

中等专业学校试用教材

22

结构力学

天津铁路工程学校 吕学谟 主编

中国铁道出版社

中等专业学校试用教材

结 构 力 学

天津铁路工程学校 吕学谟 主编

中 国 铁 道 出 版 社

1987年·北京

内 容 简 介

本书根据铁路中专教材规划及拟订的《结构力学》编写提纲编写的。

全书共计十二章,包括绪论及基本概念、平面体系的几何构造分析、静定梁及静定平面刚架、静定拱、静定平面桁架和组合结构、影响线及其应用、静定结构的位移计算、力法、连续梁及交叉梁系、超静定拱、位移法和力矩分配法、结构矩阵分析等。

本书可以作为铁路中等专业学校铁道工程、桥梁与隧道、工业与民用房屋建筑等专业的结构力学教材,亦可供土建类其它专业技术人员参考。

中等专业学校试用教材

结 构 力 学

天津铁路工程学校 吕学谟 主编

中国铁道出版社出版

责任编辑 刘桂华 封面设计 翟达

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本:787×1092毫米 1/32印张:18.75 字数:454千

1987年6月 第1版 第1次印刷

印数:0001—12,000册 定价:2.80元

前 言

本书是根据铁路中等专业学校铁道工程、桥梁与隧道教材编审委员会有关铁路中专教材规划及1985年6月拟订和通过的《结构力学》编写提纲,并参照中等专业学校《结构力学》教学大纲编写的。内容适用于铁道工程、桥梁与隧道、工业及民用房屋建筑等专业。

本书吸取了多年的教学经验和有关教材的优点,同时照顾到铁路专业的需要。在教材内容上,除保持全书的完整性、系统性外,还注意体现“少而精”的原则,突出了实践性的教学内容,并适当介绍了一些已经成熟并为现场所采用的新内容。

讲完本书全部内容约需100~110学时,但根据不同专业的需要和学时数的多少,对书中的某些部分可酌情取舍。

本书由天津铁路工程学校吕学谟(第一、六章)、宋文西(第三、十一章)、衡阳铁路工程学校吴章禄(第四、十二章)、包头铁路工程学校刘长庆(第二、七章)、齐齐哈尔铁路工程学校张岳立(第八、九章)、合肥铁路工程学校彭兰馨(第五章)、渭南铁路工程学校黄湘(第十章)编写。吕学谟主编,吴章禄主审。全部附图均由刘长庆、彭兰馨绘制。

编 者

1986年5月

目 录

第一章 绪论及基本概念	1
第一节 绪 论.....	1
第二节 结构的计算简图.....	2
第三节 平面杆件结构的分类.....	4
第四节 荷载的分类.....	5
第二章 平面体系的几何构造分析	6
第一节 几何构造分析的目的.....	6
第二节 平面体系的自由度.....	6
第三节 几何不变体系的简单组成规则.....	9
第四节 瞬变体系.....	11
第五节 几何构造分析举例.....	13
小 结.....	15
复习思考题.....	15
习 题.....	15
第三章 静定梁及静定平面刚架	17
第一节 静定梁.....	17
第二节 静定平面刚架.....	22
第三节 静定结构的特性.....	27
小 结.....	28
复习思考题.....	28
习 题.....	29
第四章 静定拱	32
第一节 概 述.....	32
第二节 实体三铰拱的解法.....	33
第三节 三铰拱的合理拱轴.....	38
小 结.....	41
复习思考题.....	41
习 题.....	41
第五章 静定平面桁架和组合结构	43
第一节 概 述.....	43
第二节 桁架内力计算的结点法.....	45
第三节 桁架内力计算的截面法.....	48
第四节 结点法与截面法的联合运用.....	51
第五节 各式桁架受力性能的比较.....	53

