基本概念及知识点	21
典型例题	22
1. 等式和它的性质	22
2. 方程和它的解	23
3. 一元一次方程	24
4. 一元一次方程的解法	24
5. 一元一次方程的应用	26

第4章

二元一次方程组

本章知识结构	34
基本概念及知识点	34
典型例题	36
1. 二元一次方程	36



CONTENTS

2. 二元一次方程的解	36
3. 二元一次方程组和它的解	37
4. 代入法解二元一次方程组	38
5. 加减法解二元一次方程组	38
6. 三元一次方程组及其解法	39
7. 一次方程组解法技巧	40
8. 一次方程组的应用	42

第5章

一元一次不等式和不等式组

本章知识结构	44
基本概念及知识点	44
典型例题	45
1. 不等式的定义	45
2. 不等式的性质	45
3. 不等式的解集	46
4. 一元一次不等式	47
5. 一元一次不等式的解法	47
6. 一元一次不等式组和它的解法	48
7. 列一元一次不等式(组)解应用题	50

第6章

整式的乘除

本章知识结构	53
基本概念及知识点	53
典型例题	55
1. 同底数幂的乘法	55
2. 幂的乘方与积的乘方	55
3. 单项式的乘法	56
4. 单项式与多项式相乘	57
5. 多项式与多项式相乘	58
6. 同底数幂的除法	58
7. 单项式除以单项式	59
8. 多项式除以单项式	59
9. 平方差公式	60
10. 完全平方公式	61
11. 乘法公式的应用	61

第7章

因式分解

本章知识结构	66
--------------	----



目

录

CONTENTS

基本概念及知识点	66
典型例题	68
1. 因式分解的概念	68
2. 提公因式法	68
3. 公式法	71
4. 分组分解法	75
5. 二次项系数为 1 的二次三项式因式分解	79
6. 十字相乘法	82
7. 因式分解的应用	84

第 8 章

分式

本章知识结构	88
基本概念及知识点	88
典型例题	90
1. 分式的概念	90
2. 分式的基本性质	92
3. 分式的乘除法	94
4. 分式的加减法	95
5. 含字母系数的一元一次方程	102
6. 分式方程及解法	103
7. 列分式方程解应用题	105

第 9 章

数的开方

本章知识结构	109
基本概念及知识点	109
典型例题	112
1. 平方根	112
2. 立方根	118
3. 实数	120
4. 实数的应用	120

第 10 章

二次根式

本章知识结构	123
基本概念及知识点	123
典型例题	124
1. 二次根式	124
2. 二次根式的乘除法	125
3. 最简二次根式	129



CONTENTS

4. 二次根式的加减法	130
5. 二次根式的混合运算	134
6. 二次根式 $\sqrt{a}$ 的化简	136
7. 二次根式的应用	137

第11章

一元二次方程

本章知识结构	140
基本概念及知识点	140
典型例题	143
1. 整式方程和一元二次方程	143
2. 一元二次方程的解法	144
(1) 开平方法	144
(2) 配方法	145
(3) 公式法	147
(4) 因式分解法	148
3. 一元二次方程的根的判别	151
4. 一元二次方程根与系数的关系	155
5. 二次三项式的因式分解	161
6. 一元二次方程的应用	162
7. 可化为一元二次方程的分式方程及应用	165
8. 二元二次方程组及解法	170
9. 方程组的应用	174

第12章

函数及图象

本章知识结构	178
基本概念及知识点	178
典型例题	184
1. 平面直角坐标系	184
2. 函数及表示法	188
3. 一次函数	192
4. 二次函数	201
5. 反比例函数	213

第13章

统计初步

本章知识结构	215
基本概念及知识点	215
典型例题	218
1. 总体和样本	218
2. 平均数	218



3. 中位数、众数	220
4. 方差	220
5. 频率分布	222
6. 应用问题	224

第14章

图形的初步认识

本章知识结构	226
基本概念及知识点	226
典型例题	232
1. 简单几何体	232
2. 线段、射线、直线	233
3. 角	234
4. 平行线的性质与判定	239

第15章

三角形

本章知识结构	245
基本概念及知识点	245
典型例题	250
1. 关于三角形的概念	250
2. 三角形的三边关系	250
3. 三角形的内角和	252
4. 全等三角形	253
5. 等腰三角形	255
6. 直角三角形	258
7. 本章常见题型	258

第16章

四边形

本章知识结构	263
基本概念及知识点	263
典型例题	267
1. 多边形及多边形的内角和	267
2. 平行四边形及其性质	269
3. 平行四边形的判定	269
4. 矩形、菱形	270
5. 正方形	275
6. 中心对称和中心对称图形	279
7. 梯形	280



