

大学物理学习指导

谢兴盛 主编

PHYSICS



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

大学物理学习指导

谢兴盛 主编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 提 要

本书是《大学物理》(上、下)配套的辅导教材。本书依据大学物理课程教学的基本要求,内容覆盖了所有需要掌握的基本理论和方法。书中对每章的教学重点和主要内容做了明确的提示,精选的例题有助于提高读者的解题能力,对《大学物理》(上、下)中的思考题与习题给出了参考解答。

本书可供工科院校各专业师生参考,也可供自学考试、电视大学及成人教育理工类的读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/谢兴盛主编. —北京:电子工业出版社,2005.7

ISBN 7-121-01434-3

I. 大... II. 谢... III. 物理学—高等学校—教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 064884 号

责任编辑:章海涛 特约编辑:叶皓彤

印 刷:北京牛山世兴印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×980 1/16 印张:20.5 字数:490 千字

印 次:2005 年 7 月第 1 次印刷

印 数:5000 册 定价:28.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

总 序

“大学物理”立体化教材建设系列是电子科技大学“十五”精品教材立项项目,该系列包括大学物理(上、下)、大学物理学习指导以及大学物理实验(三个分册)。

一套精品教材,应系统体现“授人以渔”的教学思想。“授人以渔”,首先要选择那些能够承载“渔”之方法的知识体系。这些知识体系应具有清晰、简捷、严密、完整的逻辑结构,并反映在研究目标前提下的开放和动态发展过程中。其次,结合知识的结构体系,教材应系统地归纳该学科的普遍研究方法,将知识体系的学习作为这些方法成功应用的典型事例,阐述研究方法在建立学科知识结构体系过程中的重要作用,使学生形成研究该学科的方法体系。第三,强调学习与探索过程的相互渗透。学习过程与探索过程在本质上是一致的,在教材中留出一定空间,让学生感知、体验人类认知的真实过程,是使学生形成其“学科意识”最有效的途径之一。第四,强调教材与科技发展的前沿相结合。用科技发展的最新观念与成果去阐释、佐证、更新传统教学内容之内涵,引领学生逐步进入学科前沿,明了所学之所用,激发他们求知与探索的兴趣,体现教材与时俱进的特色。

与同类教材相比,这套教材有以下特点。

(1) 立体化教材建设的特色。整套教材由电子科技大学物理电子学院组织有丰富教学经验的教师编写,并坚持开展了经常性的教材编写交流活动,全套教材具有统一的编写风格,并配备了辅导教材、选修课程教材和教学资源库(光盘),建设了网上教学平台等。

(2) 教学内容的结构化组织特色。在教材内容选择与组织方面,编写者注重在学科研究目的的指引下逻辑而简洁地开展各部分教学内容,强调各教学内容之间内在的逻辑联系及它们在各学科理论体系中的地位 and 作用,并对各教学内容做了相应整合,删除了部分与高中相重复或部分过于定性的后续专业课程的教学内容,简化了相关教学内容的递进环节,适当加深了教材的数理基础。这些措施使教材既体现了较为完整的知识结构体系,同时又加强了学生的数理基础。

(3) 强调方法结构特色。逻辑地展开各教学内容及各教学内容相关背景知识介绍,本身就体现了人类认知自然的方法论进步。同时,教材还在相应章节重点介绍相应的物理学研究方法,如实验方法、模型化方法、定量与半定量方法、类比方法和简单性与对称性原理等。在一定程度上,教材力图以物理学知识体系为典型范例,介绍人类在探索自然过程中认知方法的进步过程。

(4) 教与学相互渗透特色。通过在教材中引入课程设计、小课题研究、数字化电子作业、文献阅读、读书笔记、创新实验设计等系列措施,本教材力图使学生在“做”中“学”和在“学”中“做”,加强学生的科研体验。在体验过程中,使学生形成动态的知识结构与方法结构体系,破除对科学的神秘与敬畏感。

(5) 与时俱进特色。从教材内容到例题、习题,教材都尽可能地用最新科技成果去组织传统教学内容,并在教材各章节,列出了大量相关的最新科技文献,力图使学生在基础课程的学习

