

初中数学知识手册

刘进丁
纪大为 等编著

上海翻译出版公司

初中数学知识手册

刘进丁 纪大为 编

上海翻译出版公司

(上海复兴中路 597 号)

新华书店上海发行所发行 上海群众印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 15.5 字数 348,000

1988 年 12 月第 1 版 1988 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—10,000

ISBN7-80514-213-0/G·121 定价: 4.35 元

前 言

为方便初中学生学习数学，对学过的概念、定理、公式、法则等能随时查阅、加深理解；教过的习题类型及常用数学方法，能便于记忆、理清脉络；使所学的知识系统化、条理化；我们编写了《初中数学知识手册》。

《初中数学知识手册》是供初中各年级学生使用的工具书。它按代数、平面几何、三角等三部分，对概念、公理、定理、公式及常用的数学方法进行系统的归纳、整理。编写中力求做到：内容精要、重点突出、文字精炼、详略得当、目录精细、分类合理。

《初中数学知识手册》具有以下特点：

1. 在条目编排时，既考虑到数学知识的完整性、体系的科学性，又兼顾到各年级教学内容的先后顺序，在每一部分里，采用按年级顺序进行编写，便于初中各年级学生使用。

2. 编写时注意克服一般手册单纯罗列概念、公式、定理因而枯燥乏味的弱点。它增加了概念的辨析、定理及公式的应用，同时对常用数学方法及重要题型进行归类整理，并精选了适量的例题和习题。因此，《初中数学知识手册》不仅是学生随手可查阅的手册，而且是学生学习初中数学的指导用书和初中毕业生应考的复习资料。

3. 为了开拓学生的视野，给教师提供国外初中教育动态，本手册注意吸收国外信息，精选了部分国外习题。此外，书本还附有常用数学符号、重要常数、常用计量单位和换算

等数学用表以及近年来北京、上海、天津初中升学考试试题及解答。

参加本书编写的有刘进丁、纪大为、黄树萍、吴捷等。由于编者水平有限、难免存在缺点或不妥之处，希望广大读者批评指正，以便再版时进行修订。

编 者

目 录

前言	1
----	---

代 数 部 分

概况及学习要求	1
一年級	5
一、基本概念	5
1. 数	5
2. 式	8
3. 方程	12
4. 不等式	15
二、基本公式、性质和法则	16
1. 有理数及其运算	16
2. 整式的四则运算	23
3. 一元一次方程及二元一次方程组	33
4. 一元一次不等式	34
三、常用数学方法及重要题型	36
1. 有理数及其运算	36
2. 整式及其运算	46
3. 一元一次方程及二元一次方程组	59
4. 一元一次不等式	79
5. 因式分解	84

四、有关的数学轶事及史话	96
二年级	101
一、基本概念	101
1. 数	101
2. 式	106
3. 方程	110
二、基本公式、性质和法则	113
1. 实数	113
2. 分式	114
3. 根式	118
4. 指数	123
5. 方程	124
三、常用数学方法及重要题型	127
1. 分式	127
2. 数的开方	136
3. 二次根式	144
4. 一元二次方程及可以化为一元二次方程的方程	153
5. 指数及其运算	194
四、有关数学轶事及史话	207
三年级	215
一、基本概念	215
1. 对数	215
2. 函数	216
3. 不等式	220
4. 统计初步	221
二、基本公式、性质和法则	224
1. 对数	224

2. 函数·····	226
三、常用数学方法及重要题型·····	233
1. 对数·····	233
2. 函数·····	245
3. 一元一次不等式组和一元二次不等式·····	272
4. 统计初步·····	278
四、有关数学轶事及史话·····	284

几 何 部 分

概况及学习要求·····	289
一年级·····	291
一、基本概念·····	291
1. 点、线、面及其他·····	291
2. 直线、射线、线段·····	292
3. 角·····	294
4. 相交线、平行线·····	297
5. 三角形、全等三角形和等腰三角形·····	298
二、公理、定理和公式·····	300
1. 直线、射线、线段·····	300
2. 等量公理与不等量公理·····	300
3. 角·····	301
4. 相交线、平行线·····	301
5. 三角形、全等三角形和等腰三角形·····	302
三、常用数学方法·····	304
四、有关数学轶事及史话·····	322
二年级·····	324

一、基本概念	324
1. 基本作图	324
2. 逆命题、逆定理	327
3. 轴对称和中心对称	327
4. 多边形及面积	328
5. 比例线段	329
6. 相似三角形和位似图形	330
二、公理、定理和公式	331
1. 直角三角形	331
2. 线段的垂直平分线、角的平分线、对称	332
3. 多边形及面积	333
4. 比例线段	336
5. 相似三角形和位似图形	337
三、常用数学方法	339
四、有关数学轶事及史话	363
三年级	365
一、基本概念	365
1. 圆	365
2. 正多边形和圆	368
3. 四种命题和点的轨迹	369
4. 视图	370
二、公理、定理和公式	371
1. 圆	371
2. 正多边形和圆	374
3. 圆的有关计算公式	374
4. 四种命题的关系和点的轨迹	374
三、常用数学方法	375