第17章

相似形

本章知识结构	283
基本概念及知识点	283
典型例题	285
1. 比例线段、比例性质	285
2. 平行线分线段成比例定理	287
3. 相似三角形及性质	290
4. 相似三角形的判定	292
5. 相似三角形应用	293

第18章

解直角三角形

本章知识结构	298
基本概念及知识点	298
典型例题	301
1. 锐角三角函数的定义	301
2. 三角函数性质及应用	302
3. 解直角三角形	304
4. 解直角三角形的应用	306

第19章

圆

本章知识结构	311
基本概念及知识点	311
典型例题	320
1. 圆的概念及性质	320
2. 直线与圆的位置关系	325
3. 圆与圆的位置关系	332
4. 圆与正多边形	338



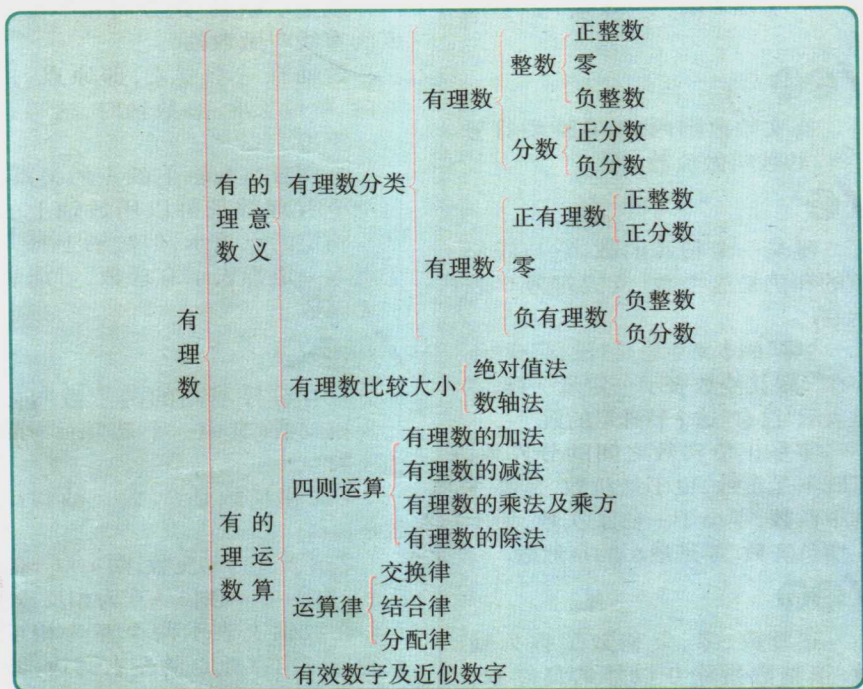


第1章

有理数



本章知识结构



基本概念及知识点



数字

数字也称数码,是用来记数的符号。现在世界上最常用的0,1,2,3,4,5,6,7,8,9十个阿拉伯数字是印度人发明的。

正数

为分清和表示相反意义的量,规定其中一种量为正的,另一种为负的,正的量用在数前面加符号“+”表示,如+1,+2,+3,...

$+\frac{1}{2}, +\frac{1}{3}, +\frac{5}{4}, \dots, +0.5, +1.2, \dots$ 等(通常省略掉“+”号), 这样的数字称为正数; 负的量用在数前面加符号“-”表示, 如 $-1, -2, -3, \dots, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{4}, \dots$ 等, 这样的数称为负数. 这里的“+”和“-”称为性质符号. 它们跟运算符号“+”(加)和“-”(减)是不同的.

负数

在实数范围内, 带有性质符号“-”的数叫做负数.

零

零是一个特殊的数, 它与任何数的和仍是这个数. 常以符号 0 表示它.

“零”的本来意思是“没有”或“不存在”, 跟其他数表示一定量一样, 零是表示“没有”这个特殊量的数.

零是正负实数之间的分界数, 零既不是正数, 也不是负数, 是唯一的中性数, 零小于一切正实数, 大于一切负实数. 零是最小的自然数.

整数

正整数、零、负整数统称为整数. 正整数指除 0 以外的自然数; 正整数的相反数称为负整数. 没有最大的整数, 也没有最小的整数.

分数

正分数和负分数统称为分数.

有理数

整数和分数统称为有理数.

数集

把一些数放在一起, 就组成一

个数的集合, 简称数集. 所有的有理数组成的数集叫做有理数集; 所有的整数组成的数集叫做整数集; 所有正数组成的数集叫做正数集; 所有负数组成的数集叫做负数集; 所有正整数与零组成的数集叫做自然数集.

数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

数轴有三个要素, 即原点、正方向、单位长度. 画数轴时, 这三者缺一不可.

