考试用书

执业资格考试丛书

注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试复习教程

同济大学 编

中国建筑工业出版社

执业资格考试丛书

注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试复习教程

同济大学　编

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试复习教程/同济大学编. —北京：中国建筑工业出版社，2006
（执业资格考试丛书）
ISBN 7-112-08156-4

Ⅰ. 注…　Ⅱ. 同…　Ⅲ. ①土木工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料②港口工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料③航道工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料　Ⅳ. TU

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 011501 号

本书是依据“注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试大纲”规定的考试要求编写的。本书的主要内容基本上覆盖了“考试大纲”规定要求考核的主要知识点，突出重点概念，力求简明扼要，主要目的是帮助考生迅速掌握大纲规定的重点内容。全书共 20 章。

本书不仅是参加注册土木工程师考试的必备复习材料，也适合广大港口与航道工程师及相关专业高校师生参考使用。

*　*　*

责任编辑：咸大庆　王　梅
责任设计：彭路路
责任校对：王金珠

执业资格考试丛书
注册土木工程师（港口与航道工程）
基础考试复习教程
同济大学　编
*
中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
新　华　书　店　经　销
北京市安泰印刷厂印刷
*
开本：787×1092 毫米　1/16　印张：83¾　字数：2036 千字
2006 年 2 月第一版　　2006 年 2 月第一次印刷
印数：1—2000 册　　定价：**127.00** 元
ISBN 7-112-08156-4
（14110）

（邮政编码 100037）
本社网址：http://www.cabp.com.cn
网上书店：http://www.china-building.com.cn

各章编写人员名单

高等数学	徐建平　蒋凤瑛
普通物理	王少杰　于明章
普通化学	邓子峰
理论力学	费文兴
材料力学	袁斯涛
流体力学	方　平
计算机应用基础	黄自萍　李晓军
电工电子技术	石人珠
工程经济	张维然　胡庆懿　张佳风　宫昳晟
建筑材料	杨正宏
结构力学	袁　勇　冯　虹
工程流体力学	方　平
土力学与地基基础	李镜培　梁发云　唐世栋
工程测量与地质	鲍　峰　唐世栋　程效军
工程水文学	刘曙光
混凝土结构与钢结构	汤永净
港口与航道工程建筑物概论	郑永来　刘曙光
港口与航道工程模型试验	刘曙光
港口与航道工程施工和项目管理	王　聿　徐　伟　马锦明
职业法规	杨心明

前　言

人事部、建设部、交通部已决定实施注册土木工程师（港口与航道工程）执业资格制度。这是我国港口与航道界的一件大事。实施这项执业资格制度，有利于实现港口与航道工程专业设计人员管理制度的创新，为国家培养一支职业化的专业人才队伍，从根本上保证港口与航道工程的建设质量和经济效益；有利于与国际惯例接轨，使港口与航道工程专业设计人员平等地参加国内、国际竞争，并维护自己的权益。

注册土木工程师（港口与航道工程）执业资格考试实行全国统一大纲、统一命题的考试制度。为配合全国统一考试和方便报考人员复习，受中国建筑工业出版社的委托，同济大学组织有关教授、专家，编写了注册土木工程师（港口与航道工程）基础考试的复习教程。该教程包括：高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电工电子技术、工程经济、建筑材料、结构力学、工程流体力学、土力学与地基基础、工程测量与地质、工程水文学、混凝土结构与钢结构、港口与航道工程建筑物概论、港口与航道工程模拟试验、港口与航道工程施工和项目管理、职业法规等20个部分。

该教程是面向参加注册工程师（港口与航道工程）执业资格考试基础考试的人员，为应考者提供的复习专用材料。教程材料的范围和深度是按交通部水运司批准的“考试大纲”编写的。在学术观点上，均统一于相应的现行规范的规定，不作不同学术观点的论述和讨论。

本教程由同济大学朱合华、刘曙光、郑永来、胡展飞、叶为民和黄茂松负责组稿。教程的编写力求做到符合考试大纲要求，且便于应考者复习。但由于时间仓促，教程内容广泛，加之水平所限，难免出现一些不足之处，敬请广大技术人员给予批评指正。

