



执业资格考试丛书

注册土木工程师(港口与航道工程) 基础考试复习教程

同济大学 编

执业资格考试丛书

注册土木工程师（港口与航道工程） 基础考试复习教程

同济大学 编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

注册土木工程师 (港口与航道工程) 基础考试复习教程/同济大学编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2006

(执业资格考试丛书)

ISBN 7-112-08156-4

I. 注... II. 同... III. ①土木工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料②港口工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料③航道工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料 IV. TU

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 011501 号

本书是依据“注册土木工程师 (港口与航道工程) 基础考试大纲”规定的考试要求编写的。本书的主要内容基本上覆盖了“考试大纲”规定要求考核的主要知识点, 突出重点概念, 力求简明扼要, 主要目的是帮助考生迅速掌握大纲规定的重点内容。全书共 20 章。

本书不仅是参加注册土木工程师考试的必备复习材料, 也适合广大港口与航道工程师及相关专业高校师生参考使用。

* * *

责任编辑: 咸大庆 王 梅

责任设计: 彭路路

责任校对: 王金珠

执业资格考试丛书
注册土木工程师 (港口与航道工程)
基础考试复习教程
同济大学 编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京市安泰印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 83 $\frac{3}{4}$ 字数: 2036 千字

2006 年 2 月第一版 2006 年 2 月第一次印刷

印数: 1—2000 册 定价: 127.00 元

ISBN 7-112-08156-4
(14110)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.cabp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

各章编写人员名单

高等数学	徐建平	蒋凤瑛		
普通物理	王少杰	于明章		
普通化学	邓子峰			
理论力学	费文兴			
材料力学	袁斯涛			
流体力学	方 平			
计算机应用基础	黄自萍	李晓军		
电工电子技术	石人珠			
工程经济	张维然	胡庆懿	张佳凤	宫映晨
建筑材料	杨正宏			
结构力学	袁 勇	冯 虹		
工程流体力学	方 平			
土力学与地基基础	李镜培	梁发云	唐世栋	
工程测量与地质	鲍 峰	唐世栋	程效军	
工程水文学	刘曙光			
混凝土结构与钢结构	汤永净			
港口与航道工程建筑物概论	郑永来	刘曙光		
港口与航道工程模型试验	刘曙光			
港口与航道工程施工和项目管理	王 聿	徐 伟	马锦明	
职业法规	杨心明			

前 言

人事部、建设部、交通部已决定实施注册土木工程师（港口与航道工程）执业资格制度。这是我国港口与航道界的一件大事。实施这项执业资格制度，有利于实现港口与航道工程专业设计人员管理制度的创新，为国家培养一支职业化的专业队伍，从根本上保证港口与航道工程的建设质量和经济效益；有利于与国际惯例接轨，使港口与航道工程专业设计人员平等地参加国内、国际竞争，并维护自己的权益。

注册土木工程师（港口与航道工程）执业资格考试实行全国统一大纲、统一命题的考试制度。为配合全国统一考试和方便报考人员复习，受中国建筑工业出版社的委托，同济大学组织有关教授、专家，编写了注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试的复习教程。该教程包括：高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电工电子技术、工程经济、建筑材料、结构力学、工程流体力学、土力学与地基基础、工程测量与地质、工程水文学、混凝土结构与钢结构、港口与航道工程建筑物概论、港口与航道工程模拟试验、港口与航道工程施工和项目管理、职业法规等 20 个部分。

该教程是面向参加注册工程师（港口与航道工程）执业资格考试基础考试的人员，为应考者提供的复习专用材料。教程材料的范围和深度是按交通部水运司批准的“考试大纲”编写的。在学术观点上，均统一于相应的现行规范的规定，不作不同学术观点的论述和讨论。

本教程由同济大学朱合华、刘曙光、郑永来、胡展飞、叶为民和黄茂松负责组稿。教程的编写力求做到符合考试大纲要求，且便于应考者复习。但由于时间仓促，教程内容广泛，加之水平所限，难免出现一些不足之处，敬请广大技术人员给予批评指正。