第六节 组合结构	55
小 结	57
复习思考题	58
习 题	59
第六章 影响线及其应用	62
第一节 影响线的概念	62
第二节 用静力法作静定梁的影响线	62
第三节 用机动法作静定梁的影响线	66
第四节 间接荷载作用下主梁的影响线	68
第五节 简单桁架的影响线	70
第六节 三铰拱的影响线	73
第七节 利用影响线求结构的量值	73
第八节 荷载的最不利位置	76
第九节 简支梁的绝对最大弯矩	81
第十节 简支梁的内力包络图	83
第十一节 铁路标准荷载制	85
第十二节 中-活载的换算均布荷载	88
小 结	92
复习思考题	92
习 题	93
第七章 结构位移的计算	97
第一节 概 述	97
第二节 实功与实功原理	98
第三节 虚功与虚功原理	102
第四节 结构位移计算的一般公式	104
第五节 荷载作用下结构的位移计算	105
第六节 图乘法	109
第七节 结构由于其它因素引起的位移	114
第八节 弹性结构的互等定理	118
小 结	121
复习思考题	122
习 题	122
第八章 力 法	126
第一节 超静定结构概述	126
第二节 力法基本概念	127
第三节 基本结构和超静定次数	129
第四节 力法典型方程和算例	131
第五节 超静定结构在荷载作用下的位移计算	137
第六节 超静定结构内力图的校核	139
第七节 支座移动和温度改变等对超静定结构的影响	140

第八节 结构对称性的利用	144
第九节 超静定桁架	148
第十节 超静定组合结构	149
第十一节 超静定结构的特性	151
小 结	152
复习思考题	152
习 题	152
第九章 连续梁及交叉梁系	156
第一节 概 述	156
第二节 连续梁的三弯矩方程	156
第三节 用机动法作连续梁的影响线	162
第四节 均布活载的最不利位置及内力包络图	164
第五节 交叉梁系的计算	166
小 结	168
复习思考题	169
习 题	169
第十章 超静定拱	171
第一节 概 述	171
第二节 对称无铰拱的分析方法	173
第三节 无铰拱的计算	176
第四节 温度变化对无铰拱的影响	182
第五节 支座位移对无铰拱的影响	185
第六节 两铰拱的计算	186
小 结	190
复习思考题	190
习 题	191
第十一章 位移法和力矩分配法	192
第一节 位移法的基本概念	192
第二节 等截面直杆的转角位移方程	194
第三节 位移法的基本未知数和基本结构	200
第四节 用位移法解超静定结构	202
第五节 用附加联系法建立位移法基本方程	209
第六节 对称性的利用	213
第七节 力矩分配法	215
第八节 力矩分配法计算无侧移结构	221
第九节 无剪力分配法计算单跨对称刚架	229
第十节 叠代法	234
小 结	240
复习思考题	241
习 题	241

第十二章 结构矩阵分析	245
第一节 结构矩阵分析的基本概念	245
第二节 平面杆系结构的单元刚度矩阵	248
第三节 平面杆系结构的整体刚度矩阵	252
第四节 边界条件的处理	255
第五节 跨间荷载的处理	263
第六节 坐标变换	269
第七节 杆端力向量的反变换	276
小 结	283
复习思考题	283
习 题	284
习题部分答案	286
主要参考书	292

第一章 绪论及基本概念

第一节 绪 论

一、结构力学的研究对象和任务

凡是用钢、木、石、混凝土等建筑材料，按照合理的组合方式组成，并能承担预定的荷载任务，从而起到骨架作用的建筑物称为结构。如桥梁、隧道、涵洞、挡土墙以及房屋、堤坝、水塔等。

结构可按各种不同的方法进行分类：

1. 按建筑材料分

- (1) 钢木结构。
- (2) 圬工结构。

2. 按空间观点分

- (1) 平面结构：结构杆件的几何轴线和荷载都在同一平面内。
- (2) 空间结构：杆件的几何轴线和荷载不在同一平面内。但根据结构的组成特点及荷载的传递途径，在很多情况下，空间结构可分成几个独立的平面结构来进行计算。

3. 按几何观点分

- (1) 杆件结构：在长、宽、厚三向尺寸中，一向尺寸比其它两向尺寸大得多的结构。
- (2) 薄壁结构：一向尺寸比其它两向尺寸小得多的结构。
- (3) 实体结构：三向尺寸大体相当，可用同量级单位来表达的结构。

4. 按结构的几何组成成分

- (1) 静定结构。
- (2) 超静定结构。

结构力学的任务是研究结构的组成规律和合理形式，以及结构在各种外因作用下的强度、刚度和稳定性的计算。研究的目的在于保证结构不改变固有的几何形状，并能安全又经济地承担一定的荷载。

