GAOZHONG
XUEXI
SHUIPING
ZICE

# 高中学习水平自测

平面三角

上海科技教育出版社

# 高中学习水平自测

# 平面三角

华东师大二附中编写组

上海科技教育出版社

**高中学习水平自测**
平面三角
华东师大二附中编写组
上海科技教育出版社出版、发行
(上海冠生园路 393 号)
各地新华书店经销 上海新华印刷厂印刷
开本 787×1092 1/32 印张 7 字数 154,000
1988 年 3 月第 1 版 1988 年 3 月第 1 次印刷
印数 1—160000
ISBN 7-5428-0057.4
G·58
定价：1.70 元

# 前　言

本书是根据国家教委制订的全日制中学数学教学大纲规定的范围和现行高级中学课本《数学》中平面三角方面的内容，结合我校多年来的教学实践，以成套试卷的形式编写而成的自学参考书。

全书共计十七套试题，按教材进度顺序编排，由浅入深，全面覆盖平面三角内容。每套试题都分为A卷、B卷两种。A卷是一般水平的自我测试，B卷则是相当于重点中学水平的自我测试。学生宜在复习的基础上，根据自己的实际程度进行自我检查，不能以此代替系统复习。

本书由我校傅伯华老师编写，除可供在校学生学习参考外，亦可供中学数学教师、自学青年、职工文化补习学校师生参考。

华东师大二附中编写组

# 目　录

# 一、任意角三角函数

**A卷** （100分钟）

**一、判别题**:(每小题 3 分,共 15 分)

下列各题,你认为正确的，在题后的圆括号内填“+”;不正确的,则填“—”.

1．在$\triangle ABC$中,若$\sin B$和$\operatorname{ctg} B$异号，则$\angle B$为钝角; ( )

2．在$\triangle ABC$中,若$\sin A=\sin B$,则$A=B$; ( )

3．$\sqrt{\left(\cos\frac{2\pi}{3}\right)^2}=\cos\frac{2\pi}{3}$; ( )

4．若$\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\cos\alpha$. 则$\alpha$的范围是$90^\circ<\alpha<180^\circ$; ( )

5．$\triangle ABC$中,$\angle A=30^\circ$,$a=12$,$b=10$,则这个三角形是锐角三角形. ( )

**二、选择题**:(每小题 3 分,共 30 分)

下列各题给出了代号为$A$、$B$、$C$、$D$的四个结论，其中只有一个是正确的. 把正确结论的代号写在每题后面的圆括号内.

1．下列四对角的表示式中，表示具有相同终边的角是 ( )

($A$) $(2k+1)\pi$ 与 $(4k\pm1)\pi$,$(k\in Z)$;

($B$) $k\pi+\frac{\pi}{6}$ 与 $2k\pi\pm\frac{\pi}{6}$, $(k\in Z)$;

(C) $\frac{k\pi}{2}$ 与 $k\pi+\frac{\pi}{2}$，$(k\in Z)$；

(D) $k\pi+\frac{\pi}{3}$ 与 $\frac{k\pi}{3}$，$(k\in Z)$.

2. 角 $\alpha$ 的终边过点 $P(-3,0)$,则角 $\alpha$ 是 ( )

(A) 第三象限角; (B) 第二象限角;

(C) 既是第二,又是第三象限角;

(D) 不属于任何象限.

3. 已知 $A(\sin\theta,\ \cos\theta)$、$B(-\cos\theta,\sin\theta)$, 则 $A$、$B$ 两点间的距离为 ( )

(A) $\sqrt{2}$; (B) 2;

(C) $2\sqrt{\sin\theta\cos\theta}$; (D) $\sqrt{2-4\sin\theta\cos\theta}$.

4. 在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\cos A\cdot \operatorname{tg}B\cdot \operatorname{ctg}C<0$,则这三角形是 ( )

(A) 直角三角形; (B) 钝角三角形;

(C) 锐角三角形; (D) 不能确定.

5. 已知三角形的面积为 $7\sqrt{3}$,其中两边的积为 28, 则这两边的夹角度数是 ( )

(A) $30^\circ$; (B) $60^\circ$;

(C) $30^\circ$ 或 $150^\circ$; (D) $60^\circ$ 或 $120^\circ$.