编委会

目 录

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何	1
第二节 微分学	6
第三节 积分学	22
第四节 无穷级数	36
第五节 微分方程	43
第六节 概率与数理统计	47
第七节 向量分析	61
第八节 线性代数	64
第二章 普通物理	81
第一节 气体分子动理论	81
第二节 热力学基础	90
第三节 机械波	100
第四节 波动光学	110
第三章 普通化学	129
第一节 物质结构基础	129
第二节 溶液与离子平衡	144
第三节 化学反应的基本规律	157
第四节 电化学与金属腐蚀	176
第五节 有机化学	193
第六节 钢筋混凝土的腐蚀和防护	199
第四章 理论力学	206
第一节 静力学	206
第二节 运动学	223
第三节 动力学	242
第五章 材料力学	264
第一节 绪论	264
第二节 轴向拉伸与压缩	266

第三节 剪切	276
第四节 扭转	281
第五节 截面的几何性质	288
第六节 弯曲内力	293
第七节 弯曲应力	301
第八节 弯曲变形	311
第九节 应力状态与强度理论	320
第十节 组合变形	331
第十一节 压杆稳定	340
第六章 流体力学	350
第一节 流体的主要物理性质	350
第二节 流体静力学	353
第三节 流体动力学基础	360
第四节 流动阻力和水头损失	371
第五节 孔口、管嘴出流及有压管道恒定流	381
第六节 明渠恒定均匀流	389
第七节 渗流	392
第八节 相似原理和量纲分析	397
第九节 流体运动参数的测量	403
第七章 计算机应用基础	407
第一节 计算机基础知识	407
第二节 Windows 98 操作系统	409
第三节 计算机程序设计语言	418
第八章 电工电子技术	436
第一节 电场与磁场	436
第二节 直流电路	440
第三节 正弦交流电路	446
第四节 RC 和 RL 电路的暂态过程	459
第五节 变压器与电动机	462
第六节 半导体二极管及整流、滤波和稳压电路	470
第七节 半导体三极管及单管放大电路	475
第八节 运算放大器	486
第九节 门电路和触发器	490
第九章 工程经济	499
第一节 现金流量构成与资金等值计算	499

第二节	投资经济效果评价方法和参数	517
第三节	不确定性分析	527
第四节	投资项目的财务评价	534
第五节	价值工程	563
第十章	建筑材料	567
第一节	概述	567
第二节	无机气硬性胶凝材料	570
第三节	水泥	580
第四节	混凝土	595
第五节	外加剂	622
第六节	沥青及改性沥青	625
第七节	建筑用钢材	630
第八节	砂、土、石	639
第九节	土工织物	645
第十一章	结构力学	647
第一节	平面体系的几何组成分析	647
第二节	静定结构受力分析	649
第三节	静定结构位移	656
第四节	超静定结构受力分析及特性	662
第五节	影响线及应用	685
第六节	结构动力特性与动力反应	692
第十二章	工程流体力学	697
第一节	运动学	697
第二节	理想流体动力学基础	709
第三节	线性小振幅波浪理论	719
第四节	黏性流体动力学	737
第五节	明渠水流	743
第六节	泥沙运动	754
第十三章	土力学与地基基础	764
第一节	土的物理性质及工程分类	764
第二节	土中应力的计算	774
第三节	地基变形	781
第四节	土的抗剪强度	790
第五节	土压力	797
第六节	土坡稳定	803

第七节	地基承载力	810
第八节	地基勘察	816
第九节	土的动力性质	832
第十节	桩基础	842
第十一节	地基处理	851
第十四章	工程测量与地质	871
第一节	测量基本概念	871
第二节	控制测量	893
第三节	地形图测绘和应用	899
第四节	水深图的测绘及应用	908
第五节	测量误差基本知识	911
第六节	建筑工程测量	915
第七节	建筑工程变形观测	920
第八节	岩石及其性质	922
第九节	地质构造	933
第十节	地下水	942
第十一节	不良地质现象的工程地质问题	952
第十五章	工程水文学	980
第一节	河川水文学和水量平衡	980
第二节	河川基础知识	983
第三节	水文测验	989
第四节	设计洪水计算	995
第五节	年径流的分析计算	1010
第六节	海水及海洋地形	1014
第七节	风	1018
第八节	波浪	1025
第九节	潮汐	1044
第十节	海流	1050
第十六章	混凝土结构与钢结构	1058
第一节	材料的力学性能	1058
第二节	钢筋混凝土结构基本设计原则	1069
第三节	钢筋混凝土结构受弯构件正截面承载力	1073
第四节	受弯构件斜截面承载力	1078
第五节	钢筋混凝土结构受压承载力计算	1083
第六节	钢筋混凝土结构受冲切和局部承载力计算	1087
第七节	钢筋混凝土构件裂缝及变形的验算	1091