有理数与数轴上的点的关系: 每一个有理数都可以用数轴上的唯一确定的点表示, 但数轴上每一个点不一定都表示有理数, 可能表示无理数.

相反数

只有符号不同的两个数叫做互为相反数(其中一个另一个的相反数).

0 的相反数是 0, 数 a 的相反数是 $-a$.

若 a, b 互为相反数, 则 $a+b=0$; 反之, 若 $a+b=0$ 则 a, b 互为相反数.

在数轴上表示两个互为相反数的点分别在原点的左右两边, 并且到原点的距离相等.

倒数

如果两个数的乘积为 1, 则这两个数互为倒数. 0 没有倒数.

绝对值

在数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值, 记作 $|a|$.

一个正数的绝对值是它本身;

零的绝对值是零;负数的绝对值是它的相反数.

即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

从而 $|a| \geq 0$.

有理数的大小比较

- (1) 正数都大于0,负数都小于0;
- (2) 正数都大于负数;
- (3) 两个负数,绝对值大的反而小.

有理数的加法法则

- (1) 同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加;
- (2) 绝对值不等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;
- (3) 互为相反数的两个数相加得零;
- (4) 一个数与零相加,仍得这个数.

加法交换律

两个数相加,交换加数的位置,其和不变.

即

$$a + b = b + a$$

加法结合律

三个数相加,先把前两个数相加,或者先把后两个数相加,和不变.

即

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

有理数减法法则

减去一个数,等于加上这个数的相反数.

即

$$a - b = a + (-b)$$

有理数乘法法则

两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数与零相乘,都得零.

几个不等于零的数相乘,积的符号由负因数的个数决定,当负因数有奇数个时,积为负;当负因数有偶数个时,积为正.

几个数相乘,有一个因数为零,积就为零.

乘法交换律

两个数相乘,交换因数的位置,积不变.

即

$$ab = ba$$

乘法结合律

三个数相乘,先把前两个数相乘,或者先把后两个数相乘,积不变.

即

$$(ab)c = a(bc)$$

乘法分配律

一个数与两个数的和相乘,等于把这个数分别与这两个数相乘,再把积相加.

即

$$a(b + c) = ab + ac$$

有理数的除法法则

除以一个数等于乘这个数的

倒数.

【零不能作除数】

两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除.

零除以任何一个不等于零的数, 都得零.

【有理数的乘方】

求几个相同因数的积的运算, 叫做乘方, 乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数, 其结果 a^n 被称作 a 的 n 次方, 或 a 的 n 次幂.

$$\begin{array}{ccc} \text{幂} & \boxed{a^n} & \text{指数} \\ & \downarrow & \\ & \text{底数} & \end{array}$$

正数的任何次幂都是正数;

负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数.

一个数可以看作这个数本身的一次方, 通常指数为 1 时可以省略不写.

【科学记数法】

把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq a < 10$, n 是比原数的整数位少 1 的自然数, 这种记数法叫做科学记数法.

【近似数】

接近准确数而不等于准确数的数被称作该准确数的近似数.

【精确度】

表示近似数精确程度的叫做精确度. 一般来说, 一个近似数四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位.

【有效数字】

一个近似数精确到哪一位, 从左边第一个不是 0 的数字起, 到这一位上所有数字 (包括其中的 0), 被称作这个近似数的有效数字.

【有理数混合运算的运算顺序】

【序】

- (1) 有理数的运算共分三级, 加法为一级运算, 乘除法为二级运算, 乘方、开方为三级运算.
- (2) 有理数的混合运算顺序为先算三级运算乘方, 开方, 再算二级运算乘除, 最后算一级运算的加减.
- (3) 如果有括号, 就先算小括号里的, 再算中括号里的, 然后算大括号里的. 对于同级运算, 按照从左到右的顺序进行.

典型例题

1. 有理数的概念与分析

【例 1】 说出下列各数哪些是正数, 哪些是负数, 哪些是整数, 哪些是分数?

$$-8, \frac{1}{3}, 0, -1\frac{1}{8}, 3.7, +10, -10.8.$$

【分析】 本题主要考查有理数的有关概念与分类.

解

正数有 $\frac{1}{3}$, 3.7, +10;

负数有 -8, $-1\frac{1}{8}$, -10.8;

整数有 -8, 0, +10;

分数有 $\frac{1}{3}$, $-1\frac{1}{8}$, 3.7, -10.8.



例题 2

a 一定是正数吗?
 $-a$ 一定是负数吗?

