

〔苏联〕A·H·巴兰诺夫 主编

隧道建筑测量学

下 册

A·H·巴 兰 诺 夫 K·И·叶 古 诺 夫
E·И·捷 利 采 尔 H·H·列 别 捷 夫 著
Д·А·斯 洛 巴 契 柯 夫 M·C·契 列 米 辛

賴 云 桃 譯

中国科学院测量与地球物理研究所 校

中国工业出版社

〔苏联〕A·H·巴兰诺夫 主编

隧道建筑测量学

下 册

地下测量工作

A·H·巴兰诺夫 K·И·叶古诺夫
E·И·捷利采尔 H·H·列别捷夫 著
Д·А·斯洛巴契柯夫 M·С·契列米辛

赖 云 桃 译

中国科学院测量与地球物理研究所 校

中国工业出版社

本书詳細阐述了建筑各种隧道的测量方法，其中，主要是建筑地下鉄道的测量方法。

在本书上册——地面测量工作中阐述了扩展平面及高程测量控制网的理論和实践問題，同时还詳尽地阐述了隧道建筑的特別地形測图。在本书下册——地下測量工作中阐述了：地下坑道定向的方法和精度，地下測量控制的建立，地下盾构的使用方法及其依据，放样工作的方法以及对地面和地下建筑物变形的观测。

本书可作为隧道測量工程技術人員的指南和实用参考书，也可作为工程測量系和矿山測量系師生的参考书。

本书由賴云桃同志翻譯，由刘良寬（第十、十一章）、郑松华（第十二—二十一章）和李平（第二十二—三十章、附录）三位同志校訂。

А. Н. БАРАНОВ, К. И. ЕГУНОВ, Е. И. ЗЕЛЬЦЕР, Н. Н. ЛЕБЕДЕВ,
Д. А. СЛОБОДЧИКОВ, М. С. ЧЕРЕМИСИН

ГЕОДЕЗИЯ

В

ТОННЕЛЕСТРОЕНИИ

Под общей редакцией А. Н. БАРАНОВА

ЧАСТЬ I

ПОДЗЕМНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

ГЕОДЕЗИЗДАТ

МОСКВА 1953

隧道建筑測量学

下册

地下測量工作

賴云桃譯

中国科学院測量与地球物理研究所校

国家測繪总局測繪书刊編輯部編輯(北京三里河国家測繪总局)

中国工业出版社出版(北京佟麟閣路丙10号)

北京市书刊出版业營業許可証出字第110号

中国工业出版社第四印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ ·印张 $25^{3/4}$ ·插頁2·字數599,000

1963年3月北京第一版·1964年10月北京第二次印刷

印數608—1,347·定价(科七)3.80元

統一书号：15165·1869(測繪-39)

目 录

第十章 地下测量控制通过竖井的定向	9
59. 定向方案	9
60. 点和方向的投影。对井中悬锤的连接	10
61. 联系三角形法的定向	13
此法要点	13
联系三角形最有利的形状	14
连接角及联系三角形角度误差对定向精度的影响	17
以悬锤投影点的装备	20
按照两悬锤定向的实施	22
62. 使用专门对中板的定向	26
63. 按照三个悬锤的定向	29
64. 坐标方位角从悬锤线向固定的地下导线边的传递	29
近井点上仪器对中误差的影响	29
确定传递坐标方位角精度的方法	30
65. 定向的计算	34
66. 联系三角形法定向的精度	53
67. 用直线丈量连接悬锤的定向	55
分划尺法	55
三角形边长丈量法	58
通过井筒中沉井隔板的定向	59
68. 按照两悬锤方向线的定向	59
69. 方向按光学投影法的定向	61
70. 定向的周期性	64
第十一章 地下导线测量	66
71. 地下导线测量的特征及任务	66
72. 导线网扩展方案及观测的周期性	68
73. 地下导线标志的标定	69
74. 角度观测精度的估算	71
75. 角度观测	75
76. 角度的偏心观测	79
77. 坐标方位角的间接传递	83
78. 在压缩空气区内通过闸门室传递坐标方位角	85
79. 边长丈量	87
80. 地下导线测量平差的一般原则	88
81. 主要导线边长的计算	89
82. 地下闭合导线的平差	91
简易平差	91
直伸闭合导线的平差	91
83. 地下坑道通过两竖井的定向	94

