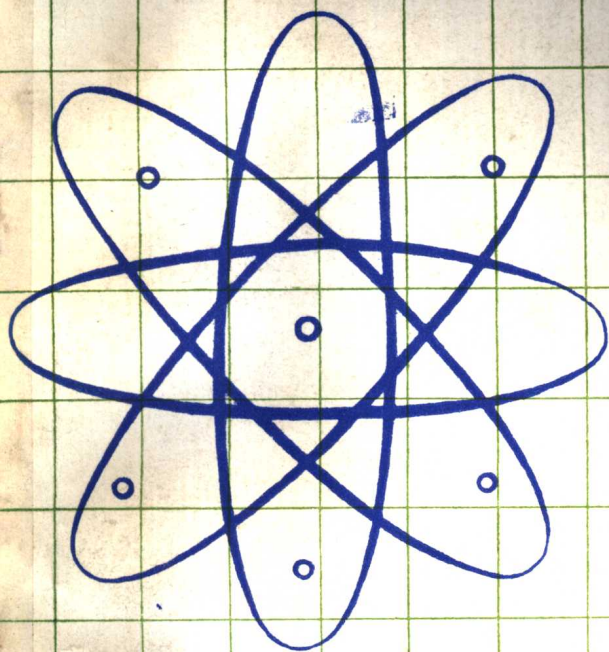


小学教师文库



小学数学教学与逻辑思维能力培养

金成梁

江苏人民出版社

XIAOXUEJIAOSHIWENKU

小学数学教学与
逻辑思维能力培养

金成梁

江苏人民出版社

内 容 提 要

本书从发展智力、培养能力的总目标出发，讨论小学数学教学如何培养学生的逻辑思维能力。并且根据小学数学教师的需要，提供最基本的逻辑知识。供小学数学教师和中等师范学校师生参考。

小学数学教学与逻辑思维能力培养

金 成 梁

江苏人民出版社出版

江苏省新华书店发行 徐州印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张5.5 字数110,000

1983年10月第1版 1983年10月第1次印刷

印数1—22,500册

书号：7100·260 定价：0.50元

责任编辑 何震邦

编 者 的 话

教和学的问题是一个心理学问题。教和学是师生智力之间的一种相互作用。许多国家的教学理论都十分重视学生智力的发展和能力的培养。认为：教学的任务，不仅是传授系统的知识，还应该培养学生学习和研究的能力；教师不能只教给学生科学发现的最终成果，而应该同时使学生了解获得这些发现的探索过程。

培养逻辑思维能力，是发展智力、培养能力的核心。本书着重从发展智力、培养能力的总目标出发，讨论小学数学教学如何培养学生的逻辑思维能力。在编写过程中，田毓珩、萧志援、张棣泉、储元、张存等几位老师曾提出许多宝贵的意见，黄振华、郭世熙、陈武等同志仔细审阅了初稿，为提高书稿质量提出了一系列极有价值的建议。在此表示深切的感谢！

由于笔者水平所限，书中的缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

一九八三年八月

目 录

一、为什么要培养学生的逻辑思维能力·····	1
§ 1.1 发展智力是时代的需要·····	1
§ 1.2 思维能力是智力的核心·····	4
§ 1.3 在数学教学中培养逻辑思维能力·····	9
二、培养逻辑思维能力的的基本要求·····	13
§ 2.1 概念要明确·····	13
§ 2.2 判断要恰当·····	22
§ 2.3 推理要合乎逻辑·····	34
§ 2.4 逻辑思维能力的主要内容·····	52
三、培养逻辑思维能力的一般方法·····	57
§ 3.1 在掌握知识体系的过程中培养逻辑思维能力·····	57
§ 3.2 激发学习动机 运用启发式教学·····	59
§ 3.3 借助形象思维 运用直观教学·····	72
§ 3.4 培养语言能力 促进思维发展·····	80
§ 3.5 在运用知识的过程中培养逻辑思维能力·····	83
四、概念教学与逻辑思维能力的培养 ·····	100
§ 4.1 概念教学的地位 ·····	100
§ 4.2 新概念的引进 ·····	102
§ 4.3 概念的形成 ·····	107
§ 4.4 概念的运用和巩固 ·····	111
§ 4.5 概念的系统化及其发展 ·····	113

