

气象预告问题的信息分析

1975.5

新疆维吾尔自治区
气 象 局

内 容 提 要

本书主要是介绍我们应用统计数学的一个比较新的分支——信息论剖析气象预告过程的研究结果。对气象预告任务的大小，质量之优劣，预告因子的本领大小的如何测度，对气象信息的来源、预告限度问题、预告因子和预告方法在预告过程中的地位和作用、普查基本气象要素信息含易的重要性等种种预告过程中的原则问题都从信息论角度作了分析。

文中对信息论有关原理有介绍，并绘出了气象上的若干瞬息信息时空分布实例。

目 次

引 言	14
-----	----

第一章 对事物不肯定程度的度量——熵

1.1 对事物不肯定程度的度量——熵。	1.12
1.2 熵函数的基本性质	1.18
1.3 连续的随机变量的熵及其性质	1.27
1.4 两个以上的随机变量的熵及其性质	1.38
1.5 本章小结	1.46

第二章 气象要素与天气预告任务的熵

2.1 气象要素的熵	2.3
2.2 气象要素场的熵	2.44
2.3 天气预告任务的熵	2.52
2.4 本章小结	2

第三章 信息

3.1 条件熵	3.1
3.2 信息的概念与性质	3.8
3.3 熵与信息关系的图解表示	3.14

3.4	信息的可加性	3.18
3.5	随机矢量的熵与信息	3.20
3.6	函数变换中信息的保守性	3.22
3.7	正态分布下的信息收获	3.29
3.8	本章小结	3.34
第四章	用信息论分析某些天气预告问题	
4.1	用信息量度量天气预告质量的优劣	4.4
4.2	预告准确率与预告信息量的一种关系	4.12
4.3	正态等相关因子的信息总贡献分析	4.19
4.4	正态互不相关因子的信息总贡献分析	4.26
4.5	信息可加性在解决预告问题上的应用	4.30
4.6	信息保守性在分析预告问题上的应用	4.33
4.7	预告方法问题	4.43
4.8	本章小结	4.57
第五章	随机过程	
5.1	随机过程的概念及其分布律	5.1
5.2	随机过程的数学期望及其相关函数、互相关函数	5.7

5.3	随机过程的运算	5.11
5.4	马尔科夫链	5.13
5.5	平稳过程	5.27
5.6	线性动力系统对随机过程的变换	5.35
5.7	时间序列的自回归	5.54
5.8	非平稳过程	5.63
5.9	本章小结	5.59
第六章 气象信息的时空分布		
6.1	气象信息的时空分布	6.1
6.2	马尔科夫链的熵	6.14
6.3	马尔科夫链的信息弥散	6.17
6.4	平稳过程的熵	6.25
6.5	平稳过程的信息弥散	6.32
6.6	气象预报质量是否可能因予信时效拉長反而增高	6.37
6.7	气象予信限度问题的信息分析	6.42
6.8	本章小结	6.47

結束語	7·1
参考文献	7·9
附录：4.16 公式的证明	7·10
附表(1) $H = -p \log_2 p$ 表	7·12
附表(2) $H = \log_2 N$ 表	7·19
附表(3) 正态分布下方差 D 与熵值 H 关系表	7·23
附表(4) 正态分布下标准差 σ 与熵值 H 关系表	7·24
附表(5) 正态分布下信息熵与相关系数关系表	7·24

引 言

在十九世紀，恩格斯曾經把能量不灭定律的发现与細胞的发现和达尔文的进化論並列为三大自然科学发现。能量问题从十九世紀以来一直是人们努力研究的一个重要问题。

十九世紀随着科学的发展，出現了科学学科日益繁多的特征，随着各门科学的日益专门化各门学科之间共同語言似乎在日益减少，各门学科之内的专名詞日益增多。这一特征到了二十世紀的今天仍在持續下去。在这一分工日細的潮流中，能量的概念的地位是十分特殊的，实际上随着能量概念的清楚起来，随着能量不灭定律的发现，出現了很多门学科都把这一概念引入自己的領域的熱潮。不仅物理学中的声、光、电、热都与能量有关，就是化学反应，生理过程中的能量变化也都为人们十分熱心的研究着。这一股熱潮实际上是与科学分工日細潮流相反的。正是能量的概念和能量不灭定律成了很多学科的一个共同語言。不妨說，在