坐标从地面通过倾斜钻井向地下坑道的传递	95
84. 通过两竖井定向的平差	97
竖井与钻井间直伸导线简易平差法	97
竖井与钻井间曲折导线的严格平差法	99
有坚强坐标的两点间地下导线的平差	105
简易平差法	105
严格平差法	108
85. 通过两竖井定向的精度评定	114
86. 直线隧道按两竖井定向的中误差的预计	120
87. 联接于有坚强坐标的两点及通过竖井传递的两个坐标方位角上的地下导线之平差	122
88. 在已成隧道中地下导线平差的实际方法	130
89. 成果表的编制; 资料的整理	132
第十二章 地下坑道预期贯通误差的预计	133
90. 直线隧道贯通精度的预计	133
91. 曲线隧道贯通误差的预计	140
横向误差	140
纵向误差	143
92. 隧道贯通前的前进导坑必需长度的确定	144
93. 竖井间必需距离的确定	146
第十三章 地下高程测量控制	148
94. 高程从地面向地下坑道的传递	148
95. 地下水准测量	152
96. 水准测量的周期性	154
97. 计算工作及资料的整理	155
98. 高程方面预期贯通精度的计算	157
第十四章 隧道线路设计实地放样资料的准备	160
99. 近井坑道设计图几何元素的校核	160
100. 线路几何元素的校核	161
线路直线地段的校核	161
线路曲线地段的校核	164
101. 缓和曲线放样资料的计算	164
102. 按照弦线放样圆曲线数据的计算	175
103. 按照割线放样圆曲线数据的计算	181
104. 线路断面设计实地放样数据的计算	186
第十五章 点位按线路的确定	194
105. 线路直线段上各点里程及其与轴线偏距的计算	194
106. 圆曲线地段上各点里程及其与轴线偏距的计算	195
107. 缓和曲线地段上各点位置的计算	197
第十六章 地面上隧道线路的放样	199
108. 地下铁路线路在地面上的标定及与此有关的放样	199
109. 城外地区建筑的隧道线路的实地标定	202
第十七章 竖井和建筑场地上的施工测量工作	204
110. 竖井和建筑场地上工作的概述	204

111. 地段边界、豎直布置設計及建筑物設計的实地标定	204
112. 井筒軸綫及提升設備軸綫的实地标定和固定	208
113. 井架、天橋及机器房絞車基础的放样。井架、滑輪及絞車的安装	211
第十八章 豎井井筒掘进时的測量工作	213
114. 井頸的放样	213
115. 用下沉井壁法及自下安装圓环法建筑井筒时的測量工作	214
下沉井壁法	214
自下安装圓环法	217
116. 井筒圓环的測量	217
117. 建筑井筒时的容許誤差	218
118. 井筒装备的放样	219
119. 豎直冻结鉆孔的放样及其偏斜的确定	219
第十九章 建筑井底車場及近井坑道时的測量工作	222
120. 概况	222
121. 平面上和断面上开挖方向的标定	222
122. 近井建筑物的放样。容許誤差	223
第二十章 导坑掘进时的測量工作	225
123. 进口导坑軸綫的标定	225
124. 前进导坑軸綫的标定	230
125. 开挖面高程的标定。支架的安設及其測量。下导坑掘进时的容許誤差	233
第二十一章 矿山法建筑隧道时的測量工作	236
126. 豎直坑道的开凿。上导坑方向的标定及掘进	236
127. 隧道上半部扩大及拱頂澆灌混凝土	238
128. 隧道下半部的开挖、样板的設立及边牆混凝土的澆灌	240
129. 隧道底部的开挖和混凝土澆灌	240
130. 隧道內部輪廓的測量	241
131. 鋼筋混凝土护帮牆的建筑	242
132. 矿山法建筑隧道时的容許誤差	243
133. 盾构室和渡綫室的建筑	244
渡綫室軸綫几何元素的校核	244
測量工作的特点	252
第二十二章 隧道管片襯砌裝置时的測量工作	253
134. 管片衬砌的几何元素	253
135. 曲綫上圓环裝置及超前的測定	255
136. 用管片安装器裝置圓环	260
137. 管片安装器后圓环的測量	264
138. 裝置圓环时的容許誤差	270
第二十三章 盾构法建筑隧道时的測量工作	271
139. 概述	271
140. 安装盾构时的測量放样	271
141. 盾构中測量标志的放样和固定	275
142. 盾构移动时的調整	276
143. 从已成隧道中所固定的各点測定盾构在平面上的位置	277