本书主要讲述平面系统的杆件结构，内容包括静定结构在恒载作用下的内力及位移的计算和在移动荷载作用下的内力计算；超静定结构的内力和位移的计算；以及结构的矩阵分析等。

二、结构力学的基本假定

1. 完全弹性（物理线性）法则

假定材料是均匀的、连续的、各向同性的，是服从虎克定律的，是完全弹性的。

2. 小变形（几何线性）法则

结构的变形与结构本身的尺寸比起来是微小的。所以外力作用在结构上其作用点的位置,与外力作用的方向,都不因结构的小变形而有所变动。这样,在进行受力分析时,静力平衡方程式与结构变形无关。

符合上述二条件的结构,称为线弹性变形结构,其位移与荷载成正比。

3. 叠加原理

在多个外力作用下,结构的反力、内力和变形(位移),都分别等于各力单独作用时产生的影响之和。应用这个叠加原理时,要求结构应是线弹性变形体系,即要求结构的几何形状应该固定不变。

三、结构力学的发展

在封建社会,虽然有不少著名的建筑物,但限于当时的生产水平,对于结构计算并没有形成一门科学。到十九世纪前半期,由于资本主义的发展,需要建造许多当代新型的建筑物,结构力学才逐步形成并发展成为一门独立的学科。而且由于工业技术的逐步革新,也要求结构力学不断发展,以解决一些比较复杂的问题。例如钢筋混凝土结构的应用,就促使许多超静定刚架的计算方法不断产生。从电子计算机问世以后,结构力学这门科学更发生了深刻的变化,如矩阵分析等新的计算方法,在结构分析中被广泛应用。借助电子计算机可以解决许多复杂的结构力学问题,它的发展前景是极为广阔的。解放后,我国在结构力学这门科学领域中,也得到了极大的发展,先后在刚架计算、厂房排架分析,薄壳计算和结构抗震研究等方面,都取得了可喜的成果。但和世界先进水平相比仍存在差距,我们应加倍努力,为赶上世界先进水平而奋斗。

第二节 结构的计算简图

建筑物的结构一般都比较复杂,要完全按照结构的实际情况进行分析和计算是不可能的。因此,在进行分析计算时,总是抓住主要矛盾而忽略次要因素,采用一种简化的计算图式来代替实际的结构进行计算。这种简化的计算图式,称为结构的计算简图。在理论力学、材料力学和结构力学课程中,所涉及的计算问题的图式都是计算简图。

选用结构的计算简图,应遵循下面两个基本原则:

