

初中应知应会系列丛书

初中几何 第二册学习手册 下册

(供初中三年级第二学期使用)

梅向明主编

Chu Zhong
SHU XUE

农村读物出版社

中学课外读物

· 初中应知应会系列丛书 ·

初中几何第二册学习手册

下 册

(供初中三年级第二学期使用)

梅向明 主编

农村读物出版社

内 容 简 介

本书为“应知应会系列丛书”中的一册。全书按人民教育出版社出版的课本及教学参考书的课时安排，按每星期授课时数分课编写。目的在于帮助学生预习和听课、教师备课或家长辅导。

每节课内容包括一、应知应会：指出本节课应该知道、学会的知识和技能；二、预习注意：着重帮助学生解决预习中的疑难；三、复习巩固：侧重帮助学生巩固所学知识和技能，提供思考题。本册共79课，其中20课为“平面几何总复习”，每单元有小结及综合练习，对升学考试很有帮助。

可供初三学生、教师、自学青年及家长参阅。

· 初中应知应会系列丛书 ·

初中几何第二册学习手册

下 册

梅向明 主编

农村读物出版社 出版

北京市永乐印刷厂印刷

新华书店首都发行所 发行

787×1092毫米 1/32 6 印张 133千字

1987年12月第一版 1987年12月第一次印刷

印数：1——45000

统一书号：7267.137定价：1.50元

ISBN 7-5048-0237-9/G·87

目 录

序.....	(1)
前言.....	(2)
第18课 三角形的内切圆(一).....	(4)
第19课 三角形的内切圆(二).....	(7)
第20课 弦切角(一).....	(10)
第21课 弦切角(二).....	(14)
第22课 和圆有关的比例线段(一).....	(17)
第23课 和圆有关的比例线段(二).....	(20)
第24课 和圆有关的比例线段(三).....	(23)
第25课 圆和圆的位置关系(一).....	(27)
第26课 圆和圆的位置关系(二).....	(31)
第27课 两圆的公切线(一).....	(34)
第28课 两圆的公切线(二).....	(38)
第29课 两圆的公切线(三).....	(41)
第30课 相切在作图中的应用.....	(45)
第31课 正多边形和圆(一).....	(48)
第32课 正多边形和圆(二).....	(51)
第33课 正多边形的有关计算(一).....	(54)
第34课 正多边形的有关计算(二).....	(58)
第35课 正多边形作图(一).....	(61)
第36课 正多边形作图(二).....	(64)
第37课 正多边形作图(三).....	(66)

第38课	圆周长、弧长	(68)
第39课	圆、扇形、弓形的面积(一)	(72)
第40课	圆、扇形、弓形的面积(二)	(75)
第41课	四种命题的关系(一)	(77)
第42课	四种命题的关系(二)	(79)
第43课	点的轨迹(一)	(82)
第44课	点的轨迹(二)	(85)
第45课	点的轨迹(三)	(87)
第46课	点的轨迹练习	(90)
第47、48课	小结(一)、(二)	(92)
第49课	复习测试题	(97)
平面几何总复习		(100)
第 1 课	基本概念	(100)
第 2 课	四种命题和反证法	(104)
第 3 课	相交线、平行线	(107)
第 4 课	一般三角形的性质	(111)
第 5 课	三角形的全等	(115)
第 6 课	特殊三角形的性质	(119)
第 7 课	平行四边形	(123)
第 8 课	梯形	(127)
第 9 课	面积、勾股定理	(131)
第10课	比例线段	(136)
第11课	相似三角形的判定和性质	(140)
第12课	比例线段和相似形的综合	(145)
第13课	圆的有关性质(一)	(150)
第14课	圆的有关性质(二)	(154)
第15课	直线和圆以及圆和圆的位置关系	(158)

第16课	和圆有关的比例线段·····	(163)
第17课	正多边形和圆·····	(167)
第18课	基本轨迹和尺规作图·····	(172)
第19、20课	综合练习·····	(177)

序

中国数学学会普及委员会主任
北京师范学院副院长兼数学系主任

梅向明

目前，中学教材改革的主要一点是：把过高的教学要求降下来。那么，自然就会产生一个问题：给中学生传授知识的“低限”是什么？这也就是这一套学习手册想解决的主要问题。当然，教学要求的确定主要是通过修改教学大纲来解决，我们只是根据修改以后的教学大纲，从教学内容上进一步具体化。

这一套学习手册是参加编写的老师们的教学经验的总结。他们都是六十年代的大学生，从事中学数学教学二三十年，因此从内容、选材和构思上，给我的印象是好的，编写态度是认真严肃的。