角度观测方法	277
盾构中的标尺读数法	286
盾构横向坡度改正数的确定方法	287
144. 从盾构直接测定其在平面上的位置	288
145. 盾构在断面上位置的测定	290
146. 测定盾构位置及推进情况用的设备	292
盾构上带有固定分划尺的一套设备	292
带有活动标尺及望远镜的设备	295
自动消除盾构横向坡度改正数用的分划尺	298
有透明玻璃分划尺的悬锤小铁板	299
147. 测定盾构位置和推进情况用的 M. C. 契列米辛工程师仪器	299
148. 盾构拼装和推进的容许误差	301
第二十四章 建筑地下铁道车站时的测量工作	303
149. 管片装置的特点	303
150. 洞孔开挖、洞孔和塔柱的修整及立柱的安装。站台和台下室的建筑	305
151. 地下铁道车站、通道、自动梯隧道及大厅的衬面和建筑装饰时的测量工作	306
第二十五章 建筑倾斜隧道时的测量工作	308
152. 概述	309
153. 与倾斜钻孔放样有关的计算	309
154. 椭圆轴线和中心及冻结钻孔中心的放样。导管的放样和安装	313
155. 确定钻孔与设计偏差。文件	315
156. 倾斜隧道建筑时的测量工作	320
观测台的构造	320
圆环的装置	321
基础浇灌混凝土及自动梯构架的安装	323
建筑倾斜隧道及装配自动梯时的容许误差	324
机器房和大厅建筑时的测量放样	324
第二十六章 明挖法建筑隧道时的测量工作	326
157. 隧道轴线实地标定及敷设地下管道时的测量工作	326
158. 基坑开挖及底部、边墙和顶盖建筑时的测量工作	327
159. 挖沟法施工时的测量工作	329
第二十七章 隧道中铺设铁路线路时的测量工作	331
160. 概述	331
161. 按照高程设置线路水准标石及浇灌混凝土	334
162. 线路水准标石与线路中线距离的测定	335
163. 线路铺设及浇灌混凝土时的测量工作	355
164. 隧道线路及设备的测量	357
第二十八章 竣工工程的测量及体积计算	360
165. 开挖及建筑物体积的计算	360
A. 有规则几何形状的截面	360
B. 有复杂形状的截面	360
166. 规则几何图形和物体的面积及体积的基本公式	363
167. 竣工工程量的计算例题	365

168. 竣工工程实际体积的累计	369
第二十九章 变形观测	372
169. 建筑地下铁道时地面上变形及房屋状态的观测	372
变形水准标石的设置和固定	372
初次水准测量	372
重复水准测量	373
房屋状态的观测	374
170. 地下建筑物的变形观测	375
导坑掘进时的变形观测	375
混凝土拱顶的变形观测	376
边墙接近的观测	376
管片衬砌隧道的变形观测	376
混凝土隧道平面上位移的观测	377
隧道建筑区域内地下工程建筑物的变形观测	378
第三十章 测量报告文件	380
171. 建筑工程的文件	380
172. 日常技术报告	381
173. 竣工图的编制和整饰	383
竣工图的内容	384
附录	385
参考文献	403
俄华术语对照表	405

第十章 地下测量控制通过竖井的定向

59. 定向方案 地下测量控制的定向是从地面上将坐标及坐标方位角传递到地下工作的水平面上。这是建筑隧道及地下铁道时要完成的极重要的测量工作之一。地下相向坑道的贯通精度，在很大程度上，视定向的质量而定。因此，定向工作应该委托有經驗的工作人员担任，并使用經很好檢驗的定向仪器。

定向結果将坐标及坐标方位角传递于其上的地下坑道中的点，应该牢固地固定。必須采取措施，使得这些点在整个建筑时期內都应保存着。

在进行定向工作时，無論井筒中及綫路上的建筑工作都要停止。所有与定向有关的准备工作都应该預先做好。

在定向时，应该特別注意坐标方位角的传递，因为坐标方位角的传递誤差对于地下測量控制橫向誤差的影响，系随着地下导綫长度的增加而增大。

如果以 m_0 表示坐标方位角的传递誤差，以 L 表示地下导綫閉合边的长度，那末由于定向誤差所引起的导綫終点位置的誤差 q_0 为：

$$q_0 = \frac{L m_0}{\rho} \quad (1-X)$$

假設取 $L = 2$ 公里（这在实际工作中时常遇到的）及 $m_0 = 15''$ ，那末得出： $q_0 = 150$ 毫米。隧道与設計的容許偏差，通常不超过 ± 50 毫米。从上面的計算可見，在建筑隧道时进行地下測量控制的定向，应该要怎样的細心。在此例中，定向的誤差 $15''$ 显然是不容許的。

依据連接隧道与地面的坑道的形式，地下測量控制的定向，可能有各种方法。如果隧道是通过竖井来建筑，那末地下測量控制的定向，亦以通过竖井来实现。当隧道直接通至地面，或者以横坑道及傾斜坑道与地面連接时，則沿这些坑道敷設导綫来定向。最后，当隧道以两个竖井与地面連接时，隧道中的測量控制也以通过两个竖井来定向。

由此，地下測量控制的定向有三种典型的方法：

- (a) 通过一个竖井；
- (б) 通过水平坑道和傾斜坑道；
- (в) 通过两个竖井（鉆井）。

因为通过水平坑道和傾斜坑道及通过两个竖井的隧道地下測量控制是以敷設导綫来定向，所以这些定向方法将在地下导綫測量一章（第十一章）中研究。地下測量定向的理論部分，在B. H. 巴烏曼^①及H. M. 巴富林^②的著作中，已說得十分完备。Л. H. 奧格洛布林^③对于地下測量定向方法及其精度評定有很詳細而系統的敘述。