分工日細的潮流中，在各学科之間語言日益隔閡的氣象中，能勞這個概念却得天獨厚可以橫跨許多学科而通行无阻。

能勞問題的重要還表現在以1784年蒸汽机为代表的各种机器的發明上，由于這一系列進步引起了众所周知的产业革命。蒸汽机以及十九世紀的发电机电动机实际上都是能勞的转换机构。這些机器的出現有力地代替了人的体力劳动，使人从繁重的体力劳动中解放出来。

在科学史^上对永动机的研究也反应了人们对能勞問題是多么重視，多少幻想家希望發明一个永动机从而一勞永逸的解决人类的动力来源問題。随着能勞不灭定律的發現，人們終究認識到這種永动机是永远也不可能制造出来的，从而也就結束了這種无益的絞腦汁的工作。

我們追述科学史上圍繞着能勞問題的這些环节是想从历史上找一个对比，用以說明“信息”概念有着很多与能勞概念对应的壽辰。

实际上进入二十世紀以来科学分工日細的潮流仍然在有增无減，二十世紀不仅象物理、化学、数学這些基本学科本身就分成了很多个专科，而且还在許多学科的邊緣，開闢了所謂邊緣学科，此外还創立了一批新学科，這些都使二十世紀的科学分科远比

十九世紀為甚。在這個背景中是否也存在着像十九世紀的能源概念^{那樣的概念}?! 這個概念反乎這個潮流，有着一個特別通行証可以同樣的橫跨許多門學科?! 從二十世紀的科學發展看，信息的概念似有這一特征。因為隨着信息論的問世，人們對信息的概念不僅有了精確的科學定義，而且了解它的一系列性質，這都使很多學科爭相把這一概念引入於自己的學科之中，爆發成一股新的潮流。今天不僅是研究通訊問題的研究着信息的發出、傳遞、接受問題，而且在物理上人們研究機械的流體的，電子的，光的聲的，磁的等等裝置如何實現信息的儲存和轉換，在化學和遺傳上人們研究分子如何在遺傳細胞中排列才能把大量的信息傳到下一代去，在生理學中人們研究着神經系統對於信息的定向反應指標，甚至幾乎從不與數字打交道的語言文字學也在熱心地从信息角度分析着自己的問題。……等等等等這種例子還可舉出一籃子。這一情景頗與上世紀人們熱心於從能源角度研究自己學科中的問題相似。從這種情景看來人們感到信息的概念是概括能力很強，遍及很多學科中都有它的地位的概念。

繼蒸汽機，電動機等等以大規模轉換能源為代表的一批機器發明之後，二十世紀以來又出現了以通用電子計算機為代表的大規模轉換信息的機器。在產業革命中，人們以蒸汽機，電動機

輪船，火車的出現而自豪，這些都標誌着人類對巨大的能量的控制。在二十世紀中多少年來封建帝王夢寐以求的千里眼和順風耳以電視和收音機的形式成了一般家庭的用品，這些並不是以人類對巨大能量的控制為指標，而是以對大量的信息的傳遞控制為指標的。正是由於人類對信息的控制的進步，才使得二十世紀不僅把收音機、電視、電話、伸展到了家庭，而且在生產上出現了很多生產過程的自動化，在科學上出現了人類對行星和月亮的實地探測。正是由於人類對信息控制的進步，使不少繁重、大量的腦力勞動得以用機器代替，這與產業革命中大量的體力勞動為機器代替相比美。

能量問題就是那麼迷人，以致在人們還不了解它的本質關係時，吸引了多少人為製造一個永動機而絞盡腦汁。

信息問題其實也同樣的迷人，在人們還不了解它的本質關係時，幾千年來不僅封建帝王委派高官，企圖以觀天象卜測帝國之興衰，而且還有人以脈掛為職業，他們的“神堅決命”不是給人以動力和糧食，而是給人以他最感興趣的信息。

能量不滅定律的發現，永動機消聲匿跡了。而電動機遍及了每個村落。

信息論問世了，卜星術士消聲匿跡了，脈掛先生也難得找到

了，而今不仅电视，收音机步入家庭，就连通用电子计算机也从研究机关走入工厂、商店以致进入家庭。

在今天每一个机器的创造者，几乎都知道他设计、制造的机器绝不会违背能量不灭定律。他不向自己提出制造一下输出的能量多于输入的能量机器的任务。他知道他制造的机器再高明也仅是使输出的能量尽量接近于输入，从而减少无益的消耗。