第八节 预应力混凝土构件	1094
第九节 钢筋混凝土叠合式和深梁受弯构件	1107
第十节 钢结构的特点和应用的基本原则	1113
第十一节 常用钢材种类、主要机械性能和选用原则	1114
第十二节 钢结构轴心受力构件、受弯、拉弯、压弯构件的强度、刚度和稳定计算	1119
第十三节 钢结构的连接	1132
第十四节 钢桁架的设计方法	1145
第十五节 钢结构常用防腐措施及适用条件	1157
第十七章 港口与航道工程建筑物概论	1162
第一节 码头形式和荷载	1162
第二节 防波堤与护岸	1175
第三节 修造船水工建筑物	1183
第四节 河流渠化工程	1194
第五节 船闸	1198
第六节 升船机	1208
第十八章 港口与航道工程模型试验	1211
第一节 理论基础	1211
第二节 河工模型试验	1217
第三节 港口模型试验	1223
第四节 港口与航道工程结构静力模型试验	1226
第五节 数值模拟	1230
第十九章 港口与航道工程施工和项目管理	1241
第一节 土方与爆破工程	1241
第二节 疏浚工程	1245
第三节 混凝土工程	1251
第四节 港口与航道建筑物施工	1259
第五节 工程项目管理的基本概念	1272
第六节 施工组织设计	1277
第七节 工程项目管理	1282
第八节 工程竣工验收	1287
第二十章 职业法规	1290
第一节 职业法规概述	1290
第二节 职业法规分论	1293
第三节 技术标准规范体系	1320
第四节 工程设计人员职业道德	1325

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何

一、向量代数

既有大小,又有方向的量称为向量,在数学上经常用有向线段来表示向量。向量一般记作 $\vec{a}, \overrightarrow{M_1M_2}$ 等。以坐标原点 O 为起点,向空间一点 M 引向量 $\overrightarrow{OM}$ 叫做点 M 关于点 O 的向径,可记作 $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ 。向量的大小叫做向量的模,记作 $|\vec{a}|$ 等,模等于1的向量叫做单位向量记作 $\vec{a}^0$ 。模等于零的向量叫做零向量记作 $\vec{0}$,它的方向可以看作是任意的。

(一)向量的坐标

在空间直角坐标系中,以 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别表示沿 x, y, z 轴正向的单位向量,并称它们为这一坐标系的基本单位向量,向量 $\vec{a}$ 按基本单位向量的分解式为 $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$,其中 a_x, a_y, a_z 为向量 $\vec{a}$ 在三个坐标轴上的投影,叫做向量 $\vec{a}$ 的坐标,并记 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ 为向量 $\vec{a}$ 的坐标表达式。

利用向量的坐标,可得向量的模,方向余弦等:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

向量 $\vec{a}$ 的单位向量 $\vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$,并有

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

起点为 $M_1(x_1, y_1, z_1)$,终点为 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 的向量记为

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1).$$

特别,点 $M(x, y, z)$ 的向径记为 $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = (x, y, z)$ 。

利用向量的坐标还可得向量的加减法、数乘等运算。

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$,则

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z)$$

$$\lambda \vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z), \text{其中 } \lambda \text{ 为数。}$$

(二)数量积,向量积

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$ 。

(1) 数量积 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$, 其中 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ 表示向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 之

间的夹角, $(0 < \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle < \pi)$ 。

$$\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0 = |\vec{a}|^2。$$

若 $\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0$, 则 $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$ 。

(2) 向量积 $\vec{a} \times \vec{b}$, 其大小 $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$, 其方向垂直于 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 且 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$ 成右手系。