第一、尽可能正确地反映结构的实际变形情况和受力特点。

第二、尽可能使结构的计算过程简化。

在结构简化时,首先应了解结构结点及支座的种类。

一、结构结点的分类

凡多根杆件联结的地方称为结点。结点有铰结、刚结和组合结点三种,如图1-1所示。

1. 铰结点:被联结的各杆件可以绕铰中心自由转动,如图(a),这种铰称为完全铰。

2. 刚结点:各杆件不能绕结点自由转动,受力变形后,各杆端切线间的夹角保持不变,如图(b)。

3. 组合结点:在联结处有的杆与杆之间是用刚结,有的则是用铰结,如图(c)。

在组合结点处的铰称为不完全铰，不完全铰在计算简图上不能把杆件切开，如图（c）中的 a 杆不能被切断。

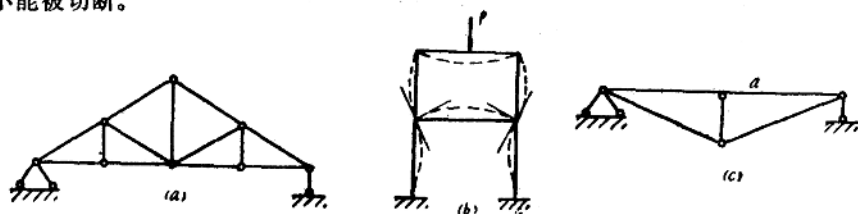


图 1-1

二、结构支座的分类

把结构与基础联系起来的装置称为支座。根据实际构造和约束特点，结构支座的简化形式可归纳为四种：

1. 活动铰支座：这种支座只能阻止结构在垂直支承面方向的移动，它的计算简图可以用一根链杆来表示。如图 1-2（a），反力的未知数只有一个，即反力的大小。

2. 固定铰支座：这种支座允许结构围绕铰中心转动，但不能作任何方向的移动，它的计算简图可以用两根相交的链杆来表示。

如图 1-2（b），反力的未知数有两个，即反力的大小和方向，或两个互相垂直的分反力的大小。

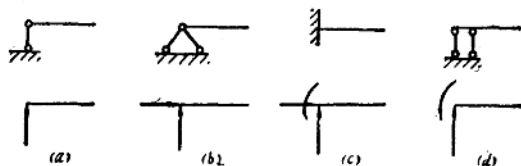


图 1-2

3. 固定端支座：这种支座不允许结构作任何转动和移动，它的计算简图如图

1-2（c）所示，用三根不平行不相交的链杆表示。反力的未知数有三个，即反力的大小、方向和作用点；或两个互相垂直的分反力的大小和一个力偶的大小。

4. 定向支座（滑动支座）：这种支座只允许结构在沿支承面方向滑动，它的计算简图可以用两根平行链杆来表示，如图 1-2（d）。反力未知数是两个，即反力的大小和作用点，或一个反力的大小和一个力偶的大小。

三、结构体系的简化

结构的杆件都用轴线来表示，如图 1-3（a）所示两端放置在墙上的梁，就可以其轴线来代表。又如图 1-3（c）所示的屋架，它的每根杆件也都可以其轴线来代表。各杆之间的联结都假定为铰结，两铰之间的距离就是杆件的长度。

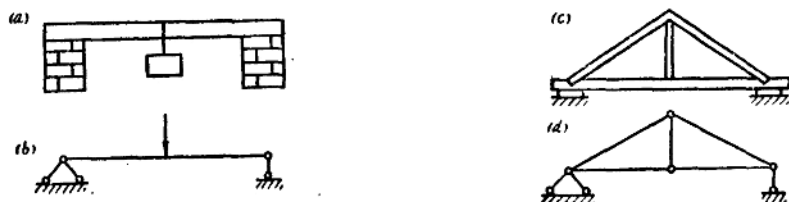


图 1-3

如图 1—3 (a)、(c)，梁或桁架的两端搁在墙上，支承面有摩擦限制了梁或桁架的移动，但受温度的影响仍允许伸长或缩短。所以可将一端视为固定铰支座，另一端则视为活动铰支座，如图 1—3 (b)、(d) 所示。