寻找与转换信息的工作也类似，在信息论问世之前，有些人从事卜星、算卦，都是想用某些方式变换出对人有用的信息来，他们对输出的信息提出了过高的要求，以致毫无成效。但是今天的收音机设计者很聪明，他不幻想去制造一下能接受没有发射载波的“电台”的节目，但他却要求他所设计的收音机在收音时尽量少失真一些。

经过这一番粗浅的对比，或许感到信息论有不少类是与能量概念类似的重要性、普遍性、以致对应性，我们则希望在此基础上再引出这样一个结论：把气象问题作一番信息论的分析是十分必要，十分迫切，而且很可能也是十分有益的工作。

气象学尽管是以人工控制天气、气候为使命，但在今天，最大量、最实用的工作还是限于收集气象情报资料 and 制作气象预告——前者俗称气象观测，后者俗称天气预告。尽管二十世纪以来气象观测工作随着技术的进步从地面扩展到海

洋和高空，从风筝、气球到火箭、卫星，……有了不少进步。但是归结起来可以说气象观测是“取得”大气状况的信息的工作。气象观测工作的进步最终表现于观测对象的增多，观测地域的扩大，观测精度的提高，观测的时间间隔的缩小（所谓从定时观测走向实时观测），观测的最终结果是一些有着各种含义的数码，照片，……这些都统归为取得了关于大气状况的信息，简而言之，我们的气象观测工作就是取得气象信息的工作。

气象台每天发出的气象预告也是一些信息，它用尽可能正确（但还是时常不准确）的语言告诉人们关于未来时刻的大气的状况，它与气象观测除了时间上有差别，精确程度上有差别之外，从信息角度看，都是信息问题。

既然气象观测和预告提供给人的都是关于大气过去，现在，以至未来的状况的信息。那么对气象问题进行一番信分析，至少是应该的，必要的。

而今气象预告工作的基本原则就是用某一种模式，图表，公式，标法……从已有的气象信息（这些信息多为现时或过去的）去求标出^各未来时刻的气象信息来。换一句话说，气象预告就是把过去时刻的气象信息经过一个信息变换机构转变成未来时刻的气象信息。俗称的天气预告方法就是这里指的信息变换机构。

为把这一真说的更清楚，我们分析一下图(1)。图(1-a)是一个简单的通讯过程，左端一个话筒，把讲话人的声音信息输入电路，经过扩音机的变换，最后在右端的扬声器又输出了音调与输入相同，但强度放大了很多倍的声音。图(1-b)是一个气象预告过程，左端输入的是气象资料，右端输出的是气象预告。中间经过的就是某一个预告方法（预告方程，公式，图表，……）它就是一个信息变换机构。图(1-c)是对(a,b)的模式化概括。无论(a)还是(b)输入的都是信息，输出的都可以视为与输入有某种关系的另一些信息，在(a)场合输出的是输入信息的放大，在(b)场合则输出是输入信息在时间上的外延。而这两个信息变换过程当中都经过了一个信息变换机构。

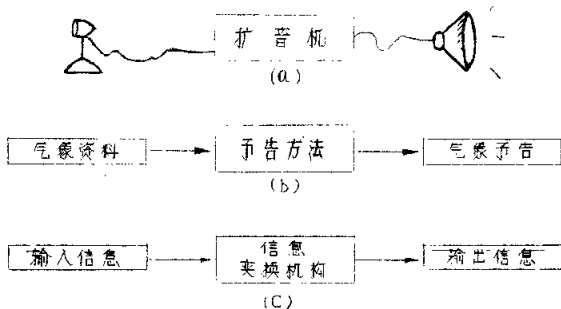


图1 信息交换模型

我们的气象信息分析重点是研究在天气预告过程中的信息问题，而图1就是这一研究的总的模型。我们既然把气象预告问题看成是一个信息变换问题，那么我们就从信息论的侧面分析一下这个气象预告过程，看一看输入的信息有多少，输出的信息有多少，研究一下在这个信息变换中应当遵守那些基本原则，有那些相互制约的关系。现在我们就结合着对信息论中的一些基本概念，基本性质的介绍，着重把我们在研究气象信息方面的初步工作作介绍。同时，对于气象信息方面的工程也作一些介绍。