四、有关数学轶事及史话.....	416
------------------	-----

三角部分

概况及学习要求.....	420
一、基本概念.....	421
二、基本公式、性质和法则.....	424
三、常用数学方法及重要题型.....	429
四、有关数学轶事及史话.....	454

附 录

希腊字母表	456
常用数学符号	457
重要常数	458
1000以内素数	459
常用计量单位及比较	460
北京市、天津市、上海市初中升学数学试题及解答.....	462

有史以来，人们的文化在某些方面常常是以他们的数学知识以及他们处理数字的能力来衡量的。在语言发展之前，原始人就使用了数。因此，在“二”以后的数字还没有名称之前，人们已经懂得“三”的意义了。同样，一个牧人不会数他的羊群，但他也许能够看出是不是丢了羊。有充分的论据可以说明，一个文化、商业、贸易高度发达的民族，也是最善于处理数字和数学的民族。

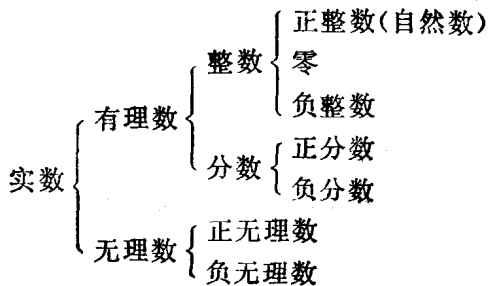
——摘自〔美〕W.希尔 G.洛夫《应用数学基础》

代 数 部 分

概 况 及 学 习 要 求

初中代数共有数、式、方程、不等式、函数及统计初步六个部分。

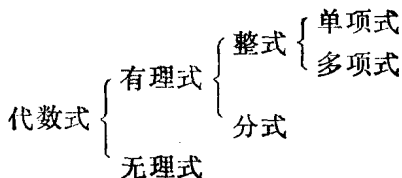
一、数



学习要求：

1. 掌握有理数、无理数、实数等概念。
2. 掌握实数的加、减、乘、除、乘方、开方等六种运算法则和运算律。
3. 理解有关有理数指数幂、对数等概念，掌握有理指数幂和常用对数的运算法则，并能准确进行运算。
4. 能熟练应用数学用表求平方与平方根，立方与立方根及对数运算。

二、式



学习要求：

1. 掌握有关整式、分式、根式等概念。
2. 能熟练进行多项式因式分解及整式的加、减、乘、除运算。
3. 掌握分式、根式的基本性质及运算法则，准确进行运算。

三、方程

初中学习的方程共计有：一元一次方程、一元二次方程及可以化为一元二次方程的方程，二元一次方程组、三元一次方程组、二元二次方程组等。

学习要求：

1. 理解有关方程、方程组的概念，掌握方程的根或方程组的解等概念。

2. 能根据方程的基本性质，熟练掌握各种方程的解法。

3. 熟练掌握一元二次方程的根的判别式及根与系数关系定理，并应用它们解题。

4. 能应用方程这一数学工具解决实际问题。

5. 了解方程增、失根的原因，并掌握识别增根及避免失根的方法。

四、不等式

初中学习的不等式共计有：一元一次不等式、一元一次不等式组；一元二次不等式；某些含有绝对值的不等式；分式不等式等。

学习要求：

1. 理解不等式及不等式的解的概念，掌握不等式的一些基本性质。

2. 能根据不等式同解原理熟练掌握上述各类不等式的解法。

五、函数

初中学习的函数共计有：正比例函数、一次函数、二次函数、反比例函数。

学习要求：

1. 掌握函数的概念及上述各类函数的定义及解析式。

2. 能在直角坐标系上画出上述各类函数的图象。

3. 利用数形结合熟练掌握上述各类函数的性质。

4. 了解研究函数的一般规律。

六、统计初步知识

初中学习的统计初步的基本概念有：总体与样本、平均数、加权平均数、方差、样本标准差、频率等。

学习的数学方法有：平均数及加权平均数的计算、方差及样本标准差的计算、方差的简化计算及频率分布表、频率分布直方图等。

学习要求：

1. 了解统计初步知识的一些基本概念。
2. 学会数据的常用处理方法，会根据样本数据计算平均数、方差，绘制频率分布表、频率分布直方图。
3. 能应用统计初步知识解决一些简单的实际问题。

一年 级

一年级代数学习内容：有理数、整式的加减、一元一次方程、一元一次不等式、二元一次方程组、整式的乘除和因式分解等七大部分。

一、基本概念

1. 数

数学家花费了很长时间才形成了数的概念。从只有正数的世界到把零和负数也包括进来，时间之长是超出想象的。而且，据说从前不相信存在不能用有理数表示的量。毕达哥拉斯学派虽然想用有理数来说明一切，而在另一方面，对发现正方形的对角线之长与边长之比不能用有理数表示大伤脑筋。实数的概念以严密的形式确定下来还是上一世纪的事。