6. 已知 $\frac{\theta}{2}$ 是第二象限角,则 $\theta$ 是 ( )

(A)第四象限角;

(B) 第二、四象限角;

(C) 第三、四象限角;

(D) 不可能是第一、二象限角.

7. 已知 $\sin\theta+\sin^2\theta=1$,那么 $\cos^2\theta+\cos^4\theta$ 的值是 ( )

(A) 1;　　(B) 2;

(C) $\sqrt{2}$;　　(D) $\sqrt{3}$.

8. 如果 $\log_3 m=\sin^2\alpha$，且 $\log_3 n=\cos^2\alpha$，那么积 $mn$ 等于 (　　)

(A) $-1$;　　(B) 1;

(C) 3;　　(D) 5.

9. 如果 $a\sin\theta+\cos\theta=1$，且 $b\sin\theta-\cos\theta=1$，那么 $ab$ 等于 (　　)

(A) $-1$;　　(B) 0;

(C) $\frac{1}{2}$;　　(D) 1.

10. 如果 $\alpha$ 为锐角，那么 $\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值 (　　)

(A) 小于 1;　　(B) 等于 1;

(C) 大于 1;　　(D) 以上都不对.

**三、填充题**：(每题 4 分，共 20 分)

1. $\sqrt{(\cos\frac{\pi}{3}-1)^2}+|\sin\frac{\pi}{6}-1|=$______;

2. 终边在 $x$ 轴上的角 $\alpha$ 的集合是____________，
终边在坐标轴上的角 $\beta$ 的集合是______________;

3. 角 $\frac{13}{4}\pi$ 的终边在第______象限，$-\frac{13}{4}\pi$ 的终边在第____________象限;

4. 如果点 $P(3t,4t)$ 是角 $\theta$ 终边上一点，那么 $\sin\theta$ 的值为____________________;

5. 化简 $\sin^2 40^\circ+\sin^2 50^\circ+\mathrm{tg}\,40^\circ\,\mathrm{tg}\,50^\circ=$__________.

**四、计算**：(每小题 5 分，共 20 分)

1. $\log_2(1-\sin\frac{\pi}{4})+\log_2(1+\sin\frac{\pi}{4})$;

2. $\sin\frac{\pi}{3}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$;

3. $\sin^2\frac{\pi}{5}+\sin^2\frac{3\pi}{10}+1-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\dfrac{\sin\frac{\pi}{2}}{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{5}{6}\pi}$;

4. $\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{3}{4}\pi\cdot\cos\frac{5\pi}{12}}{\sin\frac{5}{12}\pi\cdot\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}}$.

**五**、(第 1 题 8 分,第 2 题 7 分,共 15 分)

1. 在 $\triangle ABC$ 中,如果方程 $(\cos^2 A)x^2-(2\cos A)x+4\cos^2 A-2=0$ 有两个相等实根,求 $A$ 的度数;

2. 在 $\triangle ABC$ 中,如果方程 $(\sin B-\sin C)x^2+(\sin C-\sin A)x+(\sin A-\sin B)=0$ 有两个相等实根,求证:$a+c=2b$.

## B卷 (100分钟)

**一、选择题**:(每小题 3 分,共 30 分)

下列各题给出了代号为 $A$、$B$、$C$、$D$ 的四个结论,其中只有一个是正确的.把正确结论的代号写在每题后面的圆括号内.

1. 设 $\alpha$, $\beta$ 满足条件:$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$,则 $\alpha-\beta$ 的范围是 (　　)

(A) $-\pi<\alpha-\beta<0$;　　(B) $-\pi<\alpha-\beta<\pi$;

(C) $-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<0$;　　(D) $-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$.

2. $\cos\frac{3}{2}$, $\sin\frac{1}{10}$, $-\cos\frac{7}{4}$ 三个数的大小顺序是 (　　)

(A) $\cos\frac{3}{2}<\sin\frac{1}{10}<-\cos\frac{7}{4}$;

(B) $\cos\frac{3}{2}<-\cos\frac{7}{4}<\sin\frac{1}{10}$;

(C) $\sin\frac{1}{10}<\cos\frac{3}{2}<-\cos\frac{7}{4}$;

(D) $-\cos\frac{7}{4}<\sin\frac{1}{10}<\cos\frac{3}{2}$.