习过程中了解物理学及相关科技发展的前沿动态。

令人欣慰的是,近年来,国内许多高校先后实施了院系调整、学科建设与精品课程建设等系列改革,这标志着高等教育改革进入了一个实质性改革的新阶段。编者在大学物理、大学物理实验、大学物理相关的选修课程等方面进行了大量的教改尝试,取得了一些教学成果,也获得了许多教学经验,这些教材融入了他们这些年来的教学经验和成果,希望能为学习和教授该课的读者提供一些帮助。

刘盛纲

2005年6月

前 言

《大学物理学习指导》全书共 19 章,与《大学物理》(上、下)(杨宏春、孙云卿、雷雨编写)配套使用,本书对教材中的思考题和习题都给出了解答,以供使用该教材的老师 and 同学们参考。当然,本书在章节的编排上相对于教材有其独立性,保持了作为指导书的特征,对于不使用该教材的各类理工科学生学习大学物理时,本书也不失为一本好的参考书。

大学物理是高等工科院校各种专业学生的一门重要的必修基础课,它对于培养学生的科学素质和创新能力起着不可替代的重要作用。大学物理的习题是帮助学生理解和掌握物理学的基本概念、基本规律、基本方法的必要手段,也是培养学生学会用科学的思想方法分析问题和解决问题的有效途径。为了帮助学生学好大学物理课程的基本理论和解题方法,我们根据长期教学研究和教学改革的实践经验编写了本书。

本书依据大学物理课程教学的基本要求,覆盖了需要掌握的基本理论和方法。选材的类型既有从生产实践中提炼出的理想模型,注重学生的基本分析能力和计算能力的训练,又有联系现代科学技术的题目,使学生认识各种物理规律的价值,还有需要研究的实际问题,通过删除次要因素、突出主干的简化处理,再作进一步研究,以利于学生科学素质的培养与提高。选题的内容力求全面,使学生接触到各种难易适度、形式不同、提问角度不同的题目。但不少学生在解答物理问题时有一些困难,特别是缺少辅导者时困难会更多一些。编写本书的目的就是希望能帮助理工科大学学生对物理学的基本内容理解得更深一些,运用得更活一些,并希望有助于广大自学者和已经学完大学物理的读者,在原有基础上总结提高,增强解答物理问题的能力。

本书每章按学习要求、内容提要、解题示例、思考题、习题 5 个部分编写。学习要求中指出了每章学完之后要了解、要理解和要掌握的内容。内容提要指出本章的基本概念、规律和方法。解题示例中列举了一些典型的能突出本章内容的,且通过对该题的解答能举一反三地解答本章其他习题功效的习题,并对有的习题进行了分析并指出了常用的方法,或者指出了解题依据,或者点明了解题的关键步骤和方法,旨在帮助学生学会用基本理论去分析、判断、计算题意,以便学生深入理解基本内容,熟练掌握解题的思路和方法。思考题和习题是《大学物理》教材中各章的思考题和习题,由负责编写该章教材的老师编写(力学、振动和波由杨宏春编写,热学由许青春编写,电磁学由孙云卿编写,波动光学由张涛编写,狭义相对论和量子物理部分由雷雨编写),并给了参考解。学生最好是自己在做了习题后核对答案,或作题很困难时再查阅。我们不希望读者没有通过必要的努力就匆忙去看题解,若演算某章习题常遇到障碍而需要求助于题解,这表明你对本章内容尚未很好理解,最好的办法是再认真复习一次该章的基本概念,直到全部弄懂为止,这是我们的愿望。

本书对于接受远程教育、电大、夜大和各种成人高等教育的学生来说肯定是一本好的学习参考书。

本书在编写过程中,得到了电子科技大学教务处和基础物理教研室的大力支持,特别是杨宏春老师在本书的编写过程中提出了很多宝贵的意见,并提供了一些好的例题,编者在此致以衷心的感谢。本书不免有疏漏和错误之处,希望广大老师和读者不吝指正。

谢兴盛
2005年6月

目 录

第 1 章 运动学	1
一、学习要求	1
二、内容提要	1
三、解题示例	2
四、思考题	9
五、习题	10
第 2 章 质点动力学	12
一、学习要求	12
二、内容提要	12
三、解题示例	14
四、思考题	31
五、习题	36
第 3 章 刚体力学	48
一、学习要求	48
二、内容提要	48
三、解题示例	49
四、思考题	55
五、习题	56
第 4 章 振动学基础	63
一、学习要求	63
二、内容提要	63
三、解题示例	65
四、思考题	71
五、习题	73
第 5 章 波动学基础	81
一、学习要求	81
二、内容提要	81
三、解题示例	83
四、思考题	89
五、习题	93
第 6 章 狭义相对论	100
一、学习要求	100
二、内容提要	100
三、解题示例	101
四、思考题	108