在我看来，这套学习手册不仅可以供初中学生使用，更重要的对象恐怕还有两部分人：一是供缺乏教学经验的初中教师备课之用；二是供一些关心子女成长的家长作为督促子女学习之用。因此，我认为这套学习手册会受到广大初中生、教师和家长的欢迎。

1987年2月15日于北京师范学院

前 言

一、国家教委颁布《调整初中数学教学要求的意见》后，在全国范围内大面积地提高初中数学的教学质量势在必行。为此，我们在中国数学学会普及委员会主任、北京师范大学学院副院长兼数学系主任梅向明教授的主持下，编写了这套初中数学应知应会学习手册。

二、这套学习手册是根据人民教育出版社今年春季供应的初中各年级数学课本的内容，并参照该社供应的教学参考书中的课时安排，按照各年级每学期数学授课时数分课编写的。

三、每课内容均包括“应知应会”、“预习注意”、“复习巩固”三部分。

“应知应会”是向读者指出本课的教学要求和教学内容的重点。

“预习注意”是帮助读者解决在阅读课文时可能遇到的困难，分析教材内容的结构，发掘教材内容的潜在涵意、教给读者分析问题的方法，培养读者解决问题的能力。

“复习巩固”是围绕教学内容对课本中的练习和习题进行必要的铺垫，个别地方也作了一些相应的提高。这就能使读者开扩眼界，启迪思维，从而巩固了所学的内容。

四、这套学习手册融教学经验和教学方法为一体，寓科学道理和逻辑思维于一文。它通俗易懂，语言洗炼，形式活泼，使用方便。全国各省、自治区、直辖市的城乡中学均可

使用。各类知识青年、在职职工、初中教师和学生家长也可以参考阅读。

五、这套学习手册由梅向明教授主编，参加编写工作的有北京市海淀区、西城区、朝阳区、丰台区的数学教师肖淑英、王建民、姚印发、李鸿元、陈璐、戴志年、邴福林、李冰、郑学遐等。

六、愿这套学习手册能为大面积提高初中数学的教学质量作出微薄的贡献，愿它们能成为本书编者提供给广大初中学生和教师的心爱的礼物。

诚恳欢迎广大读者给我们提出宝贵的意见和建议。

编 者

1987年春于北京

第18课 三角形的内切圆(一)

课本第103页第17行至第105页第5行.

一、应知应会

根据三角形三个内角平分线相交于一点,这一点到三边的距离相等,得出三角形内切圆的作法,从而完整了三角形与圆的相互位置关系.

三角形与圆的相互位置关系,最主要的是外接(课本第97页)和内切这两种情况.利用圆与三角形的这些关系,可以进一步研究三角形的特性:由外接关系可得外心到三角形三个顶点距离相等;由内切关系可得内心到三角形三条边距离相等及内心与各顶点的连线平分每一个内角.

由于不在一直线上的三点确定一个圆,所以任一个三角形都有一个外接圆;又由于三角形的三条角平分线有且只有一个交点,所以任一个三角形只有一个内切圆.

此外,课本第106页练习2、3,可分别叙述为“三角形的一顶点到内切圆的切点间的长等于这顶点两夹边之和与第三边的差的一半”,“直角三角形的内切圆半径等于周长的一半与斜边的差”,对以上两个结论,以后应用时,可以直接运用.

二、预习注意

本节虽然是以作图为主,但是值得我们注意的概念、术

语还是有的，如

1. 在作三角形内切圆时，分析中虽然指出“三角形三个内角的平分线相交于一点，这一点到三边的距离相等”，但在作图时，只画出两个角的平分线交于一点，就可以了。

2. 课本中引出“三角形的内切圆”概念的同时，提出了“圆的外切三角形”，“切”是三角形的三边与圆的关系，而“内”“外”则是指三角形与圆的相对位置，从三角形的角度看，此圆应是三角形的内切圆。要是从圆的角度看，此三角形应是圆的外切三角形，结合图形“内”“外”关系即可自明。

3. 熟悉内心概念，它与三角形各顶点的连线，就是各内角的平分线。

4. 练习第2、3题是用代数法解几何题中的典型例题。我们知道利用代数或三角计算证明几何问题，通常是以最少量的字母表示未知的几何量，将几何图形数量化，借其几何性质进行推证。此方法应引起我们重视。因此，在“复习巩固”中还会出现这类型例题。

三、复习巩固

我们选编以下各例题，用以复习巩固三角形的内切圆的有关概念。

1. 选择题：

(1) 如图1， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆， D 是切点， $BC = 3\text{cm}$ ， $DC = 2\text{cm}$ ， $\triangle ABC$ 的周长是 16cm ，那么 $AB =$ ()

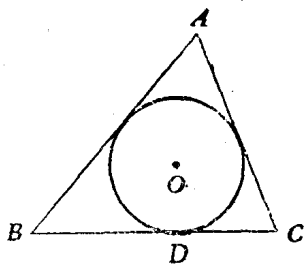


图 1

A 4cm. B 5cm. C 6cm. D 7cm.