必須指出，在开矿时及建筑隧道时，对于定向精度所提出的要求是截然不同的。例如，按照現代矿山測量規程，定向的容許極限誤差等于 $\pm 3'$ 。如果在建筑隧道时，进行定

① B. H. 巴烏曼著“矿山測量技术教程”，第二部分，1932年。

② H. M. 巴富林著“矿山測量技术教程”，專門部分，1932年。

③ Л. H. 奧格洛布林著“地下矿山測量定向”，苏联冶金出版社，1944年。

向有这样的误差,那末当两竖井间的距离为2公里时,相向隧道轴线的极限误差将达到1.1米。这样的误差,在开矿时没有重要的意义,而在建筑隧道时是不容许的,建筑隧道时的相向隧道轴线的极限偏差不得超过 ± 0.1 米。因此,在上列矿山测量技术教程中所述的地下测量定向的许多方法中,只有某些在隧道建筑的实践中采用。

60. 点和方向的投影。对井中悬锤的连接 将点从地面投影到地下坑道的水平面上,最广用的方法是借助于井中悬锤的投影。大家知道,也有光学投影的方法。这种方法虽然有75年的历史,但是没有得到发展和应用。

投影方向竖直面的构成,可以用下述方法之一来实现:(a)借助于两个悬锤;(b)借助于仪器的照准面;(c)借助于按双象原理而制成的特种光学仪器。

两个悬锤方法应用最广。

通过深井的地下测量定向时,点的投影,借助于摆动的悬锤来完成。因为井筒中连续不断的滴水及气流,使井中悬锤不能达到静止状态。用经纬仪的望远镜及装置在悬锤旁边的特种分划尺来观测悬锤摆动时的两边极端位置,并求出它们的平均位置。

为了精确地确定点的投影,在通过深井定向时,采用可变的悬锤荷重。当悬锤上面固定不动时,在最小的、中等的及最大的悬锤荷重下,按照分划尺,观测竖井中悬锤三个位置。有了不同悬锤荷重时分划尺上记出的悬锤三个位置,并应用现有的多荷重投影理论[●],可以求出悬锤的竖直位置。

大家知道,也有用不动的悬锤组成的竖直面来作方向投影的方法。例如,为了减少气流及滴水对于方向投影误差的影响,联接悬锤 O_1 及 O_2 (图201),使其接近到某一数值 CD 。

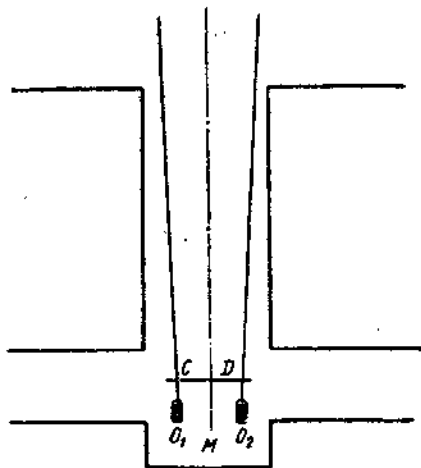


图 201

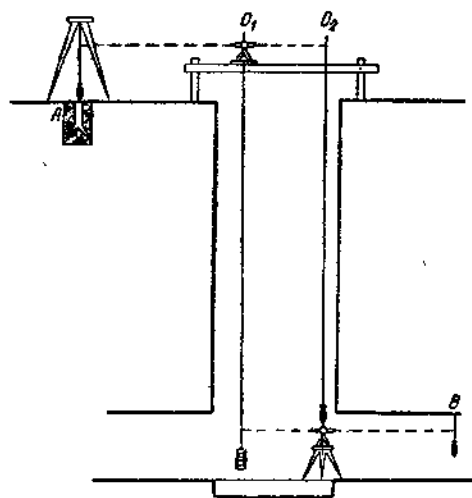


图 202

假定荷重是相等的,可以设想对称轴线 MM 的坐标,在地面上及在地下工作水平面上是一样的。如果借助于硬杆,使 CD 的距离大于悬锤固定点间的距离,悬锤对于气流亦有类似的阻力。

●参阅Л. Н. 奥格洛布林著“地下矿山测量定向”,苏联冶金出版社,1944年,38页及以后。

在隧道建筑的实践中，用不动的井中悬锤和固定荷重的点投影法，应用最广。竖直面的投影，由两个不动悬锤和固定荷重来实现。

在[69]节述及，在地下铁道建筑的竖井中，有用根据双象原理的仪器，进行光学的方向投影的经验。

对井中悬锤的连接。在地面上对井中悬锤的连接是测定悬锤的坐标及悬锤方向线的坐标方位角。在地下对井中悬锤连接的任务是将悬锤坐标及悬锤方向线的坐标方位角传递到地下测量控制点上。