五、习题	109
第7章 统计物理初步	112
一、学习要求	112
二、内容提要	112
三、解题示例	113
四、思考题	119
五、习题	120
第8章 热力学	124
一、学习要求	124
二、内容提要	124
三、解题示例	126
四、思考题	133
五、习题	136
第9章 气体和凝聚态	140
一、学习要求	140
二、内容提要	140
三、解题示例	143
四、思考题	145
五、习题	145
第10章 静电学	147
一、学习要求	147
二、内容提要	147
三、解题示例	149
四、思考题	163
五、习题	166
第11章 静磁学	179
一、学习要求	179
二、内容提要	179
三、解题示例	180
四、思考题	191
五、习题	193
第12章 变化的电磁场	205
一、学习要求	205
二、内容提要	205
三、解题示例	207
四、思考题	219
五、习题	225
第13章 光的干涉	239
一、学习要求	239
二、内容提要	239

三、解题示例	241
四、思考题	246
五、习题	248
第 14 章 光的衍射	254
一、学习要求	254
二、内容提要	254
三、解题示例	255
四、思考题	260
五、习题	263
第 15 章 光的偏振	268
一、学习要求	268
二、内容提要	268
三、解题示例	269
四、思考题	271
五、习题	273
第 16 章 早期量子理论	277
一、学习要求	277
二、内容提要	277
三、解题示例	279
四、思考题	285
五、习题	287
第 17 章 量子力学基础	293
一、学习要求	293
二、内容提要	293
三、解题示例	295
四、思考题	301
五、习题	303
第 18 章 固体的能带结构	307
一、学习要求	307
二、内容提要	307
三、解题示例	308
四、思考题	309
五、习题	310
* 第 19 章 粒子物理学简介	311
一、学习要求	311
二、内容提要	311
三、解题示例	312
四、思考题与习题	314

第1章 运 动 学

一、学习要求

1. 正确理解运动参照系的意义,能用适当的坐标系描述质点的运动。
2. 正确理解运动叠加原理和描述质点运动的位置矢量、位移、速度以及加速度(包括切向加速度和法向加速度)等量的物理意义。
3. 掌握两大类运动学问题的计算方法:已知运动方程求速度和加速度,以及根据给定的加速度和运动的初始条件求速度和运动方程。
4. 掌握运动合成和相对运动的矢量运算方法和分量解析法。

二、内容提要

1. 参考系

参考系是指描述物体运动时用作参考的其他物体。参考系的定量化即在此参考系上建立固定的坐标系。

2. 描述质点运动的基本物理量

(1) 线量

位置矢量(矢径):

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

位移矢量(位移):

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k}$$

速度矢量(速度):

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

加速度矢量(加速度):

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k}\end{aligned}$$

一般地

$$|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta r, |\Delta \mathbf{v}| \neq \Delta v$$

注意: 矢径、位移、速度、加速度均具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性。

(2) 角量

角坐标:

$$\varphi$$

角位移:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

角速度:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R}$$

角加速度:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

(3) 线量与角量的关系

$$s = R\varphi \quad (s \text{ 是圆心角 } \varphi \text{ 对应的弧长})$$

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha \quad (\text{沿切线方向})$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \quad (\text{指向圆心})$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_t$$

3. 运动方程

质点是力学中经过简化有一定适用范围的理想模型。质点的位置可用给定坐标系中的坐标 (x, y, z) 和位置矢量 $\mathbf{r}$ 表示。坐标 x, y, z 就是 $\mathbf{r}$ 在对应坐标轴上的分量。

$\mathbf{r}$ 或其分量关于时间 t 的函数式为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

称为质点的运动方程。

4. 相对运动

用 $\mathbf{r}_{AC}$ 、 $\mathbf{r}_{AB}$ 和 $\mathbf{r}_{BC}$ 分别表示 A 物体相对于参照物 C、A 物体相对于参照物 B 和 B 物体相对于参照物 C 的位置矢量。A, B, C 三物体有相对运动, 则有:

$$\mathbf{r}_{AC} = \mathbf{r}_{AB} + \mathbf{r}_{BC} \quad \text{和} \quad \mathbf{r}_{AB} = -\mathbf{r}_{BA}$$