第三节 平面杆件结构的分类

平面杆件结构按其受力特征可分为五类：

梁 有静定的简支梁、悬臂梁、伸臂梁、多跨静定梁及超静定梁等分别如图 1—4 (a)、(b)、(c)、(d)、(e) 所示。

拱 有静定的三铰拱及超静定的无铰拱、两铰拱，如图 1—5 (a)、(b)、(c) 所示。拱的特征是在竖向荷载作用下会产生水平反力。

刚架 刚架由梁和柱组成，梁柱的联结处一般为刚结点，有静定的和超静定的各种刚架，如图 1—6 所示。

桁架 由许多杆件组成，各杆只受轴力，各杆彼此间的联结均为铰接。桁架也有静定桁架和超静定桁架，如图 1—7 所示。

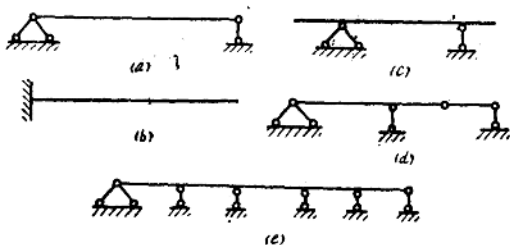


图 1—4

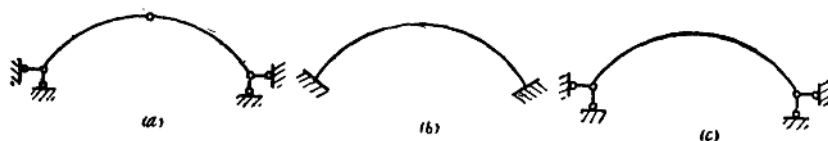


图 1—5

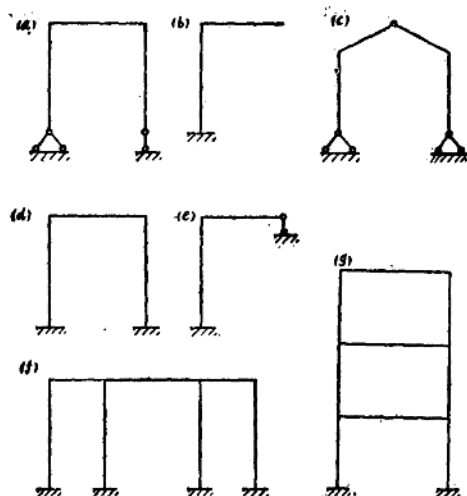


图 1—6

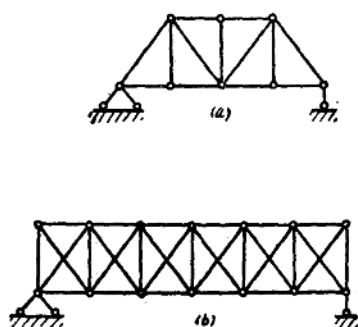


图 1—7

组合结构 组合结构的部分杆件受轴力，部分杆件以受弯为主，各杆彼此间的联结有铰结也有刚结，如图 1—8 所示。



图 1—8

第四节 荷载的分类

作用在结构上的荷载，可以按不同的方法进行分类。

1. 按荷载作用时间的久暂分为：

(1) 恒载：指在使用期间永不改变的荷载，如结构的自重及装置在结构上的永久设备等。

(2) 活载：指大小、方向、位置及作用时间均不固定的荷载，它又可分为定位荷载和移动荷载。定位荷载是位置固定，但大小和作用时间不固定的荷载，如风、雪等。移动荷载是一系列间距固定不变的竖向荷载，如列车、汽车队、吊车等。

2. 按荷载作用的性质分为：

(1) 静荷载：指逐渐地、缓慢地自零开始的荷载。

(2) 动荷载：指大小、位置随时间迅速变化的荷载。

3. 按荷载与结构的接触情况分为：

(1) 直接荷载：如图 1—9 所示，纵梁所承受的荷载就是直接荷载。

(2) 间接荷载：如图 1—9 所示，主梁所承受的荷载是通过纵、横梁传下来的，是间接荷载，也称为结点荷载。

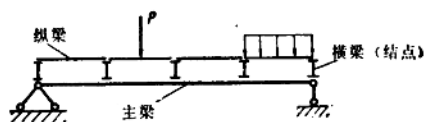


图 1—9

第二章 平面体系的几何构造分析

本章提要：本章介绍平面体系几何构造分析的目的，讨论平面体系的自由度和几何不变体系的简单组成规则。

第一节 几何构造分析的目的

结构通常是由若干个杆件组成的，但是将一些杆件任意拼成“结构”，并不能在工程上使用，必须要求结构满足一定的组成规律。由实践可知，如图 2—1 (a) 所示的体系，受到外荷载 P 作用后，如不考虑材料变形时，能保持其几何形状与位置不变，这样的体系称为几何不变体系。但如图 (b) 所示的体系，即使在很小的外荷载 P 作用下，杆件也会发生相对的机械运动，不能保持其原有的形状和位置，这样的体系称为几何可变体系。显然一般几何可变体系，是不能作为工程结构使用的。就体系的几何组成进行分析，称为体系的几何构造分析或机动分析。

几何构造分析的目的：

第一、当结构设计和选定计算简图时，必须先分析它是不是几何不变体系，从而决定它能否作为工程结构使用；

第二、为了区分结构是静定还是超静定，以便确定相应的计算方法。

第三、利用几何构造分析，了解结构的构造特征，为今后结构计算打下基础。

在几何构造分析中，由于略去了材料的弹性变形，因此可以把一根梁、一根链杆或体系中已被肯定的几何不变部分，都看作是一个刚体，它在平面体系中称为刚片。

在本章中，只讨论平面体系的几何构造分析。

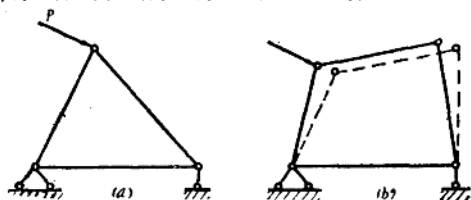


图 2—1

第二节 平面体系的自由度

一、自由度的概念

判别体系是否为几何不变的，涉及到体系运动的自由度。所谓某一体系的自由度，是指该体系运动时，可以独立变化的几何参数的数目。这个数目就是用来确定该体系的位置所需独立坐标的数目。

在平面内，一个点的位置可用两个坐标变量 x 和 y 来确定，如图 2—2 (a) 所示，故自由度等于 2。至于一个刚片在平面运动时，其位置将由它上面的任一点 A 的坐标 x 、 y 和过 A 点的任一直线 AB 的倾角 ϕ 来确定，如图 (b) 所示。因此，一个刚片在平面内的自由度等于 3。

