工程数学（线性代数）

双色印刷

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

组编/全国高等教育自学考试命题研究组
主审/中央财经大学 吴秉坚副教授

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

公共课程

（最新版）

北大燕园

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

工程数学(线性代数)

组　编　全国高等教育自学考试命题研究组

主　编　中央财经大学　吴秉坚副教授

图书在版编目（CIP）数据

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关．公共课类/吴秉坚主审．—北京：人民日报出版社，2004.10
ISBN 7-80153-955-9

Ⅰ．全…　Ⅱ．吴…　Ⅲ．公共课—高等教育—自学考试—自学参考资料　Ⅳ．G726.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 069165 号

书　　名：全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类
工程数学（线性代数）

主　　审：吴秉坚
责任编辑：紫　玉
装帧设计：赵鹏丽
文稿统筹：谭伟红
项目统筹：杨铁军

出版发行：人民日报出版社（北京金台西路 2 号　邮编：100733、电话：010-65369529，65369527）
经　　销：新华书店
印　　刷：北京市朝阳印刷厂

开　　本：880mm×1230mm　1/32
字　　数：2400 千字
印　　张：100 印张
印　　数：0001—5000 册
印　　次：2005 年 5 月第 1 版　第 2 次印刷

书　　号：ISBN 7-80153-955-9/G·524
定　　价：285.00 元

前言

本书是与全国高教育自学考试《工程数学　线性代数》自学考试大纲、教材相配套的辅导用书。

编写依据：

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《工程数学　线性代数自学考试大纲》；

2. 全国高等教育自学考试指导委员会组编的教材《工程数学　线性代数》（辽宁大学出版社，魏战线主编）。

本书的特点：

1. 以考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索，按最新体例分章节进行编写。每章均列有考点透视，并将每一章节可能出现的所有考核知识按考试题型编写同步跟踪强化训练题，以便考生扎实、准确掌握本章内容。

2. 对每一章的重点、难点部分进行解答并举例点评，又将本章近年出现过的考题进行分析，这对于考生全面把握教材内容，掌握重点、难点，正确解答各种题型，富有切实的指导意义。

3. 附录部分包括三套模拟试题、一套最新全真试题及参考答案，以便考生及时了解最新考试动态及方向。

为保证您顺利通过考试，我们建议您将本书与学苑出版社出版的《全国高等教育自学考试标准预测试卷》配套使用。

编　者

于中央财经大学

目录

附录：

第一章　矩阵和行列式

考点透视

本章主要考核矩阵的概念与运算;消元法;矩阵的初等变换;n 阶行列式的计算.要求掌握矩阵的初等变换及解线性方程组的消元法;熟练掌握矩阵的运算(包括线性运算,乘法、方阵的幂、转置和求逆矩阵);了解分块矩阵及其运算;知道行列式的定义;记住行列式的性质及按一行(列)展开法则;熟练掌握 2,3 阶行列式的计算;会计算简单的 n 阶行列式;掌握 Cramer 法则.

同步跟踪强化训练

一、单项选择题

1. 已知 A 是 n 阶方阵,k 是常数($k\neq 0$),则 $|-kA|=$ (　　)

   A. $k|A|$　　　　B. $k^n|A|$

   C. $-k|A|$　　　　D. $(-1)^n k^n|A|$

2. 若 $AB=0$,则 (　　)

   A. 必有 $A=0$　　　　B. 必有 $B=0$

   C. A,B 至少有一个为零　　　　D. A,B 都可能不是零

3. 下列说法正确的是 (　　)

   A. $(AB)^T=A^T B^T$　　　　B. $(AB)^T=(BA)^T$

   C. $(AB)^{-1}=(BA)^{-1}$　　　　D. $(BA)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

4. 若 $A=\begin{bmatrix}2&1&3\\1&0&1\\2&1&1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2&1&2\\1&0&1\\3&1&1\end{bmatrix}$，则 AB 为 （　　）