位移:

$$\Delta\mathbf{r}_{AC} = \Delta\mathbf{r}_{AB} + \Delta\mathbf{r}_{BC} \quad \text{和} \quad \Delta\mathbf{r}_{AB} = -\Delta\mathbf{r}_{BA}$$

速度:

$$\mathbf{v}_{AC} = \mathbf{v}_{AB} + \mathbf{v}_{BC} \quad \text{和} \quad \mathbf{v}_{AB} = -\mathbf{v}_{BA}$$

5. 两类运动学问题

(1) 已知运动方程通过微分由定义求速度、加速度和运动轨迹——求导。

(2) 已知加速度 $\mathbf{a}$ 和初始条件 $\mathbf{v}_0$ 、 $\mathbf{r}_0$, 求速度和运动方程, 一般应该求解微分方程, 在 $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$ 的简单情况下, 可以通过积分求解。

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \int_0^t \mathbf{a}(t) dt, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \int_0^t \mathbf{v}(t) dt.$$

三、解题示例

例 1-1 已知一质点沿 x 轴作直线运动, t 时刻的坐标为: $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI 制)。

求: (1) 第2秒内的平均速度; (2) 第2秒末的即时速度; (3) 第2秒内的平均速率。

解: (1) 第2秒内的平均速度为:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} i = \frac{x(2) - x(1)}{1} = -0.5 i (\text{m/s}) \quad (\text{如何理解平均速度前的负号?})$$

(2) 第2秒末的即时速度为:

$$v = \frac{dx}{dt} i = (9t - 6t^2) i$$

当 $t = 2\text{s}$ 时, $v = -6 i (\text{m/s})$ 。

(3) 因 $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, 要求直线运动中的路程, 首先应当判断物体运动方向是否有改变, 即判断速度的方向是否有改变, 由问题(2)知道物体运动方向发生改变, 令

$$v = 9t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

则

$$\Delta s = |x(1.5) - x(1)| + |x(2) - x(1.5)| = 2.25 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 2.25 \text{ m/s}$$

说明: 求解平均速率前, 一定要考虑物体运动方向是否有改变。

例 1-2 如图 1.1 所示, 在离水面高度为 h 的岸边, 有人用绳子拉船靠岸, 收绳的速度恒为 v_0 , 求船在离岸边的距离为 s 时的速度和加速度。

解: 以 l 表示从船到定滑轮的绳长, 则

$$v_0 = -dl/dt$$

由图可知, $s = \sqrt{l^2 - h^2}$, 则船的速度为

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \frac{dl}{dt} = -\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{s} v_0$$

负号表示船在水面上向岸靠近。

船的加速度为

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = -\left[\frac{d}{dl} \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \right) v_0 \right] \frac{dl}{dt} \\ &= -\frac{h^2 v_0^2}{s^3} \end{aligned}$$

负号表示的方向指向岸边, 因而船向岸边加速运动。

例 1-3 描述以角速度 ω 作半径为 R 的匀速圆周运动的质点的运动状态, 并证明其速度方向沿圆周切线方向, 加速度方向指向圆心。

解: 如图 1.2 所示建立坐标系。

其运动学方程为:

$$x = R \cos \omega t, y = R \sin \omega t$$

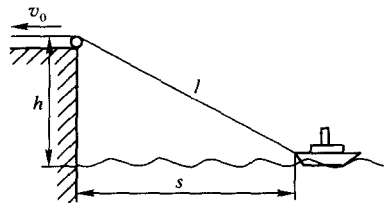


图 1.1 例 1-2 图

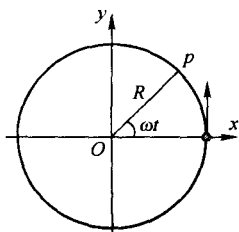


图 1.2 例 1-3 图

或

$$\mathbf{r}(t) = R\cos\omega t\mathbf{i} + R\sin\omega t\mathbf{j}$$

其轨道方程为:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

其速度为:

$$\mathbf{v}(t) = -R\omega\sin\omega t\mathbf{i} + R\omega\cos\omega t\mathbf{j}$$