编委会

目　录

第一章 高 等 数 学

第一节 空 间 解 析 几 何

一、向量代数

既有大小,又有方向的量称为向量,在数学上经常用有向线段来表示向量。向量一般记作$\vec{a}$,$\overrightarrow{M_1M_2}$等。以坐标原点 O 为起点,向空间一点 M 引向量$\overrightarrow{OM}$叫做点 M 关于点 O 的向径,可记作$\vec{r}=\overrightarrow{OM}$。向量的大小叫做向量的模,记作$|\vec{a}|$等,模等于 1 的向量叫做单位向量记作$\vec{a}^0$。模等于零的向量叫做零向量记作$\vec{0}$,它的方向可以看作是任意的。

(一)向量的坐标

在空间直角坐标系中,以$\vec{i}$,$\vec{j}$,$\vec{k}$分别表示沿 x,y,z 轴正向的单位向量,并称它们为这一坐标系的基本单位向量,向量$\vec{a}$按基本单位向量的分解式为$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$,其中 a_x,a_y,a_z 为向量$\vec{a}$在三个坐标轴上的投影,叫做向量$\vec{a}$的坐标,并记$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$为向量$\vec{a}$的坐标表达式。

利用向量的坐标,可得向量的模,方向余弦等:

$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$,

$\cos\alpha=\dfrac{a_x}{|\vec{a}|}=\dfrac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$, $\quad\cos\beta=\dfrac{a_y}{|\vec{a}|}=\dfrac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$,

$\cos\gamma=\dfrac{a_z}{|\vec{a}|}=\dfrac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$。

向量$\vec{a}$的单位向量$\vec{a}^o=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\nu)$,并有

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\nu=1。$$

起点为 $M_1(x_1,y_1,z_1)$,终点为 $M_2(x_2,y_2,z_2)$的向量记为

$$\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)。$$

特别,点 $M(x,y,z)$的向径记为$\vec{r}=\overrightarrow{OM}=(x,y,z)$。

利用向量的坐标还可得向量的加减法、数乘等运算。

设$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$,$\vec{b}=(b_x,b_y,b_z)$,则

$$\vec{a}\pm\vec{b}=(a_x\pm b_x,a_y\pm b_y,a_z\pm b_z)$$

$$\lambda\vec{a}=(\lambda a_x,\lambda a_y,\lambda a_z),\text{其中 }\lambda\text{ 为数。}$$

(二)数量积,向量积

设$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$，$\vec{b}=(b_x,b_y,b_z)$，$\vec{c}=(c_x,c_y,c_z)$。

(1)数量积　$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\widehat{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$，其中$\widehat{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}$表示向量$\vec{a}$与$\vec{b}$之间的夹角，$(0<\widehat{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}<\pi)$。

$\vec{a}^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0=|\vec{a}|^2$。

若$\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq 0$，则$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$。

(2)向量积　$\vec{a}\times\vec{b}$，其大小$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\widehat{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}$，其方向垂直于$\vec{a}$和$\vec{b}$且$\vec{a},\vec{b},\vec{a}\times\vec{b}$成右手系。

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}。$$

注意：$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$。

若$\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq 0$，则$\vec{a}/\!/\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\times\vec{b}=0\Leftrightarrow\dfrac{b_x}{a_x}=\dfrac{b_y}{a_y}=\dfrac{b_z}{a_z}\Leftrightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}$。

【例 1-1-1】　已知$\vec{a}=(1,1,-4)$，$\vec{b}=(1,-2,2)$，求$\vec{a}^0,\vec{b}^0,\vec{a}+\vec{b},(3\vec{a})\cdot(4\vec{b})$，及$(2\vec{a})\times(-\vec{b})$，$\cos\widehat{(\vec{a},\vec{b})}$。

【解】　$\vec{a}^0=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\dfrac{1}{\sqrt{18}}(1,1,-4)=\left(\dfrac{1}{\sqrt{18}},\dfrac{1}{\sqrt{18}},-\dfrac{4}{\sqrt{18}}\right)$，

$$\vec{b}^0=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{1}{3}(1,-2,2)=\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right),$$