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}。$$

注意: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ 。

若 $\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0$, 则 $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b}$ 。

【例 1-1-1】 已知 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (1, -2, 2)$, 求 $\vec{a}^0, \vec{b}^0, \vec{a} + \vec{b}, (3\vec{a}) \cdot (4\vec{b})$, 及 $(2\vec{a})$

$\times (-\vec{b}), \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ 。

$$\text{【解】 } \vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{18}}(1, 1, -4) = \left(\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}, -\frac{4}{\sqrt{18}} \right),$$

$$\vec{b}^0 = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{1}{3}(1, -2, 2) = \left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right),$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (1+1, 1-2, -4+2) = (2, -1, -2),$$

$$(3\vec{a}) \cdot (4\vec{b}) = 12\vec{a} \cdot \vec{b} = 12[1 \times 1 + 1 \times (-2) + (-4) \times 2] = -108,$$

$$\begin{aligned} (2\vec{a}) \times (-\vec{b}) &= 2\vec{b} \times \vec{a} = 2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 2(6\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}) \\ &= (12, 12, 6), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1 \times 1 + 1 \times (-2) + (-4) \times 2}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{-9}{\sqrt{18} \cdot 3} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}。 \end{aligned}$$

二、曲面(旋转曲面,柱面,二次曲面)

如果曲面 S 与三元方程 $F(x, y, z) = 0$ 有下列关系: 曲面 S 上任一点的坐标都满足方程, 不在曲面 S 上的点都不满足方程, 则方程 $F(x, y, z) = 0$ 叫做曲面 S 的方程, 而曲面 S 叫做方程 $F(x, y, z) = 0$ 的图形。

(一) 旋转曲面

以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所成的曲面叫做旋转曲面, 这条定直线叫做旋转曲面的轴。

设 yOz 坐标面上有一已知曲线 C , 其方程为 $f(y, z) = 0$, 把这曲线绕 z 轴旋转一周就得到一个以 z 轴为旋转轴的旋转曲面, 其方程为 $f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$ 。同样, 曲线 C 绕 y 轴旋转成的旋转曲面的方程为 $f(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$ 。

(二) 柱面

平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 形成的轨迹叫做柱面, 其中定曲线 C 叫做柱面的准线, 动直线 L 叫做柱面的母线。

例如 方程 $F(x, y) = 0$ 在空间直角坐标系中表示母线平行于 z 轴的柱面, 其准线是 xOy 面上的曲线 $C: F(x, y) = 0$ 。

(三) 二次曲面

用三元二次方程表示的曲面叫做二次曲面, 常见的二次曲面有

球面 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$;

椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$;

椭圆抛物面 $\frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q} = z$ (p, q 同号);

双曲抛物面(马鞍面) $\frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} = z$ (p, q 异号);

单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$;

双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$;

二次锥面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$;

【例 1-1-2】 指出下列方程表示什么曲面

$$(1) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1,$$

$$(2) \frac{z}{3} = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9},$$

$$(3) 16x^2 + y^2 - 2z^2 = 8,$$

$$(4) z^2 = a^2(x^2 + y^2) \quad (a > 0).$$

【解】 (1) 表示椭球面; (2) 表示椭圆抛物面;

(3) 表示单叶双曲面; (4) 表示(圆)锥面。

三、平面

(一) 平面方程

1. 点法式方程: 如果一非零向量垂直于一平面, 这向量就叫做该平面的法(线)向量, 设平面过点 (x_0, y_0, z_0) 且以 $\vec{n} = (A, B, C)$ 为法向量, 则其点法式方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

2. 一般方程: $Ax + By + Cz + D = 0$,

其中 $\vec{n} = (A, B, C)$ 为平面的法向量且 $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ 。

3. 截距式方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$,

其中 a, b, c 依次为平面在 x, y, z 轴上的截距。

(二) 两平面的夹角, 点到平面的距离

1. 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角, 通常两平面的夹角为锐角。

设平面 π_1 和 π_2 方程分别为 $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 及 $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, 其