其加速度为:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}(t) &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\omega^2 R\cos\omega t\mathbf{i} - \omega^2 R\sin\omega t\mathbf{j} \\ &= -\omega^2 \mathbf{r}\end{aligned}$$

负号表示加速度方向指向圆心。

(1) 证明其速度方向沿圆周切线方向。

由速度 $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{r}$ 的表达式有: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = 0$, 即速度方向沿圆周切线方向。

(2) 由加速度表达式, 显然加速度方向与径向方向相反。

说明:

① 对物体运动状态的描述, 就是给出描述物体运动状态所有参量的表达式, 即运动方程、轨道方程、速度、加速度。同样, 分析物体的运动状态也必须完整分析物体的这几个状态参量, 缺一不可。

② 讨论矢量方向的通用方法是: 证明该矢量的单位矢量与一已知矢量的单位矢量的标积, 从而确定其方向。

③ 求质点运动方程或轨道方程的一般方法是: 首先求出各分量坐标随时间变化的函数关系式, 然后求得运动方程或轨道方程。

例 1-4 判断下列写法是否正确?

$$(1) a = \frac{dv}{dt}; (2) a_t = \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|; (3) a_t = \frac{|d\mathbf{v}|}{dt};$$

$$(4) v = \frac{dr}{dt}; (5) \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} = v。$$

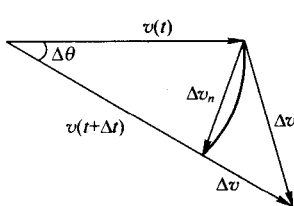
解: (1) 错, 应是 $a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$, 而 $a = |\mathbf{a}| = \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|。$ (2) 错, 应是 $a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$, 因 $\left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right| = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}。$ 

图 1.3 例 1-4 解图

(3) 错, 因 $\frac{|d\mathbf{v}|}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\Delta v_n^2 + \Delta v_t^2}}{\Delta t}$, 而

$$a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta|\mathbf{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\mathbf{v}(t+\Delta t)| - |\mathbf{v}(t)|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \frac{dv_t}{dt}$$

显然, $\frac{|d\mathbf{v}|}{dt} \neq \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$ 。类似地, $\frac{|d\mathbf{r}|}{dt} \neq \frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$ (见图 1.3)。

(4) 错, 应是 $v = \frac{ds}{dt}。$

(5) 正确, 这一结论普遍成立。

例 1-5 飞机罗盘显示飞机机头以速度 215 km/h 向正东飞行, 风速为 65 km/h, 风速方向正北。求: (1) 飞机相对于地面的速度; (2) 飞机欲向正东飞行, 机头应指向什么方位?

解: (1) 解法 1: 描述对象: 飞机; 静止系: 地面; 动系: 风。

确定绝对速度、相对速度、牵连速度:

$v_{\text{绝}}$ = 飞机相对于地面的速度

$v_{\text{相}}$ = 飞机相对于风的速度 = 215 km/h, 正东

$v_{\text{牵}}$ = 风相对于地面的速度 = 65 km/h, 正北

利用公式的物理意义列方程并求解。

由绝对速度 = 相对速度 + 牵连速度, 则飞机相对于地面的速度为

$$v = \sqrt{215^2 + 65^2} = 225 \text{ (km/h)}$$

$$\alpha = \arctan \frac{65}{215} = 16.8^\circ$$

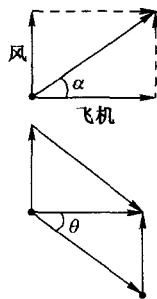
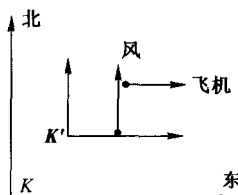


图 1.4 例 1-5 解图

解法 2: 已知: $v_{\text{机风}} = 215i$, $v_{\text{风地}} = 65j$, 求 $v_{\text{机地}} = ?$

由相对运动速度合成公式: $v_{\text{机地}} = v_{\text{机风}} + v_{\text{风地}} = 215i + 65j$ 来求解, 结果同上。