对井中悬锤的连接，可以用下列各种方法来实现：（a）对悬锤直接（对中）连接；（6）对悬锤方向线直接连接；（b）间接连接。

在直接（对中）连接法中，将仪器安置在井中悬锤的上面及下面（图202）；而连接角用直接观测来求得。采用对井中悬锤直接连接法的困难在于，仪器在悬锤的上面及下面对中，要有必要的精度。这种对悬锤连接方法，就其进行观测的本身来说也不很方便，因此没有获得实际的应用。

在对井中悬锤方向线直接连接时，将仪器安置在悬锤方向线的延长线上，或者安置在两悬锤的中间。

在间接连接时，将仪器安置在竖井井筒以外，而仪器点到悬锤的方向与悬锤方向线间的角度，则从连接几何图形来计算。在这几何图形中，测出必要的直线及角度元素。

在间接连接法中，最广用的有下列几种：

（a）用直伸联系三角形单边连接（图203），在这三角形中，测量角度 $\angle FAO_2$ 及 $\angle O_2AO_1$ ，以及边长 a 、 b 、 c ；

（6）用直伸联系三角形两边连接（图204），在这些三角形中，测量角度 $\angle O_1AO_2$ 、 $\angle O_2A'O_1$ 、 $\angle A'AO_2$ 、 $\angle AA'O_1$ 及边长 a 、 b 、 c 、 b' 、 c' ；



图 203

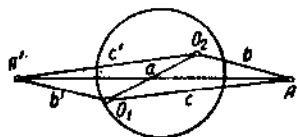


图 204

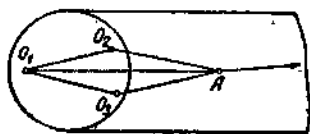


图 205



图 206

（b）用直伸联系三角形对三个悬锤（图205）及四个悬锤（图206）连接；

（r）按照图207及图208所示的布置对两个悬锤连接；

（a）按照图209所示的布置对三个悬锤连接（在个别情况下可以将三个悬锤布置在同一方向线上）。

采用上述各种間接連接方法，需要測量連接图形中的角度及边长。在图 204 所示的連接方法中，銳角的觀測可以丈量两个小綫段 O_1N 及 O_2M (图 210) 来代替。在图 203 所示

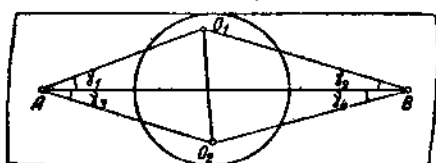


图 207

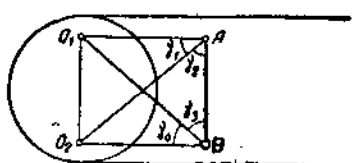


图 208

的布置中，在 A 点上銳角的觀測可以丈量小綫段 O_1M (图 211) 来代替。显然，在图 210 及图 211 所示的布置中，对悬鍾的连接，只要作直綫丈量就可完成。

上述各种对井中悬鍾間接連接方法中，(a)、(b) 及 (c) 几种方法，在隧道建筑实践中获得应用。

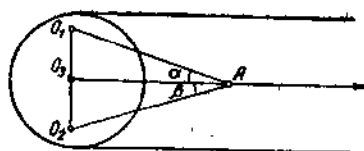


图 209

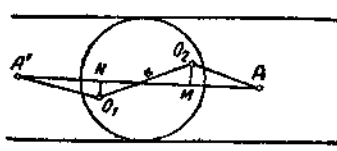


图 210

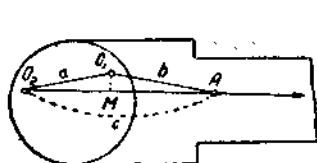


图 211

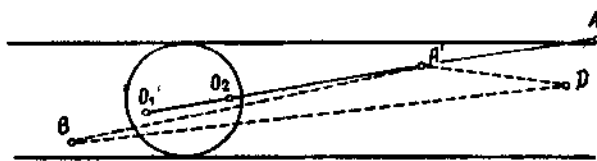


图 212

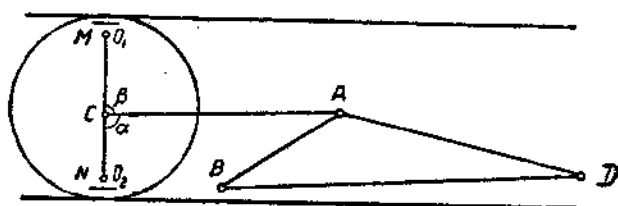
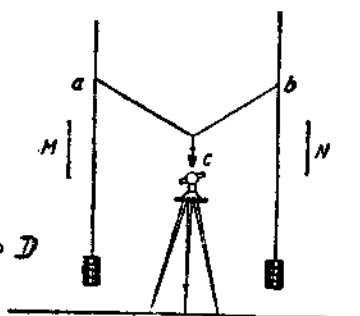


