



小学生精典文库

小学数学 解题常见错误分析

黄云生 李光伯



湖南教育出版社



小学生经典文库

小学数学 解题常见错误分析

黄云生 李光伯

湖南教育出版社

小学数学解题常见错误分析

黄云生 李光伯

责任编辑:郑绍辉

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省望城湘江印刷厂印刷

787×1092毫米 32开 印张:7.875 字数:190000

1989年1月第1版 1998年10月第3版第3次印刷

印数:44801—47800

ISBN7—5355—0763—8/G·795

定价:10.20元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

前 言

分析学生解题错误是一个很有意义的研究课题,《小学数学解题常见错误分析》一书就是我们多年来研究的成果.愿它能成为小学生学习数学的得力助手,也愿它能成为教师教学的参谋和家长辅导孩子的工具.

本书共分为数的概念、四则计算、量的计量、几何初步知识、应用题、代数初步知识、比和比例七个部分,每个部分选取了适量的例题,每道例题都列举了学生常见的错误,并分析了产生错误的原因,揭示了发生错误的规律,有的还指出了纠正和防止错误的办法.书中把这些例题适当地进行了分类,以便从比较中发现规律、掌握规律.

本书的例题一部分是选自历年的小学毕业升学试题,而另一部分则选自我们长期积累的素材.升学考试试题都是各地精心设计的,它紧扣教学大纲和教材,不仅具有一定的代表性,而且与我们原来研究的材料相吻合,这样两者结合起来,使本书的内容更加翔实.

本书初版至今,已近10年了.随着对素质教育研究的深入,这一课题研究的意义越来越明显,在注重学生能力培养的要求下,本书再版时,我们又作了较大的修改和补充.

学生解题出现的错误千差万别,产生错误的原因也是多方面的.限于我们的水平,所选错例不一定很全面,分析也不一定很深刻,希望读者多批评、指正.

黄云生 李光伯
于湖南省教育科学研究所

目 录

一、数的概念	(1)
1. 整数	(1)
(1) 整数与自然数	(2)
(2) 多位数读写	(4)
(3) 数的整除	(9)
2. 小数	(16)
3. 分数和百分数	(27)
二、四则计算	(41)
1. 整、小数的四则计算	(41)
(1) 加法和减法	(41)
(2) 乘法	(48)
(3) 除法	(54)
2. 分数的四则计算	(68)
(1) 加法和减法	(69)
(2) 乘法	(74)
(3) 除法	(78)
3. 四则混合运算和简便运算	(83)
(1) 四则混合运算	(84)
(2) 简便运算	(95)
4. 文字题	(106)
三、量的计量	(111)
四、几何初步知识	(119)
1. 直线和线段	(119)

2. 平行和垂直	(121)
3. 角	(122)
4. 长方形和正方形	(124)
5. 三角形、平行四边形和梯形	(127)
6. 圆和扇形*	(133)
7. 平面组合图形	(137)
8. 长方体和正方体	(142)
9. 圆柱和圆锥	(146)
五、应用题	(150)
1. 简单应用题	(151)
2. 复合应用题	(156)
3. 典型应用题	(174)
(1) 求平均数问题	(174)
(2) 归一问题	(181)
(3) 行程问题	(186)
4. 分数、百分数应用题	(190)
(1) 求一个数是另一个数的几(百)分之几的应用题	(191)
(2) 求一个数的几(百)分之几是多少的应用题	(194)
(3) 已知一个数的几(百)分之几是多少,求这个数的应用题	(197)
(4) 较复杂的分数、百分数应用题	(201)
(5) 工程问题	(218)
六、代数初步知识	(229)
七、比和比例	(238)

一、数的概念

儿童从开始记事起,爸爸妈妈就扳着指头教他们数 1,2,3,4...,他们也慢慢地知道 3 个指头、3 颗糖、3 个人...都表示的是 3.可以说,他们就开始萌发了数的概念.但系统地建立数的概念还是从进学校后开始的,首先认识整数,再认识小数、分数、百分数.而建立数的概念,掌握有关数的基础知识,是学习数学的基础.当然,随着数学知识的丰富,又可以加深学生对数的有关知识的理解和掌握.正因为这样,学生是从数 1,2,3,4...就开始认识数了,但限于学生的年龄和知识水平,开始对数的知识的掌握也是很有限的,需要在以后的学习过程中不断加深理解.由于教和学的种种原因,往往有的学生对于数的认识相当模糊,有时甚至是错误的.因此,在解题过程中,常出现这样或那样的错误.