(2) 飞机欲向正东飞行, 即飞机的绝对速度方向指向正东, 相对速度、牵连速度大小不变, 则

$$\theta = \arcsin \frac{-65}{215} = -17.6^\circ$$

讨论: 讨论相对运动问题的关键在于正确确定静止参照系、运动参照系, 并准确确定三种速度。

作题时, 一定按上述步骤求解, 否则很容易出错。

例 1-6 当自行车向正东方向以 5 m/s 的速度行驶时, 感觉风从正北向正南方向吹, 当自行车速度增加了 2 倍时, 感觉风从北偏东 45° 方向吹来。

求: 风相对于地面的速度。

解: 设研究对象为风, 地面为绝对参照系, 自行车为相对参照系。

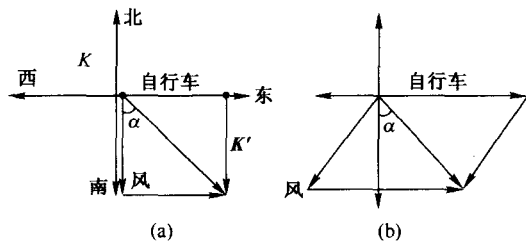


图 1.5 例 1-6 解图

自行车向正东方向以 5 m/s 的速度行驶时, $v_{\text{相}}$ = 风相对于自行车的速度, $v_{\text{牵}}$ = 自行车相对于地的速度, 作图 1.5(a), 有:

$$v_{\text{绝}} \cos \alpha = v_{\text{相}}, \quad v_{\text{绝}} \sin \alpha = v_{\text{牵}}$$

所以 $v_{\text{绝}} \sin \alpha = 5$ (1)

自行车向正东方向以 15 m/s 的速度行驶时, 作图 1.5(b), 有:

$$v_{\text{绝}} \cos \alpha = v'_{\text{相}} \cos 45^\circ \quad (2)$$

$$v_{\text{绝}} \sin \alpha + v'_{\text{相}} \sin 45^\circ = v'_{\text{牵}} = 15 \quad (3)$$

联立求解上述 3 个方程, 得:

$$v_{\text{绝}} = 11.2 \text{ m/s}, \alpha = 26^\circ 34'$$

例 1-7 一质点沿 x 轴运动, 运动方程为 $x = t^3 - 9t^2 + 15t + 1$ (SI 制)。求:

(1) 质点首先向哪个方向运动? 哪些时刻质点调头了? (2) $0 \sim 2$ s 内的位移和路程。

解: (1) 质点直线运动时, 调头的必要条件是速度为零, 即

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 18t + 15 = 3(t-1)(t+5) = 0$$

可得:

$$(t-1)(t-5)=0$$

即 $t_1=1\text{ s}$, $t_2=5\text{ s}$ 。又由于 1 s 和 5 s 时速度 $\boldsymbol{v}$ 改变了方向(正负号), 所以 $t_1=1\text{ s}$ 和 $t_2=5\text{ s}$ 时刻调头了。因 $t=0$ 时 $v=+15\text{ m/s}$, 所以质点首先向 x 轴正方向运动。

(2) 对于沿 x 轴运动的质点, $0\sim 2\text{ s}$ 内其位移可表示为:

$$\Delta x = x(2) - x(0) = 3 - 1 = 2\text{ (m)}$$

考虑到 $t=1\text{ s}$ 时调头了, 故路程应为:

$$s = |x(1) - x(0)| + |x(2) - x(1)| = 7 + 5 = 12\text{ (m)}$$

例 1-8 质点在 xOy 平面内运动, $x=2t$, $y=19-2t^2$ (SI 制)。求:

(1) 质点在 $t=1\text{ s}$ 、 $t=2\text{ s}$ 时刻的位置, 以及这 1 s 内的位移和平均速度; (2) 第 1 s 末的速度和加速度; (3) 轨道方程; (4) 何时质点离原点最近?

解: (1) 位矢:

$$\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (19 - 2t^2)\boldsymbol{j}$$

当 $t=1\text{ s}$ 时:

$$\boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} + 17\boldsymbol{j}\text{ (m)}$$

$t=2\text{ s}$ 时:

$$\boldsymbol{r}_2 = 4\boldsymbol{i} + 11\boldsymbol{j}\text{ (m)}$$

位移:

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}\text{ (m)}$$

平均速度:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{\Delta t} = 2\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}\text{ (m/s)}$$

(2) 速度:

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}$$

加速度:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -4\boldsymbol{j}$$

代入 $t=1\text{ s}$ 得

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}\text{ (m/s)}; \boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{j}\text{ (m/s}^2\text{)}$$