图 213



在对悬鍾方向綫直接連接的方法中，地面上的仪器 A 安置在豎井井筒以外悬鍾方向綫上 (图 212)。丈量距离 O_2A 。如果已知悬鍾 O_1 及 O_2 連接直綫的坐标方位角及两悬鍾的坐标，那末可以計算地下導綫点 A' 的坐标。为了确定地下導綫边 BD 的坐标方位角，要觀測角度 $O_1A'B$ 及 $A'BD$ 。

在图 213 上, 表示借助于小悬锤 c , 将仪器 C 安置在井中悬锤方向线上的直接对悬锤方向线连接方法。

当两悬锤间的距离很短时, H. M. 列昂托夫斯基教授建議●装置两面反光鏡 M 及 N (图 213), 并且将仪器的望遠鏡照准鏡中悬锤的影象。角度观测的正确性用下列等式来检查:

$$\alpha + \beta = 180^\circ.$$

在 1924 年曾提出用一面反光鏡及使用附有反光鏡的仪器●的连接方法。仪器 C (图 214) 安置在两悬锤之間, 象 H. M. 列昂托夫斯基教授的两面反光鏡法一样。第二架仪器安置在 A 点上, 并照准 C 。旋轉附有反光鏡的仪器 C , 直到 A 点的观测者在附加反光鏡中看到其自己仪器的影象为止。讀取仪器 C 上的讀数。放松游标盘, 旋轉游标盘, 直到 A 点的观测者在反光鏡中看到悬锤 O_2 的影象为止。这时, 仪器 C 游标盤旋轉的角度等于 ACO_2 角度的一半。用同法亦可測出 O_1CA 角度的一半。

61. 联系三角形法的定向 此法要点。下面所述的联系三角形法是地下测量控制定向应用最广的方法。

在地面上井筒附近設一近井点 A (图 215)。此点坐标, 以与趋近导綫连接来测定。两个悬锤 O_1 及 O_2 悬挂于井架上, 并吊放到井筒中, 使 A 点到两悬锤方向間的角度 α 最小。在这样組成的联系三角形 ABC 中, 測量角度 α 及边长 a 、 b 和 c 。此外, 还要測出到一个悬

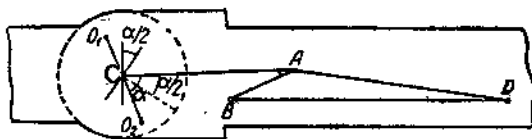


图 214

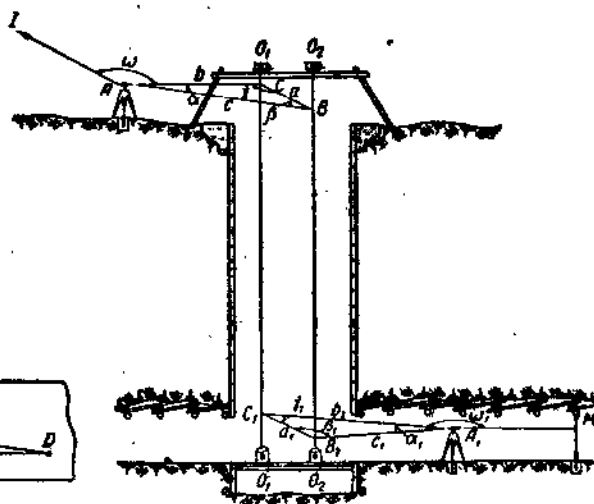


图 215

锤的方向与有坚强坐标方位角数值的 AT 方向間的角度 ω 。角度 β 由解联系三角形来确定。

有了角度 α 、 β 及 ω , 可以求出悬锤 BC 直綫的坐标方位角。知道了联系三角形的边长可以确定两个悬锤的坐标。在地面上所获得的两悬锤直綫的坐标方位角及一个悬锤的坐标, 作为地下坑道的起始坐标方位角和起始坐标。

在井底車場中, 設立地下近井点 A_1 , 并在地下联系三角形 $A_1B_1C_1$ 中測量角度 α_1 及边长 a_1 、 b_1 和 c_1 。此外, 观测一个悬锤的方向与到地下导綫点 M 的方向之間的角度 ω_1 。从解地下联系三角形来計算角度 β_1 。