1. 整 数

整数是小学阶段主要的学习内容.学生对整数的有关知识的学习,最感困难的是多位数的读写,特别是含有 0 的多位数,最容易读错和写错.整数的知识内容还应包括“数的整除”,它涉及的概念与法则较多,如约数、倍数、质数、合数、奇数、偶数等概念,还有求最大公约数、最小公倍数、分解质因数等方法.对小学生来说有些概念比较抽象,难以理解和记忆.其中有的很容易混淆,因此解题时经常出错.

(1) 整数与自然数

例 1 判断题

(1) 整数就是自然数和 0. ()

(2) 自然数就是 1、2、3、4、5 等等这样的一列数. ()

(3) 最小的一位数是 0. ()

(4) 3 是由 3 和 0 组成的. ()

[解] (1)× (2)× (3)× (4)×

[常见错误]

(1)✓ (2)✓ (3)✓ (4)✓

[分析]

小学教科书里曾说过“自然数和零都是整数”，但这并不是给“整数”下的一个定义，而只是指出自然数和 0 都属于“整数”的范围。然而，有些人以为这就是整数的定义，并把它倒过来理解，说成“整数就是自然数和 0”，这样就把整数这一概念的外延缩小了，因为整数不仅包括自然数和 0，而且还包括负整数。

小学教科书里说“我们数物体时，用来表示物体个数的 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11… 叫做自然数。”这里自然数只指这一列数中的一个一个的数，1、2、3、4、5 等等这样的一列数叫做“自然数列”，“自然数”与“自然数列”是两个不同的概念。

十进制记数法，是利用 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 这十个数字符号，结合数位来记数的，并且规定了一个数最左边的数位（数的最高位）不能为 0，即不允许出现 0253、00368 的形式（编码除外）的数。像 0253、00368 之类的数码也不能称之为四位数、五位数。否则，对于一个数就无法确定它是几位数，也无法正确

记数了.对于一位数来说,它的最高位是个位,依据最高位不应为0的规定,最小的一位数就当然是1,而不是0了.

数的组成是在数数的基础上产生的,3是1和2组成或2和1组成,这里的1是1个计数单位,2是2个计数单位.0虽然也是一个数,但它不是计数单位,也不含计数单位.无论多少个0,都不可能组成一个自然数.也就是任何一个自然数,都不可能由0来组成.

例2 填空题

(1)个级的单位是(),亿级的单位是().

(2)和一万相邻的两个数分别是()和().

[解] (1)个级的单位是(一),亿级的单位是(亿).

(2)和一万相邻的两个数分别是(9999)和(10001).

[常见错误]

(1)个级的单位是(个位),亿级的单位是(亿级),或个级的单位是(个、十、百、千),亿级的单位是(亿、十亿、百亿、千亿).

(2)和一万相邻的两个单位分别是(十万位)和(千位).

[分析]

错解(1)的前种错误是把计数单位误填成了数位,这主要是对数位和计数单位的概念不清楚造成的.后种错误则把各个数位上的计数单位与每一级的计数单位混淆了.个级的单位应该是“一”,万级的单位是“万”,亿级的单位是“亿”.

错解(2)是把数与数位混淆了,概念不清是造成解题错误的主要原因,还有可能是由于学生粗心所致,因为题中的一万是用汉字表示的,没有用阿拉伯数字10000表示,因此容易产生错觉,把“一万”误认为是“万位”了,和万位相邻的两个数位就是

“十万位”和“千位”。

(2) 多位数读写

例 1 (1)一个数由五千三百个万,六个千组成,这个数写作();改写成以万为单位的数是()。

(2)一个数十万位上是 6,千位上是 5,百位上是 4,其他数位上都是 0,这个数是();四舍五入到万位记作()万。

〔解〕 (1)写作 53006000;是 5300.6 万。

(2)是 605400;记作 61 万。

〔常见错误〕

(1)写作 536000,把五千三百个万错写成五十三个万。

(2)是 6000005000400,题目条件本是一个数的各数位的值是多少,而这里却错误地按三个数的组成来写;记作 60 万,没有把千位上的数“5”入上来。

〔分析〕

产生上述错误的原因是对数位概念不清,没有掌握数的组成。如(1)题是分为两级说的,万级里是五千三百个万,个级里是六个千,如果我们按级先写出万级的五千三百个万,再写出个级的六个千,合起来就是 53006000。(2)题是按数位说的,如果我们记住十万是右起第六位,千是右起第四位,百是右起第三位,就很容易写出 605400。关键是要记住下面的数位顺序表(见 5 页表)。