(3) 从 x, y 消去 t , 得到轨道方程:

$$y = 19 - \frac{1}{2}x^2$$

这是一条抛物线。

(4) 质点到原点的距离为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2t)^2 + (19 - 2t^2)^2}$$

r 有极小值的必要条件是 $\frac{dr}{dt} = 0$, 则方程可解得:

$$t = 0 \quad \text{或} \quad t = 3\text{ s (略去 } t = -3\text{ s)}$$

代入: $t=0$, $r=19\text{ m}$; $t=3\text{ s}$, $r=6.08\text{ (m)}$ 。

可见, $t=3\text{ s}$ 时质点离原点最近。

例 1-9 质点沿 x 轴运动, 加速度和速度的关系是 $a = -kv$, 式中 k 为常量; $t=0$ 时, $x=x_0$, $v=v_0$, 求质点的运动方程。

解: 由 $a = \frac{dv}{dt} = -kv$, 分离变量积分有

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t -k dt$$

积分得:

$$v = v_0 e^{-kt}$$

又 $v = \frac{dx}{dt}$, 有 $\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$, 完成积分就得运动方程:

$$x = x_0 + \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

例 1-10 质点沿半径为 R 的圆周运动, 路程与时间的关系是 $s = bt - \frac{1}{2}ct^2$ (b, c 为常数, 且 $b^2 > Rc$)。求:

(1) 何时 $a_n = a_t$? (2) 何时加速度的大小等于 c ?

解: (1) 由公式 $v = \frac{ds}{dt} = b - ct$, 得

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -c, a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b - ct)^2}{R}$$

由 $a_n = |a_t|$, 得 $t = \frac{b}{c} \pm \sqrt{\frac{R}{c}}$ 。

(2) 由 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = c$, 得 $t = \frac{b}{c}$ 。

例 1-11 河水自西向东流动, 速度为 10 km/h , 一轮船在水中航行, 船相对于河水的航向为北偏西 30° , 航速为 20 km/h 。此时风向为正西, 风速为 10 km/h 。试求在船上观察到的烟因冒出的烟缕的飘向(设烟离开烟后后即获得与风相同的速度)。

解: 已知 $v_{\text{水}} = 10 \text{ km/h}$ (正东), $v_{\text{风}} = 10 \text{ km/h}$ (正西),
 $v_{\text{船对水}} = 20 \text{ km/h}$ (北偏西 30°)。

由相对运动速度公式:

$$v_{\text{烟对船}} = v_{\text{风对船}} = v_{\text{风对地}} - v_{\text{船对地}} \quad (1)$$

可得(见图 1.6)

$$v_{\text{船对地}} = v_{\text{船对水}} + v_{\text{水对地}} \quad (2)$$

由式(2)得 $v_{\text{船对地}} = 10\sqrt{3} \text{ km/s}$ (方向正北)

由式(1)得 $v_{\text{风对船}} = v_{\text{风对地}} - v_{\text{船对地}}$

又 $v_{\text{风对地}} = -v_{\text{水对地}}$

所以

$$|v_{\text{风对船}}| = |v_{\text{船对水}}|$$

由图 1.6 可知: $v_{\text{风对船}}$ 的方向为南偏西 30° 。

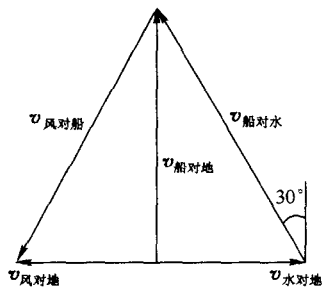


图 1.6 例 1-11 解图

例 1-12 一升降机以加速度 1.22 m/s^2 上升, 当上升速度为 2.44 m/s 时, 有一螺帽自升降机的天花板上松落, 天花板与升降机的底面相距 2.74 m 。计算螺帽从天花板落到底面所需的时间和螺帽相对于升降机外固定柱子的下降距离。

解: 求解这类问题时, 通常把螺帽相对机外固定柱子的运动分成上升和下落两个阶段分别处理。事实上, 考虑到运动的矢量性, 选定坐标系后, 就可列出运动沿坐标轴方向的方程, 则螺帽的运动方程和速度公式对于它的全过程都是适用的, 没有必要把运动分两个阶段处理。如果我们把松开点作为坐标系的原点, 把 y 轴的正方向选定为竖直向上的方向, 那么在螺帽