$\vec{a}+\vec{b}=(1+1,1-2,-4+2)=(2,-1,-2)$，

$$(3\vec{a})\cdot(4\vec{b})=12\vec{a}\cdot\vec{b}=12[1\times 1+1\times(-2)+(-4)\times 2]=-108,$$

$$(2\vec{a})\times(-\vec{b})=2\vec{b}\times\vec{a}=2\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&-2&2\\1&1&-4\end{vmatrix}=2(6\vec{i}+6\vec{j}+3\vec{k})$$

$$=(12,12,6),$$

$$\cos\widehat{\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1\times 1+1\times(-2)+(-4)\times 2}{\sqrt{1^2+1^2+(-4)^2}\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{-9}{\sqrt{18}\cdot 3}$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{2}。$$

二、曲面(旋转曲面，柱面，二次曲面)

如果曲面S与三元方程$F(x,y,z)=0$有下列关系：曲面S上任一点的坐标都满足方程，不在曲面S上的点都不满足方程，则方程$F(x,y,z)=0$叫做曲面S的方程，而曲面S叫做方程$F(x,y,z)=0$的图形。

(一)旋转曲面

以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所成的曲面叫做旋转曲面,这条定直线叫做旋转曲面的轴。

设 yOz 坐标面上有一已知曲线 C,其方程为 $f(y,z)=0$,把这曲线绕 z 轴旋转一周就得到一个以 z 轴为旋转轴的旋转曲面,其方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。同样,曲线 C 绕 y 轴旋转成的旋转曲面的方程为 $f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$。

(二)柱面

平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 形成的轨迹叫做柱面,其中定曲线 C 叫做柱面的准线,动直线 L 叫做柱面的母线。

例如　方程 $F(x,y)=0$ 在空间直角坐标系中表示母线平行于 z 轴的柱面,其准线是 xOy 面上的曲线 $C:F(x,y)=0$。

(三)二次曲面

用三元二次方程表示的曲面叫做二次曲面,常见的二次曲面有

球面　$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$;

椭球面　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$;

椭圆抛物面　$\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}=z$($p,q$ 同号);

双曲抛物面(马鞍面)　$\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}=z$($p,q$ 异号);

单叶双曲面　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$;

双叶双曲面　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=-1$;

二次锥面　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=0$;

【例 1-1-2】 指出下列方程表示什么曲面

(1)$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{16}=1$,　　(2)$\dfrac{z}{3}=\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}$,

(3)$16x^2+y^2-2z^2=8$,　　(4)$z^2=a^2(x^2+y^2)(a>0)$。

【解】 (1)表示椭球面;　(2)表示椭圆抛物面;

(3)表示单叶双曲面;　(4)表示(圆)锥面。

三、平面

(一)平面方程

1. 点法式方程:如果一非零向量垂直于一平面,这向量就叫做该平面的法(线)向量,设平面过点(x_0,y_0,z_0)且以$\vec{n}=(A,B,C)$为法向量,则其点法式方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0。$$

2. 一般方程:$Ax+By+Cz+D=0$,

其中$\vec{n}=(A,B,C)$为平面的法向量且 $A^2+B^2+C^2\neq 0$。

3. 截距式方程　$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$,

其中 a,b,c 依次为平面在 x,y,z 轴上的截距。

(二)两平面的夹角,点到平面的距离

1. 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角,通常两平面的夹角为锐角。

设平面 π_1 和 π_2 方程分别为 $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ 及 $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$,其中 $\vec{n}_1=(A_1,B_1,C_1)$,$\vec{n}_2=(A_2,B_2,C_2)$,平面 π_1 和 π_2 的夹角 θ 可由 $\cos\theta=\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$来确定。

并由此推得下列结论

$$\pi_1\perp\pi_2\Leftrightarrow\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0,$$

$$\pi_1/\!/\pi_2\Leftrightarrow\vec{n}_1\times\vec{n}_2=0\Leftrightarrow\frac{A_2}{A_1}=\frac{B_2}{B_1}=\frac{C_2}{C_1}。$$