至于要改写成以万为单位的数,一定要看清题目的要求,(1)题只要改写成以万为单位的数,要得精确值。那么只要在万位数

右下角记上小数点,再把小数末尾的零去掉。(2)题要四舍五入到万位,只要得近似值,那么必须根据千位上的数四舍五入。

亿 级			万 级				个 级			
…	百 亿 位	十 亿 位	千 万 位	百 万 位	十 万 位	万 位	千 位	百 位	十 位	个 位

例 2 (1)202005400 读作()。

(2)一个数由一个亿,五个千,三个十组成,这个数写作(),读作()。

(3)5046008000 读作()。

(4)805032005 读作()。

[解] (1)读作二亿零二百万五千四百。

(2)写作 10005030,读作一亿零五千零三十。

(3)读作五十亿四千六百万八千。

(4)读作八亿零五百零三万二千零五。

[常见错误]

(1)读作二亿二百万五千四百。

或:二亿零二百万零五千四百。

(2)读作一亿五千零三十。

(3)读作五十亿零四千六百万零八千。

(4)读作八亿零五百零三万二千零零五。

以上的错误是应该读出的“零”没有读,不该读出的“零”,又读出来了。

[分析]

产生上述错误的原因是因为没有掌握数中含“0”的读数法

则,现行小学数学教材规定:一个数中间有一个0或连续有几个0,都只读一个零,但每一级末尾的0不必读出来.像202005400中,万位、十万位、千万位上的几个0都是数中间的0,但万位、十万位的两个0是万级末尾的0,就不必读出来了,只要读出千万位上的0;5046008000中所有的0都是级末尾的0,都不要读出来;805032005中十位、百位上的两个0就只要读一个零;100005030中连续四个0只要读一个零.

纠正这种错误最好的办法是按级来读,每级开头和中间的0要读,每级末尾的0不读.如读202005400时,亿级读二亿,万级读零二百万(读开头的0,不读末尾的0),个级读五千四百,即二亿零二百万五千四百.

例3 380704005读作().

〔解〕 读作三亿八千零七十万四千零五.

〔常见错误〕

读作三千八百零七万四千零五.

或:三十八亿零七十万四千零五.

〔分析〕

这里都把最高位定错而读错了.很多学生读多位数时,都是先从个位起,按个、十、百、千、万…一直数到最高位,再从最高位往下读,因为数位较多,这样很容易数错,因此造成读数错误.为了定准最高位,首先可把多位数按级分开,然后按级读数,就不会出现上述错误.如读380704005,就可分为3 8070 4005三级(或每级间作一个记号),就能很快确定3是在亿位,读作三亿八千零七十万四千零五.

另外,按多位数中记分节号的习惯,是三位一节,与四位一

级不同,如果使用分节号,记清楚分节号前面的数位分别是千、百万、十亿,也能很快确定最高位在什么位.如 380,704,005.记上分节号后,就能确定 3 在亿位.

- 例 4 (1)九千万零二百零八写作().
(2)十五亿七千零六万零三百写作().
(3)三十亿零四十七万二千写作().
(4)十亿零三十万七千五百写作().

- [解] (1)写作 90000208.
(2)写作 1570060300.
(3)写作 3000472000.
(4)写作 1000307500.

[常见错误]

- (1)写作 90208,或:9000208.
(2)写作 157060300.
(3)写作 30472000,或:300472000.
(4)写作 10307500.

[分析]

我们读一下上面写错的各数就会发现(如 90208 读作九万零二百零八,10307500 读作一千零三十万七千五百),这些数都不是原来的数了.

产生上述错误的原因是:第一,没有记清数位顺序表;第二,没有掌握按级写数的法则;第三,对于零的读写法则产生混淆.如写九千万零二百零八,首先要定下“9”是在千万位,再定出“2”是在百位,“8”在个位,而其他数位上都是 0,就能写出 90000208.如果按级写,先确定这个数有万级和个级,万级是

9000万,个级是0208.再合起来就是90000208,这里关键是要写出千位上的0,也就是说,每级必须写出四位数.再如写十亿零三十万七千五百,先确定这个数有亿级、万级和个级,亿级是10亿,这个零不要漏写.万级是三十万,这是写数中的难点,它的千万位、百万位都是0,万位也是0,并且前两个0只读了一个零,后一个零没有读出来,因此这些零很容易漏写而产生错误,万级正确的写法是0030,个级是7500.所以这个数应写成1000307500.这里必须强调的是,由于读数时,数中间有一个0或者连续几个0都只读一个零,而写数时所有的0都要写出来,所以写数时常产生少写0的错误.因此,为了防止产生上述错误,写数时要注意两点:第一,要一级一级地写;第二,哪一位上一个单位也没有,就在那一位上写0.

例5 (1)最小的四位数和最大的三位数的差是().