——摘自〔日〕小平邦彦《数学》

【相反意义的量】 在现实生活中，如温度的零上与零下，地面标高的高出海平面与低于海平面，行程中前进与后退，都是具有相反意义的量。

【正数】 带有正号的数叫做正数。正号可省略不写。如 $+8.5$ 可只记 8.5 。

【负数】 带有负号的数叫做负数。如 -4 ， -3.5 。零既不是正数，也不是负数。

【非负数】 正数和零亦称非负数。这是数学里常用的一个

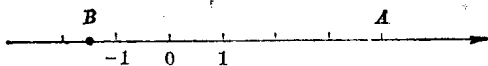
概念。

【整数】 正整数、零、负整数统称整数。有时整数也可看作是分母为1的分数。整数集常用英文大写字母 Z 表示。

【分数】 正分数、负分数统称分数。

【有理数】 整数和分数统称有理数。如整数看为分母为1的分数，则有理数就是分数，可用 $\frac{q}{p}$ ($p \neq 0$, q, p 为整数) 来表示。有理数集常用大写英文字母 Q 表示。

【数轴】 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。如下图：



所有有理数都可以用数轴上的点表示。如4可用 A 点， $-1\frac{1}{2}$ 可用 B 点表示。原点、正方向、单位长度称为数轴三要素，缺一就不能称之为数轴。

【相反数】 只有符号不同的两个数，叫做互为相反数。如3与-3，-7.5与7.5是相反数。相反数具有这样的特点：它们在数轴上所对应的两个点分别在原点的两侧，且与原点的距离相等，即关于原点对称。零的相反数是零。

【倒数】 如两个数的乘积为1，则称这两数是互为倒数，如-5的倒数为 $-\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{3}$ 的倒数为3， $a+b$ 的倒数为 $\frac{1}{a+b}$ ($a+b \neq 0$)

【负倒数】 如果两个数的乘积为-1，则称这两个数是互为负倒数，如2的负倒数为 $-\frac{1}{2}$ ，-0.3的负倒数为 $+\frac{10}{3}$ 。

【绝对值】 一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。要表示一个数的绝对值，只要在这个数的两旁各画一条竖线。如 -3.8 的绝对值记作

$|-3.8|$ ， $|\frac{12}{13}|$ 就表示 $+\frac{12}{13}$ 的绝对值。

绝对值这个概念，日本中学数学课本是这样定义的，供参考；对于有理数 a ，其绝对值 $|a|$ 定义如下：当 $a \geq 0$ 时， $|a| = a$ ；当 $a < 0$ 时， $|a| = -a$ 。而美国的《应用数学基础》是这样定义的：一个数去掉正、负号以后所得的数值，叫做这个数的绝对值。在数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数在数轴上的点离开原点的距离。

有理数的绝对值总为正数或 0 ，就是说有理数的绝对值 $|a|$ 是非负数。

【数的集合】 具有某种属性的数的全体称为数集。如所有正数的全体称为正数集合，所以负数的全体称为负数集合，所有有理数的全体称为有理数集等。自然数集通常用大写的英文字母 N 表示。

【有理数的幂】 求几个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂。如 $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ 个}} = a^n$ ；乘方是一种运算，

而幂是运算的结果。有理数的整数幂，仍为有理数。

【指数与底数】 在 a^n 中， a 叫做底数， n 叫做指数。如 $(-0.5)^4$ ， -0.5 是底数， 4 是指数，读作 (-0.5) 的 4 次方或 (-0.5) 的 4 次幂。

【平方与立方】 平方即二次方，立方即三次方。

【近似数】 在现实生活中，进行计算或测量时，有时不必要或不可能得到准确数。我们把与实际数量接近的数称为近

似数。如3.14就是圆周率 π 的一个近似数。近似数是对准确数而言的，如家里有5口人，5是准确数。

【有效数字】 从一个数左边第一个非零数字开始直到最右边的数字，都叫做这个数的有效数字。如101.7有四个有效数字，0.0036和4.2各有二个有效数字，而17.010有五个有效数字。要注意，在左边第一个非零数字之前的所有的零都不是有效数字，这些零仅是为了标出小数点的位置。但是，位于最后一个非零数字之后的那些零都是有效数字。

【准确度】 一个数的准确度系指这个数所含有有效数字的个数。如：101.7的准确度是四个有效数字，也称为准确到四位数字。4.2和0.0036准确到两位数字，而17.010准确到五位数字。

【精确度】 一个近似数四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。101.7、4.2是精确到一位小数即精确到十分位，17.010精确到千分位，0.0036精确到小数四位即万分位。

准确度与精确度是有区别的。0.00752和75.2，它们均准确到三位有效数字，而0.00752精确到十万分位，而75.2精确到十分位。准确度与小数点位置无关，而精确度则直接由小数点的位置决定。

2. 式

把不论未知量或已知量都用字母的表示式去处理的想法，是十七世纪初维达(1540~1603)确立的*。由此，使代数学体系化，为今天奠定了广阔发展的基础。

——摘自[日]小平邦彦《数学》

*维达，按我国习惯译法应为，韦达。