§ 4.6 小学数学第七册的概念教学	115
五、计算教学与逻辑思维能力的培养	129
§ 5.1 小学数学培养计算能力的要求	129
§ 5.2 自觉地掌握计算原理	130
§ 5.3 正确应用法则 灵活进行简算	136
§ 5.4 解答推理复杂的算题	139
§ 5.5 在培养计算能力的过程中培养逻辑思维能力	146
六、应用题教学与逻辑思维能力的培养	148
§ 6.1 应用题教学的意义	148
§ 6.2 应用题的分析与综合	150
§ 6.3 应用题题意的形象化	157
§ 6.4 一题多解和编题训练	163
§ 6.5 应用题的分类问题	167

一、为什么要培养学生的逻辑思维能力

§1.1 发展智力是时代的需要

我们的时代是科学技术发展突飞猛进的时代。生活在这样的时代里，不仅要求每个人具有广博而深刻的知识，而且要求他充分发展自己的智慧、才能和禀赋。

近十年来，世界各国科学上的新发现和技术上的新发明，几乎相当于有史以来人类发明创造的总和。每年出版的图书达数十万种，全年发表的科技文献有数百万篇。发达国家的工厂设备5~8年就要更新一次，工程师的业务知识，十年内要有一半过时。一位科学家拥有的学识，在学生阶段获得的只占10%，另90%是毕业后通过继续学习获得的。

在这样一个迅速变化、日新月异的社会中，学校教育仅仅传授现成的系统知识和技能已经远远不能适应时代的需要了。无论教学大纲和教材多么完善，总难免要落后于科学技术的发展；无论学生在校学习期间多么刻苦、勤奋，也不可能完全掌握将来参加实际工作所需要的知识和技能。毕业以后，他们必然会遇到许多不熟悉的新理论和新技术。因而，只有智力发展水平高、获取新知识的能力强、善于探索 and 发现并富于首创精神的人，才能适应以“知识爆炸”为特征的现代社会。

随着科学技术的迅速发展，一个人在在校期间所要掌握的知识范围在不断扩大，而学制却不可能无限制地延长，于是，不得不精简传统的教学内容，增加现代科学技术的新成果，实行教材内容的现代化。例如，有人预测，在世本纪末，小学数学课本中将渗透微积分和群论的思想，等等。

由于现代科学技术的新成果不断充实到中小学教材中来，课本中的知识量增加了，复杂程度提高了，然而学生的课业负担却不可能无限制地增加，这就要求我们在进行教材革新的同时，改革传统的教学过程、教学结构和教学方法，使学生能在有限的时间里学到更多的知识，并且学会不断获取新知识的本领，培养探索和发现的能力。

于是，原有的偏重于传授知识的教学必须代之以强调发展学生智力的教学。

传授知识和发展智力并不是毫不相干的。智力的发展不能在真空中进行。在教学过程中，学生自觉地、积极地掌握系统的科学知识，也就同时发展了他们的观察力、注意力、记忆力、想象力和思维能力。实际上，掌握知识和发展智力是统一的教学过程中两个密切联系的方面。

传授知识和发展智力毕竟是有区别的。知识的积累不等于智力的发展，学生掌握了知识，他们的智力不会自然而然地提高。“知识”是人们对客观事物的认识和经验，而“智力”则是人的一种比较稳定的心理特征，它的发展比知识的获得要慢。知识的积累并不是在任何情况下都能导致智力的发展的。例如，有些小学生死记硬背很多知识，但不会灵活运用。他们只会照章办事，但不会独立思考，更不能创造发明。这种知识对于发展智力的作用是极其微薄的。

有经验的教师都见过这样的情况：有些学生虽然具备了有关的知识（如1平方丈=100平方尺，1平方米=9平方尺），但解决不了需要综合运用这些知识才能解决的问题（如9平方丈=（ ）平方米）；另一方面，有的学生虽然缺乏相应的知识（如带分数加减的法则），但能借助于其它有关知识（带分数的意义和加法运算定律等）来解决问题。有些小学生升学时以高分（主要反映知识掌握状况）被录取，入学后由于原有的智力水平不能适应新的需要，在学习比较复杂的知识时发生困难，这样的事例是屡见不鲜的。