第一章 对事物不肯定程度的度量——熵

很多自然科学学科发展的历史都说明了，当一门学科从不成熟走向成熟，从初级走向高级的过程中，经常要把一些重要概念从定性走向定量化。事实证明这些定量化了的东西对于探讨它们间的逻辑，数学，物理关系有莫大好处。我们经常谈气象观测，预告的任务的大小、轻重。这说明了这个任务是有大小轻重可言的。为了把这个任务能定量的度量出来，我们认为用信息论中熵的概念是很恰当的。

在引言中我们把气象预告问题分析成一个信息的变换过程。要对此一过程进行定量的分析首先要解决如何定量的度量这些信

息的问题。也就是说我们需要一个进行信息分析的一个计值系统

在这一章中，我们讨论如何对于某些事物的不肯定进行度量，从而引入熵的概念。进而讨论在离散与连续的情况下熵的讨论与物理含义。熵的基本性质，如何把这一概念应用于度量气象观测与预告任务的大小。

1.1 对事物不肯定性的度量——熵

在日常生活和科学领域，人们经常看到一些事件，它们的结局是事先不能完全肯定的，通常称为随机事件。一枚硬币，正面向上还是反面向上？！事先不能肯定，掷一个骰子那一面朝上？！事先不能肯定，从气象资料中任取一个数字，这个数字是多少？！也是事先不能肯定。只要认真思考一下，我们周围事物中这种不肯定的事件实在太多了。研究这种不肯定的东西固然比研究有明显确定性，必然性的东西困难的多，但人们还是找到了从某些侧面研究它的方法。为了要度量一下事物的不肯定程度的大小，信息论中引出了熵的概念，即用熵值的大小来表示事物的不肯定程度的大小。

在上面的例子中显而易见掷一枚硬币结局的不肯定性要比

抛一个骰子的不肯定性要大。为了从这里引出熵(H)的式子来，我们把这两个事件表示成如下形式：{ A₁ , A₂ }

掷硬币事件 A: { 正面 , 反面 }

概率分布 P(A): { 0.5 , 0.5 }

{ B₁ , B₂ , B₃ , B₄ , B₅ , B₆ }

抛骰子事件 B: { 1点 , 2点 , 3点 , 4点 , 5点 , 6点 }

概率分布 P(B): { $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$ }

这里事件 A (掷硬币) 有两个结局 (正, 反) 每一结局出现的概率各为 0.5。事件 B (掷骰子) 有 6 个结局 每一结局出现的概率为 $\frac{1}{6}$ 。我们从直观上可以感到 B 的结局多 不肯定性比 A 大，所以得出凡是概率相等的事件的个数 (A 为 2, B 为 6) 愈多则熵愈大，以式子表示为：

$$H = f(K) \quad (1.1)$$

$$H(A) = f(2) \quad (1.2)$$

$$H(B) = f(6) \quad (1.3)$$

$$H(B) > H(A) \quad (1.4)$$

此处 H 为熵值，H(A) 表示 A 事件的熵，K 为概率相等的事件的个数，A 事件由概率为 0.5 的两个事件组成故 K = 2。f 为某一函数关系。

为推测子的形式，我们再考虑由掷一次硬币同时也掷一次骰子组成的复合事件，此时A为A₁时（正面时）B有6种可能情况，A为A₂时（反面时）B又有6种可能情况。故这一复合事件由12个可能结局组成，而且依独立事件的乘法定理，每一结局出现的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ 。即仍是概率相等的事件，仅是事件个数K=12而已。故此时有：

$$H(A, B) = f(12) \quad (1.5)$$

这时我们希望这种由复合事件构成的事件的熵值为各个事件的熵的和（在两事件独立时）即希望有：

$$H(A, B) = f(12) = H(A) + H(B) = H(2) + H(6) \quad (1.6)$$

另外当某一事件只有一个结局时，即它不再是不肯的，而是必然事件了这时这一事件的概率为1而必然出现，我们要求这时它的不肯定程度变成零了，即有：

$$H = f(K) = f(1) = 0 \quad (1.7)$$

可以看出，如 f 取 $\log$ （对数）形式，则恰可以满足关系式（1.7）和（1.6），（1.4）。实际上申农（C. E. 申农由于在1948年发表了一篇名为通讯的数学理论的文章，一般认为是现代信息论的创始人。）等人推得的不肯定性的度量 H 恰好就是这种形式即：