【例 1-1-3】 求过点 $A(1,1,-1)$,$B(-2,-2,2)$和 $C(1,-1,2)$三点的平面方程。

【解】 取$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2-1 & -2-1 & 2+1\\ 1-1 & -1-1 & 2+1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -3 & -3 & 3\\ 0 & -2 & 3\end{vmatrix}$

$=3(-\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k})$,

这样由平面的点法式方程得

$$-1\times(x-1)+3\times(y-1)+2\times(z+1)=0$$

即 $x-3y-2z=0$。

2. 点到平面的距离公式

平面 $\pi:Ax+By+Cz+D=0$ 外一点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$到该平面的距离

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

四、空间曲线及其空间曲线方程

空间曲线可以看作两个曲面的交线,设两个相交曲面方程分别为 $F(x,y,z)=0$,$G(x,y,z)=0$,则$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$表示它们的交线 C,也把$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$叫做空间曲线 C 的一般方程。

例如 $x+y+z=1$ 及 $x^2+y^2+z^2=4$ 分别表示空间的平面及球面,它们的交线$\begin{cases}x+y+z=1\\x^2+y^2+z^2=4\end{cases}$则表示空间的一个圆。

空间曲线的 C 的方程也可以用参数形式表示,若将 C 上的动点的坐标x,y,z 表示成参数 t 的函数,则

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \\ z = \omega(t) \end{cases}$$ 叫做空间曲线的参数方程。

五、直线

(一)直线方程

1. 空间直线的一般方程

空间直线 l 可看作是两相交平面的交线,设两平面方程分别为 $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$,

则 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 表示 π_1 与 π_2 的交线 l,方程组 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 也叫做空间直线的一般方程。

2. 空间直线的对称式方程与参数方程

如果一个非零向量 $\vec{s} = (m, n, p)$ 平行于一条已知直线 l,这个向量 $\vec{s}$ 就叫做该直线的方向向量。

假设直线过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 且与方向向量 $\vec{s} = (m, n, p)$ 平行,则

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

就叫做直线 l 的对称式方程或点向式方程。

如果令 $\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p} = t$,就得到空间直线的参数方程 $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$。

(二)两直线的交角

两直线的方向向量的夹角叫做两直线的夹角,通常该夹角为锐角,设直线 l_1 和 l_2 的方向向量为 $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$, $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$,则 l_1 和 l_2 的夹角 $\langle l_1 \hat{,} l_2 \rangle$ 可由

$$\cos\langle l_1 \hat{,} l_2 \rangle = \frac{|\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2|}{|\vec{s}_1||\vec{s}_2|} = \frac{|m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

给出,并由此推出下列结论

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = 0 \Leftrightarrow m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0,$$

$$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow \vec{s}_1 \times \vec{s}_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}。$$

(三)直线与平面的夹角

当直线与平面不垂直时,直线和它在平面上的投影直线的夹角 $\langle l \hat{,} \pi \rangle$ 称为直线与平面的夹角,通常该夹角取锐角,当直线与平面垂直时,规定其夹角 $\langle l \hat{,} \pi \rangle = \frac{\pi}{2}$。

设直线 l 的方向向量为$\vec{s}=(m,n,p)$，平面 π 的法向量为$\pi=(A,B,C)$，则直线 l 与平面π 的夹角可由

$$\sin\langle l\hat{,}\pi\rangle=|\cos\langle\vec{s}\hat{,}\vec{n}\rangle|=\frac{|\vec{s}\cdot\vec{n}|}{|\vec{s}||\vec{n}|}=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

给出，并由此推出下列结论：

$$l\perp\pi\Leftrightarrow\vec{s}\times\vec{n}=0\Leftrightarrow\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p},$$

$$l\ /\!/\ \pi\Leftrightarrow\vec{s}\cdot\vec{n}=0\Leftrightarrow Am+Bn+Cp=0。$$

【例 1-1-4】 已知平面 $\pi:y+2z-2=0$ 和直线 $x=\frac{y+2}{2}=\frac{z+2}{3}$，问它们是否平行。

【解】 已知平面 π 的法向量为$\vec{n}=(0,1,2)$，直线 l 的方向向量为$\vec{S}=(1,2,3)$，由$\vec{S}\cdot\vec{n}=0\times1+1\times2+2\times3=8\neq0$ 知该平面与直线不平行。