这些都说明，知识不等于智力。学生智力的发展和各种能力的培养，需要教师有意识地进行工作。

美国心理学家布鲁姆在《人类特性的稳定性与变化》一书中指出：如果把十七岁所达到的普通智力水平看作是100%，那么从出生到四岁大约达到50%的智力，四岁到八岁获得30%，其余的20%是从八岁到十七岁获得的*。布鲁姆的这一论断是否完全符合我国实际还有待证实。不过，可以大致认定，学前和中小学时期是一个人智力发展的关键时期。超常儿童高度发展的智力往往和他享有的优越的早期教育条件分不开的。错过了智力发展的最佳期所造成的损失是很难在事后弥补的。

因此，学校工作必须适应时代的需要，预见科学技术发展的前景，为青少年进入未来社会作好准备。在教学中，不仅要加强基础知识的教学和基本技能的训练，而且要有计划、

* 江苏省教育学会编《智力发展问题学术讨论材料选辑》（1980年），第13页。

有目的地、不失时机地培养和发展学生的聪明才智；不但帮助他们掌握前人积累的知识和经验，而且为他们独立探索新的知识打下基础。从而培养出善于思考、敢于创新的一代新人。

§ 1.2 思维能力是智力的核心

“智力”是什么？近几十年来，国内外心理学家对此进行了大量的研究，提出了各种理论。

我国汉代司马迁所著的《史记》里曾经提到：“智者千虑，必有一失；愚者千虑，必有一得”（《淮阴侯列传》）。三国时代的诸葛亮被人们看作“智慧的化身”。梁山泊的军师吴用被誉为“智多星”。通常人们总是把反应灵活、判断正确、思考问题全面、解决问题有方、才识超群、计谋充足等列入智力高的范畴。

当前，西方心理学家有关“智力”的看法主要有以下几种：

- (1) 抽象思维能力（进行分析与综合、抽象与概括、判断与推理的能力）；
- (2) 学习的能力（认识客观事物、获得知识的能力）；
- (3) 解决问题的能力（运用知识处理复杂事物的能力）；
- (4) 对新环境的适应能力；
- (5) 创造新事物的能力；
- (6) 智力测验中的分数*。

* 江苏省教育学会编《智力发展问题学术讨论材料选辑》（1980年），第28页。

心理学认为，人们把能够顺利完成某种活动的心理特征叫做“能力”。任何一种能力和智力都是不可分割的。如观察力，当人们观察某一事物时，并不是观察力在“孤军作战”。人们首先要依靠自己的思维活动，考虑观察什么，以及怎样进行观察，并且随时将观察结果记忆在自己的头脑中。可见，观察活动需要有观察、思维、记忆等多种能力“协同作战”。当然智力是起指挥作用的。智力根据行为的目的，组织已有的知识和经验，有选择地使用某些能力参加活动，以保证活动得以顺利地进行，从而获得积极的效果。

智力渗透于能力之中，并通过各种能力显示出来。

我国目前比较普遍的看法，认为“智力”是相互制约的各种能力的有机整体。它主要包括观察能力、思维能力、记忆能力、想象能力和实践活动能力等。所有这些，都离不开思维。获取知识，解决问题，都要通过思维。因此，可以说，思维能力是智力的核心。所谓“发展智力”，主要是指的发展思维能力。

苏联心理学家、教育科学院院士赞可夫认为：科技革命时代对人的智力和才能的要求更高了，各科教学都要利用一切可能来发展儿童的思维能力，这是一项复杂的、多方面的任务。赞可夫强调：要始终注意发展学生的逻辑思维，不仅要培养学生分析与综合、抽象和概括等能力，而且要培养学生思维的灵活性和创造性。

思维能力是人区别于其它动物的主要标志之一。由于人类具有思维能力，才有可能认识客观事物的规律性，从而能动地改造世界，创造人类社会的文明。

思维包括形象思维、逻辑思维和创造思维，其中，逻辑

思维处于举足轻重的关键地位。通常所说的“思维”，往往指的就是逻辑思维。

逻辑思维和形象思维都是人们对现实世界的反映，是人们为适应不同的实践需要而产生的不同的认识客观世界的思维方式。它们在反映现实世界这一点上是相同的，但反映的方式不同。逻辑思维是科学家为了掌握事物间的关系、发现自然现象和社会现象的规律而使用的一种思维方式。而形象思维则是作家和艺术家为了构造艺术形象而采用的一种特殊的思维方式。