中 $\vec{n}_1 = (A_1, B_1, C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2, B_2, C_2)$, 平面 π_1 和 π_2 的夹角 θ 可由 $\cos\theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ 来确定。

并由此推得下列结论

$$\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0,$$

$$\pi_1 // \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{C_2}{C_1}.$$

【例 1-1-3】求过点 $A(1, 1, -1)$, $B(-2, -2, 2)$ 和 $C(1, -1, 2)$ 三点的平面方程。

$$\begin{aligned} \text{【解】 取 } \vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2-1 & -2-1 & 2+1 \\ 1-1 & -1-1 & 2+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -3 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 3(-\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}), \end{aligned}$$

这样由平面的点法式方程得

$$-1 \times (x - 1) + 3 \times (y - 1) + 2 \times (z + 1) = 0$$

即 $x - 3y - 2z = 0$ 。

2. 点到平面的距离公式

平面 $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$ 外一点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到该平面的距离

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

四、空间曲线及其空间曲线方程

空间曲线可以看作两个曲面的交线, 设两个相交曲面方程分别为 $F(x, y, z) = 0$,

$G(x, y, z) = 0$, 则 $\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$ 表示它们的交线 C , 也把 $\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$ 叫做空间曲线 C 的一般方程。

例如 $x + y + z = 1$ 及 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 分别表示空间的平面及球面, 它们的交线

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases} \text{ 则表示空间的一个圆。}$$

空间曲线的 C 的方程也可以用参数形式表示, 若将 C 上的动点的坐标 x, y, z 表示成参数 t 的函数, 则

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \\ z = \omega(t) \end{cases} \text{ 叫做空间曲线的参数方程。}$$

五、直线

(一) 直线方程

1. 空间直线的一般方程

空间直线 l 可看作是两相交平面的交线, 设两平面方程分别为

$$\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

则 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 表示 π_1 与 π_2 的交线 l , 方程组 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 也叫做空间直线的一般方程。

2. 空间直线的对称式方程与参数方程

如果一个非零向量 $\vec{s} = (m, n, p)$ 平行于一条已知直线 l , 这个向量 $\vec{s}$ 就叫做该直线的方向向量。

假设直线过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 且与方向向量 $\vec{s} = (m, n, p)$ 平行, 则

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

就叫做直线 l 的对称式方程或点向式方程。

如果令 $\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p} = t$, 就得到空间直线的参数方程 $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$ 。

(二) 两直线的交角

两直线的方向向量的夹角叫做两直线的夹角, 通常该夹角为锐角, 设直线 l_1 和 l_2 的方向向量为 $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$, $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$, 则 l_1 和 l_2 的夹角 $\langle l_1, l_2 \rangle$ 可由

$$\cos \langle l_1, l_2 \rangle = \frac{|\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2|}{|\vec{s}_1| |\vec{s}_2|} = \frac{|m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

给出, 并由此推出下列结论

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = 0 \Leftrightarrow m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0,$$

$$l_1 // l_2 \Leftrightarrow \vec{s}_1 \times \vec{s}_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

(三) 直线与平面的夹角

当直线与平面不垂直时, 直线和它在平面上的投影直线的夹角 $\langle l, \pi \rangle$ 称为直线与平面的夹角, 通常该夹角取锐角, 当直线与平面垂直时, 规定其夹角 $\langle l, \pi \rangle = \frac{\pi}{2}$ 。

设直线 l 的方向向量为 $\vec{s} = (m, n, p)$, 平面 π 的法向量为 $\pi = (A, B, C)$, 则直线 l 与平面 π 的夹角可由

$$\sin \langle l, \pi \rangle = |\cos \langle \vec{s}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\vec{s} \cdot \vec{n}|}{|\vec{s}| |\vec{n}|} = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

给出, 并由此推出下列结论:

$$l \perp \pi \Leftrightarrow \vec{s} \times \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p},$$

$$l // \pi \Leftrightarrow \vec{s} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow Am + Bn + Cp = 0.$$

【例 1-1-4】已知平面 $\pi: y + 2z - 2 = 0$ 和直线 $x = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$, 问它们是否平行。