第二节 微 分 学

一、函数与极限

(一)函数的概念与特性

1. 函数的概念

设 x 和y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应，则称 y 是x 的函数，记作 $y=f(x)$，数集 D 叫做这个函数的定义域，$W=\{y|y=f(x),x\in D\}$为函数的值域，$C=\{(x,y)|y=f(x),x\in D\}$称为函数$y=f(x)$的图形。

在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同式子来表示的函数，通常称为分段函数。

把直接函数 $y=f(x)$中的因变量 y 看作自变量，而把自变量 x 看作因变量，按照函数概念，就得到一个新的函数，这个新函数称为函数 $y=f(x)$的反函数，记作 $x=\varphi(y)$。

如果把直接函数 $y=f(x)$和反函数 $y=\varphi(x)$的图形画在同一坐标平面上，则这两个图形关于直线 $y=x$ 是对称的。

若函数 $y=f(u)$的定义域为 D_1，函数 $u=\varphi(x)$在 D_2 上有定义，而 $W_2=\{u|u=\varphi(x),x\in D_2\}\subset D_1$，则 $y=f[\varphi(x)]$就称为函数 $y=f(u)$和 $u=\varphi(x)$的复合函数。

2. 初等函数

幂函数，指数函数，对数函数，三角函数和反三角函数统称为基本初等函数。

由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数称为初等函数。

3. 函数的几个特性

(1)函数的有界性：设函数 $f(x)$的定义域为 D，数集 $X\subset D$，若存在正数 M，使$|f(x)|\leq M,x\in X$，则称 $f(x)$在 X 上是有界的，如果对于任何正数 M，总存在 $x_1\in X$，使$|f(x_1)|>M$，则称函数 $f(x)$在 X 上无界。

(2)函数的单调性：设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的，如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的。

(3)函数的奇偶性：设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任一 $x\in D$，恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数。如果对于任一 $x\in D$，恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数。

(4)函数的周期性：设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个不为零的数 l，使得对于任一 $x\in D$，有 $x\pm l\in D$，且恒有 $f(x\pm l)=f(x)$，则称 $f(x)$ 是以 l 为周期的周期函数，这里 l 通常取最小正周期。

【例 1-2-1】 下列函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同，为什么？

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}, g(x)=1$；

(2) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$；

(4) $f(x)=1, g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$。

【解】 (1)不相同，$D_f=\{x\mid x\neq 0\}, D_g=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$，

故 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域不同。

(2)不相同，$f(x)=x, g(x)=|x|$，故它们的对应规律不同。

(3)不相同，$D_f=\{x\mid x\neq 0\}, D_g=\{x\mid x>0\}$，故 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域不同。

(4)相同，$f(x)=1, g(x)\equiv\sin^2 x+\cos^2 x\equiv 1$，故它们具有相同的定义域与对应规律。

【例 1-2-2】 求函数 $y=\sqrt{\lg\dfrac{5x-x^2}{4}}$ 的定义域。

【解】 当 $\lg\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant 0$ 时，函数有意义，由 $\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant 1$，即 $(x-1)(x-4)\leqslant 0$ 解得 $1\leqslant x\leqslant 4$，故定义域为 $[1,4]$。

(二)数列的极限

如果当 $n\to\infty$ 时，数列 x_n 无限接近于某个确定的数值 a，则称 a 为该数列 x_n 的极限，或称数列 x_n 收敛于 a，记作 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$ 或 $x_n\to a(n\to\infty)$。

例如 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0, \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+(-1)^n}{n}=1, \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1(a>0), \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$ 等。

数列 $\{x_n\}$ 若收敛，其极限惟一，且该数列必有界。

【例 1-2-3】 求下列数列极限

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+1}{2n^2+3n+5}$；(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}(1+2+\cdots+n)$。

【解】 (1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+1}{2n^2+3n+5}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{2+\dfrac{3}{n}+\dfrac{5}{n^2}}=\dfrac{1}{2}$。

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}(1+2+\cdots+n)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\cdot\dfrac{n(n+1)}{2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)=\dfrac{1}{2}$。