得到联系三角形的角度后, 利用測出的角度 ω_1 , 可以将坐标方位角从悬锤直綫 B_1C_1

●參閱 H. H. 奥格洛布林著“通过一个竖井的地下測量定向”, 苏联科学技术联合出版社, 1933 年, 第 272—280 頁。

●參閱 H. H. 奥格洛布林著“通过一个竖井的地下測量定向”, 苏联科学技术联合出版社, 1933 年, 第 281—294 頁。

传递到地下导线的固定边 A_1M 上。取地下的悬锤坐标作为起始坐标，通过联系三角形的边，计算 A_1 点的坐标。

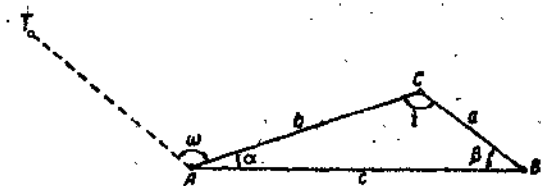


图 216

为了解决具有必要精度定向的主要问题——精确地测定地下导线起始边的坐标方位角，必须这样布置点 T 、 A 、 A_1 和 M ，以及悬锤 O_1 和 O_2 ，使得角度观测及直线丈量的误差，对于 A_1M 边坐标方位角的影响最小。

联系三角形最有利的形状。为了从直线 AT (图216) 向两悬锤直线 CB 传递坐标方位角，必须观测角度 α 及 ω ，并且从解联系三角形按下列公式求出角度 β ：

$$\sin \beta = \sin \alpha \frac{b}{a} \quad (2-X)$$

显然，确定悬锤直线坐标方位角的精度，完全视测定角度 β 的误差而定，而确定角度 β 的精度，又取决于联系三角形的形状、边长丈量的精度及角度 α 观测的精度而定。

角度 β 的误差，可按测量 α 角的误差和边长 b 和 a 的丈量误差求得，将公式(2-X)微分：

$$\cos \beta d\beta = \frac{db}{a} \sin \alpha \cdot \rho - \frac{bda}{a^2} \sin \alpha \cdot \rho + \frac{b}{a} \cos \alpha d\alpha$$

变为中误差时，将有：

$$\cos^2 \beta m_\beta^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{a^2} m_b^2 \rho^2 + \frac{b^2 \sin^2 \alpha}{a^4} m_a^2 \rho^2 + \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{a^2} m_\alpha^2 \quad (3-X)$$

因为联系三角形的边长在钢卷尺长度范围以内，所以可取：

$$m_a = m_b = m_c = m_s$$

此后，从(3-X)得出：

$$m_\beta^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{a^2 \cos^2 \beta} m_s^2 \rho^2 + \frac{b^2 \sin^2 \alpha}{a^4 \cos^2 \beta} m_s^2 \rho^2 + \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{a^2 \cos^2 \beta} m_\alpha^2$$

以 $\sin \beta \frac{a}{b}$ 代替 $\sin \alpha$ ， $1 - \sin^2 \beta \frac{a^2}{b^2}$ 代替 $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ ，经过改化后得到：

$$m_\beta^2 = \frac{\tan^2 \beta}{b^2} m_s^2 \rho^2 + \frac{\tan^2 \beta}{a^2} m_s^2 \rho^2 + \frac{b^2}{a^2 \cos^2 \beta} m_\alpha^2 - \tan^2 \beta m_\alpha^2 \quad (a)$$

从此

$$m_\beta = \pm \sqrt{\tan^2 \beta \left(\frac{m_s^2 \rho^2}{b^2} + \frac{m_s^2 \rho^2}{a^2} - m_\alpha^2 \right) + \frac{b^2}{a^2 \cos^2 \beta} m_\alpha^2} \quad (4-X)$$

从(4-X)得出结论，确定角度 β 的误差，视角度 β 的大小、直线丈量的精度、边长之比 $\frac{b}{a}$ 及角度 α 的中误差而定（角度 β 及边长之比 $\frac{b}{a}$ 由联系三角形的形状来决定）。

亦即，角度 β 及相应的角度 α 愈小，则测定角度 β 的误差愈小；边长之比 $\frac{b}{a}$ 愈大，则角度 β 的误差愈大。

(a) 式可以用下列形式来表示:

$$m_{\beta}^2 = m_{\alpha}^2 \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{b^2} + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{a^2} \right) \rho^2 + m_{\alpha}^2 \left(\frac{b^2}{a^2 \cos^2 \beta} - \operatorname{tg}^2 \beta \right). \quad (5-X)$$

公式(5-X)右边部分第一项表示直线丈量误差对测定角度 β 精度的影响;而第二项表示角度 α 观测的误差对测定角度 β 精度的影响。我们分别研究这些影响。

直线丈量误差对于测定角度 β 精度的影响,以下式来表示:

$$m'_{\beta} = m_{\alpha} \operatorname{tg} \beta \cdot \rho \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}}. \quad (6)$$