(2) 如图2, $\triangle ABC$ 是
 ⊙O 的外切三角形. E 是切
 点. 在 i. $OE \perp BC$; ii. OA
 平分 $\angle A$; iii. AD 的延长
 线平分 BC 中, 正确的是
 ().

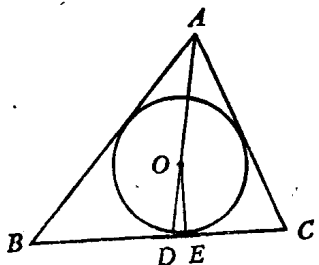


图 2

A. 只有 i. B. 只有
 和 ii. C. 只有 i 和 iii.
 D. 有 i, ii, iii

第(1)题选 C, 第(2)题选 B.

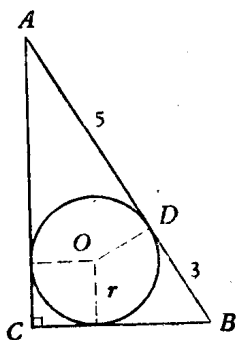


图 3

2. 如图 3, 已知直角 $\triangle ABC$,
 内切圆切斜边 AB 于 D , 且 $AD=5$,
 $DB=3$, 求此三角形的面积 S

解: 设内切圆半径为 r , 则
 $\triangle ABC$ 面积为 S .

其周长之半为 P ,

$$\because BC=3+r, AC=5+r.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (3+r) \cdot (5+r)$$

又 $S = P \cdot r$, 其中 $P = 8+r$.

$$\text{则有 } \frac{1}{2} (3+r) \cdot (5+r) = (8+r) \cdot r$$

$$\text{即 } r^2 + 8r - 15 = 0.$$

$$\text{解得 } r_1 = -4 + \sqrt{31}, r_2 = -4 - \sqrt{31} (\text{舍去}).$$

$$\therefore S = (8 + \sqrt{31} - 4) (\sqrt{31} - 4) = 15.$$

答: 此三角形的面积为 15.

*如图4, $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle COA} = \frac{1}{2}r \cdot BA + \frac{1}{2}r \cdot BC + \frac{1}{2}r \cdot AC = \frac{1}{2}r \cdot (AB + BC + AC)$.

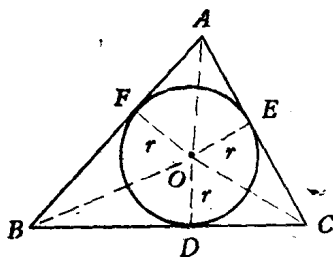


图 4

第19课 三角形的内切圆(二)

课文第105页第6行至第106页第1行.

一、应知应会

在我们掌握了三角形的内切圆的有关知识之后,进一步深化,将三角形扩大为多边形,那就是和多边形的各边都相切的圆叫做多边形的内切圆,这个多边形叫做圆的外切多边形.具体到四边形则有圆的外切四边形的两组对边的和相等,这是圆外切四边形的性质定理,那么圆外切四边形的判定定理呢?我们将在下面介绍给你;一个四边形的两组对边的和相等,则它外切于圆.

已知:如图5, 四边形 $ABCD$ 中, $AB + CD = AD + BC$.

求证: 四边形 $ABCD$ 是圆的外切四边形.

证明: 设以 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的平分线的交点 O 为圆心, 可以

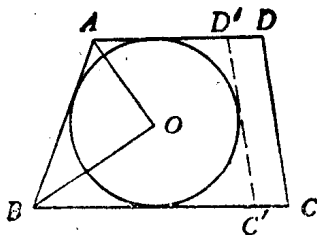


图 5

作一圆与三边 AB 、 BC 、 AD 相切。假定 DC 和 $\odot O$ 不相切，若作此圆的切线平行于 CD 并与 AD 、 BC 或其延长线分别交于 D' 、 C' ，则四边形 $ABC'D'$ 为圆外切四边形。所以，

$$AB + D'C' = AD' + BC'. \quad (1)$$

又由假定，知

$$AB + DC = AD + BC. \quad (2)$$

由(2)-(1)得，

$$DC - D'C' = DD' + CC'.$$

$$\text{即 } DC = DD' + CC' + D'C'$$

这个四边形的一边等于其余三边之和，这是不合理的。与 AD 、 BC 交于延长线的情况，证明方法相同。所以，该四边形 $ABCD$ 是圆外切四边形。

二、预习注意

本节内容不多，在预习时可与前文多边形与圆(第75页)及圆的内接四边形(第87页)对照学习，这样既便于复习旧知识又可以学习新内容，而且还不至于搞混。除此而外，还应注意，对于四边形来说，它与三角形不一样，四边形不一定都有外接圆和内切圆，如果一个四边形有外接圆，那么它的对角一定是互补的；如果一个四边形有内切圆，那么它的两组对边的和一定相等。