由上述可知，在一般情况下，如果一个体系有 n 个独立的运动方式，就说明这个体系有 n 度自由。在工程上使用的结构都是几何不变体系，其自由度为零或小于零，凡是自由度大于零的体系都是几何可变体系。



图 2-2

二、各种约束的分析

体系的自由度，将因加入某些装置而减少，减少自由度的装置称为联系或约束。凡是减少一度自由的装置，称为一个联系或一个约束。

1. 链杆约束

如图 2-3 (a) 所示，用一根链杆 AB 将刚片与地基相联，因 A 点不能沿链杆方向移动，故刚片将只能有两种运动方式。即刚片绕 A 点转动和刚片随链杆上的 A 点绕 B 点转动。刚片的自由度由 3 减为 2，所以一根链杆为一个联系或一个约束。

2. 单铰约束

用一个铰 A 联结两个刚片，如图 2-3 (b) 所示。刚片 I 的位置可由 A 的坐标 x, y ，和直线 AB 的倾角 ϕ_1 来确定，因此它的自由度仍为 3；而刚片 II 相对于刚片 I 就只能绕 A 点转动，因而减少了两度自由，其位置只需要角 ϕ_2 一个独立的参数即可确定。这样，两个刚片总的自由度由 6 减为 4，这种联结两个刚片的铰称为单铰。显然，一个单铰相当于两个联系，也相当于两根链杆的作用。反之，两根链杆也相当于一个单铰的作用。

3. 复铰约束

联结两个以上刚片的铰称为复铰。如图 2-3 (c) 所示，刚片 I、II、III 共用一个铰 A 联结。若刚片 I 的位置已确定，则刚片 II 和 III 将只能绕 A 点转动，从而各减少了两度自由，故此联结三个刚片的铰实际上相当于两个单铰。一般说来，联结 n 个刚片的复铰，其作用相当于 $(n-1)$ 个单铰。

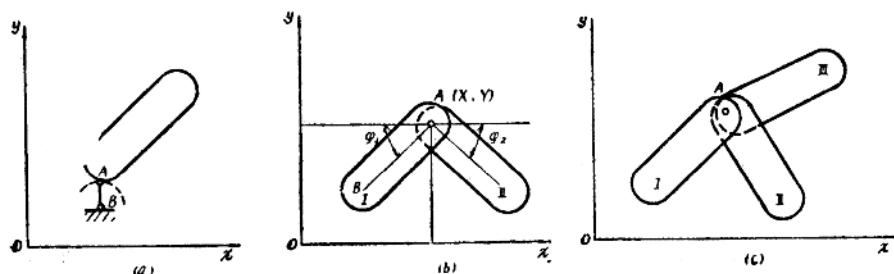


图 2-3

关于支座约束, 在计算自由度时, 不同型式的支座都可以化为链杆支座。如上所述活动铰支座系一根链杆支座, 固定铰支座即相当于两根链杆支座。而一个定向支座和一个固定端支座分别可以减少2度和3度自由, 因而分别相当于两根或三根链杆支座。

三、自由度的计算

一个平面体系通常都可看成是由若干个刚片加入某些联系, 并用支座链杆与地基相联结而组成的。因此在计算体系自由度时, 应首先按照各刚片都是自由的情况下, 算出其自由度的数目; 然后减去所加入的联系(包括支座)数, 便得到该体系的自由度。

如以 W 表示平面体系的自由度数, m 表示其刚片数, h 表示其联结的单铰数, r 表示其支座链杆数, 则平面体系自由度的计算公式为:

$$W = 3m - 2h - r \quad (2-1)$$

必须注意, 式中 h 是单铰数目, 如有复铰, 应把复铰折算成单铰代入公式(2-1)计算。将复铰折算成单铰时, 应正确地识别该复铰所联结的刚片数。如图2-4(a)、(b)、(c)所示的几种情况, 其相应的单铰数分别为3、2、1。

如图2-5所示的桁架, 共有13根杆件, 若将每一根杆件均视为一个刚片, 则刚片数为13, 又联结这些刚片的单铰数共有18个, 支座链杆数为3, 由公式(2-1)可算得自由度为