分析 在本题中, 初学代数的同学往往从习惯出发, 认为没有带“-”号的字母是正数, a 没有带“-”号, 所以它是正数. 事实上, “数”和“字母”是不同的, a 是没有带“-”号的字母, 而不是没有带“-”号的数. a 可以是任何数.

解

a 不一定是正数, 它可以是正数, 也可以是负数, 也可以是 0. $-a$ 不一定是负数, 当 a 是正数时, $-a$ 是负数; 当 a 是负数时, $-a$ 是正数; 当 a 是 0 时, $-a$ 是 0.



例题 3

一个物体沿着南北两个相反方向运动, 如果把向南的方向规定为正, 那么走 6 km, 走 -4.5 km, 走 0 km 的意义各是什么?

分析 在用正数和负数表示具有相反意义的量时, 如果规定一个量为正, 那么与它相反的量就为负. 在这里, 0 除了表示一个也没有之外, 还表示正数与负数的分界,

在实际问题中有确定的意义.

解

走 6 km 表示物体向南走 6 km, 走 -4.5 km 表示物体向北走 4.5 km, 走 0 km 表示物体原地不动.

2. 数轴



例题 4

画一条数轴, 并在数轴上分别表示出 $-2, 3\frac{1}{2}, 0, -4.5$, $1, -\frac{1}{3}$, 并且用“<”连接各数.

分析 画数轴不能缺少原点、单位长度、正方向这三个要素, 缺一不可. 要用数轴上的点来表示有理数, 关键是: ①看表示数的点在原点的左侧还是右侧; ②看点离原点几个单位长度. 比较大小可用数轴法, 即在数轴上右边的点表示的数总比左边的点表示的数大.

解

如图 1-1.

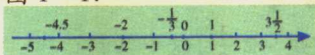


图 1-1

$$-4.5 < -2 < -\frac{1}{3} < 0 < 1 < 3\frac{1}{2}.$$

3. 相反数与倒数



例题 5

下列各对数:

$+(-6)$ 与 $+6$,

$-(+6)$ 与 -6 ,

$-(-6)$ 与 $-(+6)$,

$-(+6)$ 与 $+(-6)$,
 $+(+6)$ 与 $-(-6)$,
 $+6$ 与 $-(+6)$.
 其中,互为相反数的有

(A).

- A. 3 对 B. 4 对
 C. 5 对 D. 6 对

分析• 要判断两个数是否互为相反数,需要先化简符号,一个数的前面加上了“+”号,表示取原数;一个数的前面加上了“-”号,表示取原数的相反数,仅有符号不同的两个数叫做互为相反数,如+5和-5,+3与-3等.还要注意:0的相反数是0.

解

$$\therefore +(-6) = -6$$

$$-(+6) = -6$$

$$-(-6) = +6 = 6$$

$$+(+6) = +6 = 6$$

$\therefore$ 题中各对数依次是:-6与6,-6与-6,6与-6,-6与-6,6与6,6与-6,应选A.

例 6 一个数的倒数的相反数是 $-2\frac{1}{3}$,这个数是().

- A. 6 B. $-\frac{7}{3}$
 C. $\frac{3}{7}$ D. $2\frac{1}{3}$

分析• 可以设这个数为 a ,则它的倒数为 $\frac{1}{a}$,从而这个数的倒数的相反数是 $-\frac{1}{a}$.依题意应有 $-\frac{1}{a} = -2\frac{1}{3}$.从而 $a = \frac{3}{7}$.本题还可考虑

逆向思维,相反数是 $-2\frac{1}{3}$ 的数是 $2\frac{1}{3}$,而倒数是 $2\frac{1}{3}$ 的数是 $\frac{3}{7}$,从而这个数是 $\frac{3}{7}$.

解:C

例 7 有理数 a 等于它的倒数,有理数 b 等于它的相反数,则 $a^{2004} + b^{2004}$ 等于().

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

分析• 倒数等于本身的数只有1或-1;相反数等于本身的数只有0.从而 $a = \pm 1, b = 0$ 因此 $a^{2004} + b^{2004} = (\pm 1)^{2004} + 0^{2004} = 1$,选B.

解:B.

例 8 已知 a 和 $2b$ 互为相反数,且 $b \neq 0$,那么 a 的倒数是().

- A. $\frac{1}{2b}$ B. $-\frac{1}{2b}$
 C. $-\frac{2}{b}$ D. $2b$

分析• 因 a 和 $2b$ 互为相反数,所以 $a + 2b = 0$,

$$\therefore a = -2b$$

$$\therefore a \text{ 的倒数为 } -\frac{1}{2b}$$

解:B.

4. 绝对值

例 9 求下列各数的绝对值:

$$5, -3, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 3 - \pi.$$

分析• 一个数的绝对值在数轴上表示这个数所代表的点到原点