逻辑思维和形象思维都是认识由现象向本质的深入，都在于揭示客观世界和现实生活的规律性。所以，它们都离不开感性认识阶段，都必须由生动的直观(感觉、知觉、表象)出发。逻辑思维从具体到抽象，从现实中个别的、具体的事物出发，通过观察和分析、实验和假说、判断和推理等方法，抽象出它们的本质规律，并用概念的形式，把它们制定为普遍适用的定义、法则和规律，以理论的形式反映普遍存在于个别事物中的规律性。形象思维虽然也是从个别到一般，但“一般”始终是以形象的方式体现在具体的、个别的、具有典型意义的事件和人物中。

例如，加法交换律在《递归算术》的理论体系中，可以由一组公理和推理规则演绎地推导出来。在小学教材中则由一系列具体的数字特例通过归纳引进（〔5〕*18、19页）。演绎和归纳都属于逻辑推理，在这两种情况下，加法交换律都是通过逻辑思维得到的。此外，它还可以通过形象思维体

*〔5〕表示1978—1980年版小学数学课本的第五册，下同，以后不再注明。

现在具体的事件中。为此，人们设计了这样一幅生活画面：两个小朋友坐在一张小方桌的对面，桌上放着两堆铅笔，一堆是5支，另一堆是1支。对于一个小朋友来说，她看到桌上有“5+1”

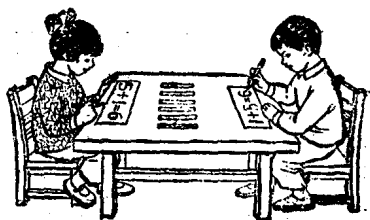


图 1—1

支铅笔，而另一个小朋友看到的是“1+5”支。因为桌上的铅笔数是一定的，所以

$$5+1=1+5。(\text{〔1〕17页})$$

于是，学生通过形象思维，也初步地认识了这个运算定律。

从这里可以看到，形象思维也是自然科学所需要的，抽象的数学知识，一旦和某种直观形象结合在一起，将易于被人们所理解。

不过，对于学习和研究自然科学来说，更加重要的还是逻辑思维。因为任何一门学科都需要以概念的形式去把握自己的对象，都要以一定的逻辑形式来阐明概念，论证假设，从而认识事物的本质，掌握事物发展的规律，建立科学的理论体系。自然科学在自己的发展中逐渐形成了一种传统，它要求科学思维具有严密的逻辑性，因而从某种意义说，逻辑思维能力是一个科学家的科学素养的重要标志之一。

逻辑思维能力对于发展创造思维，对于科学技术的创造发明也都是不可缺少的。当然，具备逻辑思维能力的人不一定都善于发明创造，但要进行发明创造，却必须具备逻辑思维能力。因为创造性活动不仅要发现问题，提出假设，而且

要对事实材料进行有条理的分析，从中抓住关键，进行逻辑推理，以得出新判断，形成新思想。所有这些，没有逻辑思维能力是难以成功的。

列宁说过：“任何科学，都是应用逻辑。”* “逻辑规律就是客观事物在人的主观意识中的反映。”**培养和提高青少年的逻辑思维能力关系到提高全民族的科学文化水平。有了逻辑思维能力，在想问题、说话和写作时，就能遵守应当遵守的规则，做到概念明确，判断恰当，推理合乎逻辑，论证有说服力，使思维活动沿着正确的道路前进。

例1 现行小学教材第八册“约数和倍数”的一节课上。

教者：“ $35 \div 7$ 是不是能整除？”

学生：“能够整除。”

教者：“为什么？”

学生：“因为 $35 \div 7 = 5$ ，商是整数5而又没有余数。”

教者：“ $3.5 \div 0.7 = 5$ ，商也是整数而没有余数，那么 $3.5 \div 0.7$ 是不是能整除呢？”

学生：“也能整除。”

这里发生的错误是一种逻辑错误，说明学生对整除的意义和性质还分不清，对于原命题和逆命题不等价还缺乏基本的逻辑常识。

实际上，在整除的定义中包含四个条件：

- (1) 被除数是整数；
- (2) 除数是自然数；
- (3) 商是整数；

* 列宁：《哲学笔记》，人民出版社1974年版，第216页。

** 同上，第195页。

(4) 余数是零。

这些条件都具备才能说整除，条件少一个也不行。

“如果 $a \div b$ 能整除，那么商必然是整数并且没有余数。”作为整除的性质定理，是成立的。但它的逆命题“如果 $a \div b$ 商是整数而没有余数，则 $a \div b$ 能整除”不成立。