【解】已知平面 π 的法向量为 $\vec{n} = (0, 1, 2)$, 直线 l 的方向向量为 $\vec{s} = (1, 2, 3)$,

由 $\vec{s} \cdot \vec{n} = 0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 3 = 8 \neq 0$ 知该平面与直线不平行。

第二节 微 分 学

一、函数与极限

(一) 函数的概念与特性

1. 函数的概念

设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集, 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$, 数集 D 叫做这个函数的定义域, $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$ 为函数的值域, $C = \{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的图形。

在自变量的不同变化范围中, 对应法则用不同式子来表示的函数, 通常称为分段函数。

把直接函数 $y = f(x)$ 中的因变量 y 看作自变量, 而把自变量 x 看作因变量, 按照函数概念, 就得到一个新的函数, 这个新函数称为函数 $y = f(x)$ 的反函数, 记作 $x = \varphi(y)$ 。

如果把直接函数 $y = f(x)$ 和反函数 $y = \varphi(x)$ 的图形画在同一坐标平面上, 则这两个图形关于直线 $y = x$ 是对称的。

若函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_1 , 函数 $u = \varphi(x)$ 在 D_2 上有定义, 而 $W_2 = \{u | u = \varphi(x), x \in D_2\} \subset D_1$, 则 $y = f[\varphi(x)]$ 就称为函数 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 的复合函数。

2. 初等函数

幂函数, 指数函数, 对数函数, 三角函数和反三角函数统称为基本初等函数。

由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可利用一个式子表示的函数称为初等函数。

3. 函数的几个特性

(1) 函数的有界性: 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 数集 $X \subset D$, 若存在正数 M , 使 $|f(x)| \leq M, x \in X$, 则称 $f(x)$ 在 X 上是有界的, 如果对于任何正数 M , 总存在 $x_1 \in X$, 使 $|f(x_1)| > M$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上无界。

(2)函数的单调性:设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$, 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的, 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的。

(3)函数的奇偶性:设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 如果对于任一 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数。如果对于任一 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数。

(4)函数的周期性:设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在一个不为零的数 l , 使得对于任一 $x \in D$, 有 $x \pm l \in D$, 且恒有 $f(x \pm l) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是以 l 为周期的周期函数, 这里 l 通常取最小正周期。

【例 1-2-1】 下列函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同, 为什么?

(1) $f(x) = \frac{x}{x}, g(x) = 1$;

(2) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$;

(3) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x$;

(4) $f(x) = 1, g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ 。

【解】 (1)不相同, $D_f = \{x | x \neq 0\}, D_g = \{x | -\infty < x < +\infty\}$, 故 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域不同。

(2)不相同, $f(x) = x, g(x) = |x|$, 故它们的对应规律不同。

(3)不相同, $D_f = \{x | x \neq 0\}, D_g = \{x | x > 0\}$, 故 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域不同。

(4)相同, $f(x) = 1, g(x) \equiv \sin^2 x + \cos^2 x \equiv 1$, 故它们具有相同的定义域与对应规律。

【例 1-2-2】 求函数 $y = \sqrt{\lg \frac{5x-x^2}{4}}$ 的定义域。

【解】 当 $\lg \frac{5x-x^2}{4} \geq 0$ 时, 函数有意义, 由 $\frac{5x-x^2}{4} \geq 1$, 即 $(x-1)(x-4) \leq 0$ 解得 $1 \leq x \leq 4$, 故定义域为 $[1, 4]$ 。

(二)数列的极限

如果当 $n \rightarrow \infty$ 时, 数列 x_n 无限接近于某个确定的数值 a , 则称 a 为该数列 x_n 的极限, 或称数列 x_n 收敛于 a , 记作 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ 或 $x_n \rightarrow a (n \rightarrow \infty)$ 。

例如 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+(-1)^n}{n} = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 (a > 0), \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ 等。

数列 $\{x_n\}$ 若收敛, 其极限惟一, 且该数列必有界。

【例 1-2-3】 求下列数列极限

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n+1}{2n^2+3n+5}$; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1+2+\cdots+n)$ 。

【解】 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n+1}{2n^2+3n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}{2+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}} = \frac{1}{2}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1+2+\cdots+n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(1+\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2}$ 。