(2)用0、2、9、7、5、8这六个数字写出的最小六位数是().用上述六个数字写出的最大的六位数是().

[解] (1) $1000 - 999 = 1$.

(2)205789. 987520.

[常见错误]

(1) $1111 - 999 = 112$,或 $1000 - 900 = 100$.

(2)257890,或025789. 908752.

[分析]

先要弄清数位和位数的概念,把数字按要求排列在一定的位上,这些数字就组成一个数,我们就把各个数字所占的位叫做数位.而位数是指一个整数所含有数位的个数,这是解答这

类题必须具备的基本知识.产生上述错误的主要原因是对于“0”认识模糊,0是表示没有,但它又能“占位”,如0不叫一位数,而10叫做两位数,100叫做三位数,而01、001中的0又没有意义,它们不是两位数和三位数.所以025789不是最小的六位数.1000是最小的四位数,1111不是最小的四位数,999是最大的三位数,900虽是三位数,但不是最大的.(2)题的解答,因为相邻两个数位间的进率都是10,那么写出最小的六位数时,一定要把非零的最小数字作最高位,再从小到大依次写出各位数得205789.而要写出最大的六位数时,一定要把最大的数字作最高位,再从大到小依次写出各位数得987520.

(3) 数的整除

例1 (1)下列算式中,能整除的算式是().

$$1.5 \div 0.5, 10 \div 4, 24 \div 6.$$

(2)判断题:18能被0.3整除().

[解] (1) $24 \div 6$.

(2)×

[常见错误]

(1) $1.5 \div 0.5, 10 \div 4, 24 \div 6$.

(2)✓

[分析]

产生上述错误的原因是不明白整除必须具备三个条件:①整数除以自然数;②商是整数;③余数为0. $1.5 \div 0.5$ 不合第①条, $10 \div 4$ 不合第②③条, $18 \div 0.3$ 也不合第①条,所以都不能叫做整除.只有 $24 \div 6 = 4$,才叫做24能被6整除.

例 2 分解质因数

(1) 把 180 分解质因数.

(2) 把 60 分解质因数.

$$\begin{array}{r} \text{[解]}(1) \quad 2 \overline{) 180} \\ \quad 2 \overline{) 90} \\ \quad \quad 3 \overline{) 45} \\ \quad \quad \quad 3 \overline{) 15} \\ \quad \quad \quad \quad 5 \end{array}$$

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5.$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 2 \overline{) 60} \\ \quad 2 \overline{) 30} \\ \quad \quad 3 \overline{) 15} \\ \quad \quad \quad 5 \end{array}$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5.$$

[常见错误]

$$180 = 4 \times 3 \times 3 \times 5, 60 = 2 \times 2 \times 15, 60 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5.$$

[分析]

产生上述错误的主要原因是对于分解质因数的概念不清. 把一个合数用质数相乘的形式表示出来, 叫做分解质因数. 因此, 这些相乘的因数必须是质数, 而 $180 = 4 \times 3 \times 3 \times 5$ 和 $60 = 2 \times 2 \times 15$ 中的 4 和 15 都是合数. $60 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 中的 1 既不是质数, 也不是合数. 这是在短除时没有用质数去除或除得的商还不是质数的缘故. 所以, 把一个合数分解质因数, 一定要用能整除这个合数的质数(通常从最小的开始)去除, 得出的商如果是质数, 就把除数和商写成相乘的形式; 得出的商如果是合数, 就照上面的方法继续除下去, 直到得出的商是质数为止; 然后把各个除数和最后的商写成连乘的形式.

例 3 求最大公约数和最小公倍数

(1) 12 和 8 的最大公约数是(), 最小公倍数是().

(2) 36 和 48 的最大公约数是(), 最小公倍数是();

(3)4、6和9的最大公约数是(),最小公倍数是().

(4)6、9和15的最大公约数是(),最小公倍数是().

(5)从10起的三个连续自然数是(),它们的最大公约数是(),最小公倍数是().

[解] (1)4,24.

(2)12,144.

(3)1,36.

(4)3,90.

(5)10,11,12. 1,660.

[常见错误]

(1)2,48. 或 24,4.

(2)4,432. 或 144,12.

(3)6,36.

(4)1,810.

(5)1,1320.

[分析]

(1)(2)题的第一种错误产生的原因是因为在求最大公约数和最小公倍数的过程中,只完成了下列步骤:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 8} \\ \underline{6 \ 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 48} \\ \underline{2 \overline{) 18 \ 24}} \\ \underline{9 \ 12} \end{array}$$

上面6和4,9和12都不是互质数,还应该用它们的公约数继续去除,直除到商为互质数为止.否则得到的公约数不是最大的,公倍数也不是最小的.