三、复习巩固

本节知识可以看成是由直线与圆相切引伸而得的，为此，无论是三角形的内切圆，还是四边形的内切圆。凡是遇到“切”的问题，都离不开直线与圆相切的知识，如证“圆的外切四边形的两组对边的和相等”，就用到切线长定理，当然作为独立的一节，必有它自己的特点。为了巩固这部分内容请看下面例题。

1. 选择题：

(1) 如果圆外切等腰梯形的腰长为 a ，那么梯形中位线的长为()

A. $\frac{1}{3}a$ B. $\frac{1}{2}a$ C. $\frac{2}{3}a$ D. a .

(2) 等腰直角三角形的内切圆与外接圆半径的比值是()。

A. $\sqrt{2}-1$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

第(1)题选 D，第(2)题选 A。

2. 求证：圆的外切平行四边形是一个菱形。

已知：如图 6. $ABCD$ 是外切于 $\odot O$ 的平行四边形

求证： $ABCD$ 是一菱形。

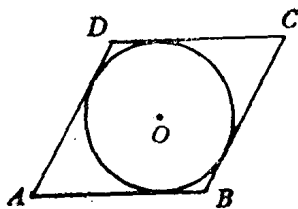


图 6

证明： $\because ABCD$ 是平行四边形，并且外切于 $\odot O$ ，则

$$AB=DC, BC=AD.$$

又 $AB+DC=BC+AD.$

$$\therefore 2AB=2AD.$$

即 $AB=AD.$ $ABCD$ 是一菱形.

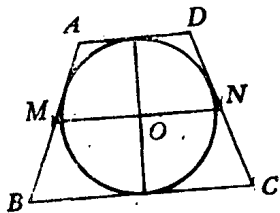


图 7

3. 求证在定圆的外切梯形中，面积最小的是正方形。如图 7，

证明：设梯形 $ABCD$ 为圆外切梯形， $AD \parallel BC$ ， $\odot O$ 半径为 r ，则

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD+BC) \times 2r$$

S 最小只要 $AD+BC$ 最小就可以了。

设 M 、 N 分别为 AB 、 CD 的中点，

$$MN = \frac{1}{2}(AD+BC)$$

当 $MN=2r$ 时为最小，即 $\frac{1}{2}(AD+BC)$ 最小。这时，面

积最小值是 $4r^2$ ， $ABCD$ 为正方形。

第20课 弦切角(一)

课本第106页至第108页第15行。

一、应知应会

在前几节，我们学过两种和圆有关的角，那就是圆心角，圆周角，它们各自的特征分别是：圆心角的顶点在圆心上，而圆周角呢？不仅角的顶点在圆上，而且角的两边都与圆相交，如图8。当我们把圆周角的一边 AB 按箭头所示的方向绕 A 点旋转，使 AB 切 $\odot O$ 于 A 时，如图9，我们把这种和圆有关的角叫做弦切角，在“弦切角”这节课里，我们除了掌握弦切角定义之外，还应会准确地指出弦切角所夹的一段弧，真正理解和掌握弦切角定理、推论的全部内容及其证明过程，并会灵活应用。

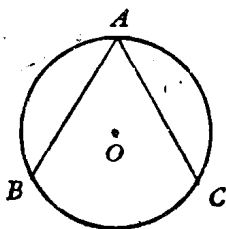


图 8

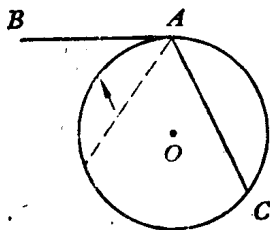


图 9

二、预习注意

1. 弦切角、圆周角虽然同是和圆有关的角，但是它们除去顶点都在圆上以外，再无相同的地方，弦切角的一边与圆相切，另一边与圆相交，而圆周角的两边都与圆相交。

2. 弦切角定理：弦切角等于它所夹的弧对的圆周角，从中看出，在研究弦切角和圆周角相等时，是以弧为媒介，这段弧肩负着双重任务，既是弦切角所夹的弧，又是圆周角所对的弧。