A. AA'　　　　B. $|AB|$

C. $\begin{bmatrix}14&5&8\\5&2&3\\8&3&5\end{bmatrix}$　　　　D. $\begin{bmatrix}14&5&8\\5&3&2\\8&3&6\end{bmatrix}$

5. 设 A 为 n 阶可逆方阵，则 $(A^{*})^{-1}=$ （　　）

A. $\dfrac{1}{\det(A)}A$　　　　B. $\dfrac{1}{\det(A)}A^{*}$

C. $\det(A^{-1})A^{-1}$　　　　D. $\dfrac{1}{\det(A^{*})}A$

6. 已知 A、B 均为 n 阶方阵且 $A\neq 0$，$AB=0$ 则 （　　）

A. $AB-BA=0$　　　　B. $B=0$

C. $(A+B)^2=A^2+B^2$　　　　D. $|A|=0$ 或 $|B|=0$

7. 已知 $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\0&2&1\\0&0&3\end{bmatrix}$，则 （　　）

A. A 不可逆　　　　B. A^{-1} 为下三角阵

C. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1&\frac{1}{2}&\frac{1}{3}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$　　　　D. 以上都不对

8. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}0&0&-1&-1&2\\1&4&-1&0&2\\-1&-4&2&-1&0\\2&8&1&1&0\end{bmatrix}$ 的阶梯型为 （　　）

A. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$
B. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$
D. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

9. 已知矩阵 A,B 则 （　　）

A. 当 A,B 均为方阵时，$|AB|=|BA|$

B. 无论 A,B 是否为方阵，均有 $|AB|=|BA|$

C. 当 A,B 为方阵时 $AB=BA$

D. 无论 A,B 是否为方阵，均为 $AB=BA$

10. 设有矩阵 $A_{m\times n}$,$B_{m\times s}$,$C_{s\times m}$ 则下列运算有意义的是 （　　）

A. $(A+B)C$　　B. $A'(B+C')$

C. ABC　　D. BCA'

11. 已知矩阵 $A=\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{array}\right]$ 的分块阵，$A_{11}=[2,1]$

$A_{12}=[1,4]$　$A_{21}=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$　$A_{22}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 则下列说法正确的是 （　　）

A. 分块阵 $A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ 显然是二阶方阵

B. 分块阵 A 与同形的分块阵 B 可以相乘

C. 分块阵 A 与同形的分块阵可以相加

D. $A'=\begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix}$

12. 设 A 为 m 阶方阵，B 为 n 阶方阵，$C=\begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix}$，则 $|C|=$ （　　）

A. $|A||B|$　　　　B. $-|A||B|$

C. $(-1)^{m+n}|A||B|$　　　　D. $(-1)^{mn}|A||B|$

13. 设 $|A|=|a_{ij}|$ 为 n 阶行列式，则 $a_{12}a_{23}a_{34}\cdots a_{n-1,n}a_{n1}$ 在行列式中符号为 （　　）

A. 正　　　　B. 负

C. $(-1)^n$　　　　D. $(-1)^{n-1}$

14. 如果 n 阶行列式中等于零的元素个数大于 n^2-n，那么此行列式的值为 （　　）

A. 0　　　　B. 1

C. -1　　　　D. 2

15. $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}-a_{21} & a_{32}-a_{22} & a_{33}-a_{23} \end{bmatrix}$，

$P_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，令 $P_2P_1A=B$，则 $P_2=$ （　　）

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$　　　　B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$　　　　D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

16. 设 $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{13} & -a_{12} \\ a_{21} & a_{23} & -a_{22} \\ a_{31} & a_{33} & -a_{32} \end{bmatrix}$，

$P_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$P_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，则　　（　　）

A. $P_1P_2A=B$　　　　B. $P_2P_1A=B$

C. $AP_1P_2=B$　　　　D. $AP_2P_1=B$

17. 已知 $A=\begin{bmatrix} B & C \\ 0 & D \end{bmatrix}$ 为分块阵，且 B，D 均为方阵，$|A|\neq 0$ 则　　（　　）