例2 在教土石方计算的一节课上。(〔8〕37页例5)

为了防止学生把拦河坝的形状错误地看成长方体，可以出示一个拦河坝模型，并且问：

“这是一个什么形状的物体？”

学生：“是长方体。”

教者：“长方体的表面是什么形状？”

学生：“六个面都是长方形。”

教者：“这个物体也有六个面，六个面都是长方形吗？”

学生：“有些面不是长方形。”

教者：“所以，这不是长方体，……。”

在这里，教者成功地引导学生纠正了起初的错误。但是，这只有在学生已经具备了一定的逻辑思维能力，凭常识知道一个命题和它的逆否命题等价的条件下才能奏效。

儿童思维的基本特点是：从以形象思维为主逐步过渡到以逻辑思维为主。随着教材内容的革新，课本里抽象知识的比率将会适当增大。在这种情况下，教师如何积极引导儿童发展抽象的逻辑思维，更有着十分重要的现实意义。

§1.3 在数学教学中培养逻辑思维能力

为了培养学生的逻辑思维能力，数学教师应当承担更多

的职责。这是由数学的特点所决定的。

数学，是一门研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。由于社会经济生活的实际需要，早在公元前六百年就已经产生了。现在，它已经发展成分支众多的、庞大的理论体系，日益渗入到各个科学、技术领域，成为人们认识世界和改造世界的有力武器。

关于数学的特征，第一是它的**抽象性**。全部数学都具有抽象的特点。数学本身几乎完全周旋于抽象的概念和它们的相互关系之中。但实际上，数学的生命力就在于尽管它的概念和结论极为抽象，但在现实中、在其它科学技术以及日常生活中，都有着广泛的应用。

数学的第二个特点是**应用的广泛性**。它与数学的抽象性不但不是对立的，而且有着密切的联系。任何一项数学理论之所以适用于具体内容不同的领域，就在于它所研究的是那种与具体事物无关的、纯粹的抽象的数量关系或空间形式。

数学的第三个特点是它的**精确性**，即逻辑的严密性和结论的确定性。如果说其它自然科学家为了证明自己的论断往往需要求助于**实验或观测**，那么数学家证明定理只需**推理和计算**。当然，数学家有时为了发现定理，也常常应用类比或物理模型，但是，每个定理只有当它已从逻辑上被严格证明时，才能最终在数学中成立。正是这种逻辑严密性带来了结论的确定性*。

数学的这些特点，使得数学教学在培养逻辑思维能力方

* 亚历山大洛夫等：《数学——它的内容、方法和意义》第一卷，科学普及出版社，1958年版第4页。

面，较之其它学科占有更重要的地位。

小学数学教材也具有一定的抽象性和逻辑系统性。一年级学生入学后，首先接触的是联系具体事物的数，如3个人、3台车床、3把小锤等。然后在这基础上，通过概括，认识抽象的自然数3（〔1〕5页）。接着，又由一系列具体的自然数，进一步建立更加抽象的“自然数”的概念。

运算的概念也是这样。从（没有公共元素的）两组事物的合并，概括出自然数的加法。然后，作为加法的逆运算引出减法，作为同数连加的简便算法定义乘法，后来，又作为乘法的逆运算讨论了除法。不学加法，就不能学减法和乘法，不学乘法和减法，也就不能学除法。可见，即使在小学数学教材中，数以及运算等概念，也是这样一环套一环地构成了一个前后连贯的体系。前面的一些概念往往是后面概念的逻辑基础，而后面的概念又是前面某些概念的进一步发展和抽象化。概念是这样，定理、公式、法则也是这样，它们在教材里的编排都不能不考虑相互之间的逻辑联系。

由此可见，在数学教材中，逻辑因素是多方面的，并且是极为丰富的。小学里没有专门的逻辑课程，培养学生的逻辑思维的任务，不能不主要是落在数学教师的肩上。教学计划中的任何一门学科，虽然都有培养逻辑思维的职责，但是，都没有象数学那样，占有如此重要的地位。

小学数学教学大纲指出：“要使学生不仅长知识，还要长智慧，……”“要经常注意启发学生动脑筋，想问题，逐步培养学生肯于思考问题，善于思考问题。”“注意逐步培养学生的逻辑思维能力。”

所以，从小学一年级开始，数学教师就应该根据教材的