以适当选择固定悬锤的点,可以达到这样的联系三角形的形状,这时, α 及 β 的角度很小。于是在公式(2-X)中,小角的正弦以其正切来代替,得出 $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \frac{b}{a}$ 。将这数值代入(6)式,得:

$$m'_{\beta} = m_{\alpha} \operatorname{tg} \alpha \cdot \rho \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{b^2}{a^4}}; \quad m'_{\beta} = \frac{m_{\alpha} \operatorname{tg} \alpha \cdot \rho}{a} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2}. \quad (6-X)$$

公式(6-X)表明,边 a 愈长,则边长丈量的误差 m_{α} 对测定角度 β 精度的影响愈小。

从建筑地下铁道时所完成的多次定向中得出,联系三角形边长丈量的中误差与边的长度关系很小,并且大约等于0.8毫米●。

在表157中列出 m'_{β} 值,即在各种 α 、 a 及 $\frac{b}{a}$ 时,直线丈量误差对角度 β 数值的影响(m_{α} 值取它等于0.8毫米)。

从表157可见,当 $\alpha = 3^\circ$ 及 $\frac{b}{a} = 2$ 时,联系三角形边长丈量的误差对测定角度 β 精度的影响为:

当两悬锤间的距离为3米时——6".2,

当两悬锤间的距离为4.5米时——4".1,

当两悬锤间的距离为6米时——3".1。

表 157

α	$a=3\text{米}$			$a=4.5\text{米}$			$a=6\text{米}$		
	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$
0°30'	0°.8	0°.8	1°.0	0°.4	0°.6	0°.7	0°.3	0°.4	0°.5
1	1.3	1.6	2.1	0.9	1.1	1.4	0.6	0.8	1.0
2	2.6	3.3	4.2	1.8	2.2	2.8	1.3	1.7	2.1
3	3.9	4.9	6.2	2.6	3.3	4.1	2.0	2.5	3.1

从公式(5-X)看出,角度 α 观测的误差对测定角度 β 精度的影响,可以下式来

● “城市建筑测量学” 参考指南第二卷 (俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国公用事业部出版社, 莫斯科, 1950年), 142页上载着 $m_{\alpha} = 0.6$ 毫米, 未免太小。

表示:

$$m''_{\beta} = m_{\alpha} \sqrt{\frac{b^2}{a^2 \cos^2 \beta} - \tan^2 \beta}. \quad (6)$$

因为角度 β 很小, (6) 式可以写成下列形式:

$$m''_{\beta} = m_{\alpha} \frac{b}{a}, \quad (7-X)$$

就是, 在一定 m_{α} 数值时, 确定角度 β 的误差与边长之比 $\frac{b}{a}$ 成比例地增加。

角度 α 观测的误差, 可取等于 $\pm 4''$ 。于是, 由于角度 α 观测误差而引起的测定角度 β 的相应误差为:

$$\text{当 } \frac{b}{a} = 1 \text{ 时} \dots\dots\dots \pm 4'',$$

$$\text{当 } \frac{b}{a} = 1.5 \text{ 时} \dots\dots\dots \pm 6'',$$

$$\text{当 } \frac{b}{a} = 2 \text{ 时} \dots\dots\dots \pm 8''.$$

在 $m_{\alpha} = 0.8$ 毫米和 $m_{\alpha} = \pm 4'$, 以及各种 α , a 和 $\frac{b}{a}$ 时, 测定角度 β 的误差总和, 列在表 158 中。

表 158

α	$a=3\text{米}$			$a=4.5\text{米}$			$a=6\text{米}$		
	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$	$\frac{b}{a}=1$	$\frac{b}{a}=1.5$	$\frac{b}{a}=2$
$0^{\circ}30'$	4 ⁰ .0	6 ⁰ .0	8 ⁰ .0	4 ⁰ .0	6 ⁰ .0	8 ⁰ .0	4 ⁰ .0	6 ⁰ .0	8 ⁰ .0
1	4.2	6.1	8.3	4.1	6.1	8.1	4.0	6.0	8.1
2	4.8	6.8	9.0	4.4	6.4	8.5	4.2	6.2	8.3
3	5.6	7.7	10.1	4.8	6.8	9.0	4.5	6.5	8.6

从上面的所有叙述, 可以得出下列关于最有利联系三角形图形的结论:

(a) 三角形应该为直伸的; 角度 α 应该接近于零, 而在任何情况下不得超过 3° 。

(6) $\frac{b}{a}$ 的数值应该尽可能地小。在实际工作中, 必须注意: 仪器接近于悬锤会引起望远镜的对光急剧地改变, 这将降低角度 α 观测的精度。因此, 应该认为 $\frac{b}{a}$ 最有利的数值为 1.5。

(*) 两悬锤间的距离, 即边长 a , 应该尽可能地大。这个要求, 不仅是由于最有利联系三角形图形的理由引起, 而且也是由于减少悬锤投影误差对定向最后结果影响的条件而引起。