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 13 - 2 \times 18 - 3 = 0$$

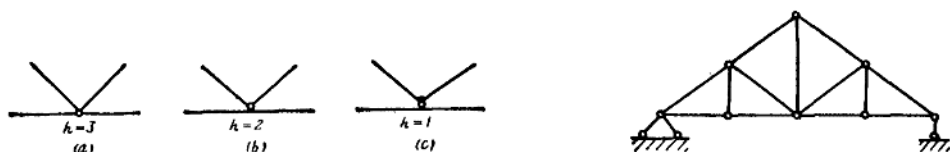


图 2-4

图 2-5

四、几何不变体系组成的必要条件

按照公式(2-1)计算体系自由度的结果, 将有如下三种情况:

若 $W > 0$, 表明缺乏足够的联系, 体系必定是几何可变的。

若 $W = 0$, 表明体系具有保证几何不变所需的最少联系数。

若 $W < 0$, 表明体系具有多余联系。

因此一个几何不变体系, 必须满足其自由度 $W \leq 0$ 的条件。如果只检查体系本身的几何不变性, 而不考虑支座链杆时, 由于几何不变体系本身作为一个刚片, 它在平面内有三度自由。因此体系本身为几何不变时, 须满足自由度 $W \leq 3$ 的条件。

例如图2-5所示体系, 经计算知自由度 $W = 0$, 满足了几何不变的条件, 但是图2-6(a)所示体系的刚片数 $m = 5$, 单铰数 $h = 4$, 支座链杆数 $r = 6$ 。则体系的自由度 $W = 3 \times 5 - 2 \times 4 - 6 = 1$, 因 $W > 0$, 表示体系缺乏足够的联系故体系是几何可变的。

又如求图2-6(b)所示桁架的自由度, 桁架有10根杆件, 即刚片数为10, 联结这些刚片的单铰数为14, 支座链杆数为3, 由公式(2-1)知自由度 $W = 3 \times 10 - 2 \times 14 - 3 = -1$,

因 $W < 0$ ，表明体系内部具有多余的联系。

但是表示体系运动情况的自由度，不应该为负值。因此当按公式（2—1）求得 $W < 0$ 时，就表明体系上一定有某些联系，对于约束体系的运动是多余的。或者说它们不能起减少自由度的作用，这些联系称多余的联系。

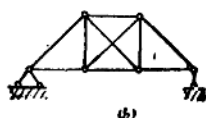
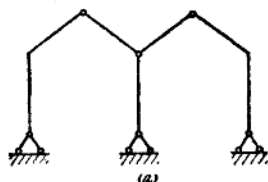


图 2—6

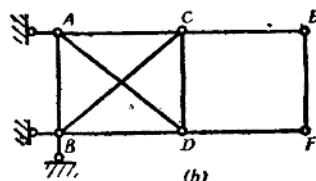
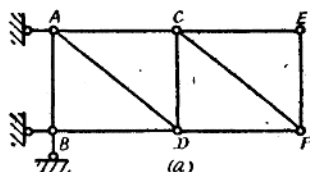


图 2—7

一个几何不变的平面体系，必须满足其自由度 $W \leq 0$ 的条件，但只满足上述条件，还不能肯定体系就是几何不变。如图 2—7 (a)、(b) 所示的两个体系，按公式（2—1）计算其体系自由度 W 都等于零，但图 (a) 所示的体系是几何不变体系，而图 (b) 所示的体系却为几何可变体系。这是因为图 (b) 所示的体系，其 $ABDC$ 部分多一根链杆，而 $CDFE$ 部分却少一根链杆，致使体系仍能够发生相对运动。由此可知 $W \leq 0$ ，只是平面几何不变体系组成的必要条件，而不是充分条件。为了能确定体系是否为几何不变，尚需进一步研究几何不变体系的几何组成规则。

通过下几节体系几何构造的分析，也可以使杆件布置更趋合理。

第三节 几何不变体系的简单组成规则

上节介绍了几何不变体系组成的必要条件，本节将研究几何不变体系组成的充分条件，即几何不变体系的简单组成规则，这些规则也就是体系几何构造的基本规律。

一、两刚片规则

两个刚片用三根不完全平行也不汇交于一点的链杆相联，所组成的体系为无多余联系的几何不变体系。

如图 2—8 (a) 所示，若刚片 I 和刚片 II，用两根不平行的链杆 AB 和 CD 相联结。设刚片 I 固定不动，则 A 、 C 两点将为固定；当刚片 II 运动时，其上 B 、 D 两点将各自沿与 AB 和 CD 杆垂直的方向运动。故刚片 II 的相对运动为绕 AB 与 CD 杆延长线的交点 O 转动， O 点