A. B，D 均可逆　　　　B. D 可逆，B 不可逆

C. B 可逆，D 不可逆　　　　D. B，D 均不可逆

18. 设 A，B，C 为 n 阶方阵，若 $AB=BA$，$AC=CA$，则 $ABC=$　　（　　）

A. ACB　　　　B. CBA

C. BCA　　　　D. CAB

19. 设 A，B，C 均为 n 阶矩阵，且 $ABC=I$，则必有　　（　　）

A. $ACB=I$　　　　B. $CBA=I$

C. $BAC=I$　　　　D. $BCA=I$

20. A，B 为 n 阶方阵，满足等式 $AB=0$，则必有　　（　　）

A. $A=0$ 或 $B=0$　　　　B. $A+B=0$

C. $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　　　D. $|A|+|B|=0$

21. 已知 $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}X=\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$，则 $X=$　　（　　）

A. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -23 & 8 \end{bmatrix}$　　　　B. $\begin{bmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 23 \end{bmatrix}$　　　　D. $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 2 & -23 \end{bmatrix}$

22. 设 A 是 n 阶对称矩阵，B 是 n 阶反对称矩阵，则下列矩阵中反对称矩阵是　　　　(　　)

A. BAB　　　　B. ABA

C. $ABAB$　　　　D. $BABA$

23. 若 A，B 均为 n 阶可逆阵，则　　　　(　　)

A. 存在可逆阵 T，使 $T^{-1}AT=B$

B. $AB=BA$

C. 存在可逆阵 P 和 Q，使 $PAQ=B$

D. 存在可逆阵 T 使 $T'AT=B$

24. 设 A 为 n 阶方阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，则 $|A||A^*|=$　　(　　)

A. $|A|$　　　　B. $|A|^n$

C. $|A|^{2n}$　　　　D. $|A|^{2n-1}$

25. $A^2=E$，则以下结论正确的是　　　　(　　)

A. $A-E$ 可逆　　　　B. $A+E$ 可逆

C. $A\neq E$ 时，$A+E$ 可逆　　　　D. $A\neq E$ 时，$A+E$ 不可逆

26. 行列式 $\det\begin{bmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}=$　　　　(　　)

A. $(a-b)^3$　　　　B. $(b-a)^3$

C. $(a+b)^3$　　　　D. $(a-b)^2$

27. 已知矩阵 $A=\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 & 1 & -4 \\ -1 & -7 & 9 & -4 & -5 \end{vmatrix}$，则 $AX=0$ 的自由未知量的个数为　　　　(　　)

A. 2　　　　B. 3

C. 1　　　　D. 1

28. 设 n 阶方阵 A,B,C 满足关系式 $ABC=E$，其中 E 是 n 阶单位阵，则必有　　（　　）

A. $ABC=E$　　　　B. $CBA=E$

C. $BAC=E$　　　　D. $BCA=E$

29. 行列式 $\det\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots\cdots & 0 & 0 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \\ 0 & 0 & 0\cdots\cdots & a_{n-1} & 0 & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3}\cdots\cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} & \end{bmatrix} =$　　（　　）

A. 0　　　　B. $(-1)^{n+1}a_1a_2a_3\cdots a_{n-1}a_{nn}$

C. $a_1a_2\cdots a_{n-1}a_{nn}$　　　　D. $a_{n1}a_{n2}\cdots a_{n,n-1}a_{nn}$

30. A,B 均为 n 阶方阵，则 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 成立充要条件是　　（　　）

A. $A=B$　　　　B. $AB=BA$

C. $B=0$　　　　D. $B=E$

31. 已知 A 可逆则必有　　（　　）

A. $A^{-1}=\frac{1}{A}$　　　　B. $A^{-1}=\frac{1}{|A|}$

C. $A^*=|A|A^{-1}$　　　　D. A^* 不可逆

32. 若 $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，则　　（　　）

A. 由于 $|A|\neq 0$，所以 A 不可逆

B. $|A|=0$

C. A^{-1} 不存在

D. A 可逆

33. 设 $A,B,A+B,A^{-1}+B^{-1}$ 均为 n 阶可逆矩阵,则 $(A^{-1}+B^{-1})^{-1}$ 等于 (　　)

A. $A^{-1}+B^{-1}$　　　　B. $A+B$

C. $A(A+B)^{-1}B$　　　　D. $(A+B)^{-1}$

34. 若 $A\sim B$ 则 (　　)

A. A 为 n 阶方阵,B 为 m 阶方阵

B. A,B 为任意阶矩阵

C. A 为 $n\times m$ 矩阵,B 为 $n\times m$ 矩阵

D. A 为 n 阶方阵,B 为 n 阶方阵

35. 已知 B,C 是 n 阶方阵,则 (　　)

A. $|AB|=|BA|$　　　　B. $AB=BA$

C. $|A-B|=|B-A|$　　　　D. $|A|+|B|=|A+B|$

36. 已知 A 为 n 阶方阵,且满足 $A^2-A-2E=0$ 则必有 (　　)

A. A 不可逆　　　　B. $A-E$ 可逆

C. $A=E$　　　　D. $A=-E$

二、填空题

1. $\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 5\end{bmatrix}^{-1}=$________.

2. $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\1 & -1 & 0\\0 & 1 & 1\end{bmatrix}$,则 $A'=$________.

3. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & -1\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$,则 $AB=$________,

$BA=$________.

4. $A=[1,-1,2]$, $B=\begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 3\\ 4 & 2 & 1\end{bmatrix}$

则 $AB=$______, $B'A'=$______.

5. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ -2 & -1 & -2\\ 4 & 3 & 3\end{bmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1}=$________.

6. 已知 $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, 则 $A=$________.

7. 已知 $A_{11}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$, $A_{12}=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$A_{21}=[3,2]$, $A_{22}=[5,1]$ 且 $A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}$,

则 $A'=$________.

8. 已知 $A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12}\\ B_{21} & B_{22}\end{bmatrix}$是属于同种类型的分块阵(其中 A_{ii}, B_{ii} 均为方阵), 则 $AB=$________

9. 已知下三角阵 $A=\begin{bmatrix}a_{11} & 0 & \cdots & 0\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}$, 则 $|A|=$________.

10. 已知 $D=\begin{bmatrix}2 & 1 & 0 & 4\\ 1 & 2 & 1 & 3\\ 2 & 0 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 4 & 2\end{bmatrix}$选定第 2, 3 行, 第 2, 4 列得到一个二级子式 $M=$________, 余子式为________.

11. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{2}\end{bmatrix}$ 则 $(A^*)^{-1}=$________.

12. 已知矩阵方程 $AX+B=3C$，其中

$A=\begin{bmatrix}1 & 2 \\ 0 & 1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 1 \\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}1 & 0 \\ 1 & 1\end{bmatrix}$

则 $X=$________.

13. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & -6\end{bmatrix}$，利用公式 $A^{-1}=\frac{A^*}{|A|}$，

求出 $A^{-1}=$________.

14. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，则 $A^n=$________.

15. 已知 $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$，则 $|A|=$________.

16. 已知 $A=\begin{bmatrix}0 & C \\ B & 0\end{bmatrix}$，$B$、$C$ 可逆，则 $A^{-1}=$________.

17. 已知 A，B 为 n 阶方阵，则 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 与 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ 成立的充要条件是________.

18. 设 $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，则 $A^*=$________.

19. 设 $P=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$, $Q=\begin{bmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{bmatrix}$.

令 $A=PBQ$,则 $A^n=$________.

20. 设 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$,则 $(A+3I)^{-1}(A^2-9I)=$________.

21. 设 $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 2 & 2 & 5\\ 1 & -1 & 1 & 3\end{bmatrix}$,则 A 的逆矩阵 $A^{-1}=$________.

22. 设 A 为 3 阶方阵,且 $|A|=4$,则 $|(\frac{1}{2}A)^2|=$________.

23. 设 $A=\frac{1}{2}(B+I)$,则当且仅当 $B^2=$________时,$A^2=A$.

24. 设 A,B 为 3 阶矩阵,I 为 3 阶单位矩阵,满足 $AB+I=A^2+B$.

已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}$,则 $B=$________.

25. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$,则 $|AB|=$________,

$|BA|=$________.

26. 已知 $A=\begin{bmatrix}k & 0 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, $k\neq 0$,则 $A^{-1}=$________.