3. 若 $\sin\theta<0$ 且 $\cos\theta>0$，则 $\frac{\theta}{2}$ 所在象限是 (　　)

(A) 第一、四象限；　(B) 第一、二象限；
(C) 第二、四象限；　(D) 不在第三象限.

4. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=30°$，$c=150$，$b=50\sqrt{3}$，则满足这些条件的三角形是 (　　)

(A) 直角三角形；　(B) 等腰三角形；
(C) 直角三角形或等腰三角形；　(D) 以上都不对.

5. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin^2A+\sin^2B=\sin^2(A+B)$，则三角形是 (　　)

(A) 锐角三角形；　(B) 钝角三角形；
(C) 等腰三角形；　(D) 直角三角形.

6. 如果 $0°<\theta<180°$，那么 $\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\cos\theta}$ 的值是 (　　)

(A) 1；　(B) $-1$；

(C) $\frac{1}{2}$；　(D) 1 或 $-1$.

7. 设 $x=\sin(m+n)$，$y=\sin m+\sin n$，且 $m,n\in Z$，则 $x,y$ 之间的关系为 (　　)

(A) $x\geqslant y$；　(B) $x\leqslant y$；
(C) $x=y$；　(D) $x\neq y$.

8. $\log_{\sqrt{3}}\sin 60^\circ-\log_{\sqrt{3}}\cos 60^\circ$ 等于 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; (B) $-1$;

(C) 0; (D) 1.

9. 如果 $\lg(1+\sin A)=m$, $\lg\frac{1}{1-\sin A}=n$, 且 $A$ 为锐角,那么 $\lg\cos A$ 为 ( )

(A) $m+\frac{1}{n}$; (B) $\frac{1}{2}(m+\frac{1}{n})$;

(C) $\frac{1}{2}(m-n)$; (D) $m-n$.

10. 若角 $\alpha$ 的终边经过 $P(2,\sqrt{5})$,点 $Q(-4\sqrt{5},10)$ 在角 $\beta$ 的终边上,则 $\sin\alpha$ 与 $\sin\beta$ 的关系是( )

(A) $\sin\alpha<\sin\beta$; (B) $\sin\alpha=\sin\beta$;

(C) $\sin\alpha>\sin\beta$; (D) 以上都不对.

**二、填充题**:(每小题 3 分,共 30 分)

1. $\cos 150^\circ+\mathrm{tg}\,120^\circ-\sin 135^\circ=$______;

2. 当 $\alpha$ 为钝角时, $\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}+\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}=$______;

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=5$, $BC=12$, 则 $\mathrm{tg}\,A=$______, $\sin A=$______;

4. 已知 $0<\theta<\pi$,且 $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos\theta=$______;

5. $\triangle ABC$ 中,若 $a^2=b^2+bc+c^2$,则 $\angle A=$______;

6. $\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ$, $a=50$, $b=50\sqrt{2}$,则 $\angle B=$______;

7. $\mathrm{tg}\,134^\circ\mathrm{ctg}\,135^\circ\mathrm{tg}\,136^\circ=$______;

8. $2\sin\frac{\pi}{3}+3\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}+\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}-2\cos\frac{\pi}{3}=$ ________;

9. $\cos^2 36^\circ+\operatorname{ctg} 36^\circ\operatorname{tg}36^\circ+\sin^2 36^\circ=$ ________;

10. $\sqrt{1-2\sin 40^\circ\cos 40^\circ}=$ ________.

**三、计算**:(每小题 4 分,共 20 分)

1. $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi-A)}{\sin(\pi-A)\sin\left(\frac{\pi}{2}-A\right)}-\dfrac{\sin(\pi-A)\cos\left(\frac{\pi}{2}-A\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-A\right)\cos(\pi-A)}$;

2. $\cos\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{4}+\dfrac{1}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}}$;

3. $\sqrt{\sin^2 30^\circ+\cos^2 35^\circ-2\sin 30^\circ+\cos^2 55^\circ}$;

4. $\operatorname{tg}384^\circ\operatorname{tg}396^\circ\operatorname{tg}405^\circ\operatorname{tg}774^\circ\operatorname{tg}786^\circ$;

5. $\dfrac{\operatorname{tg}(-510^\circ)\cos(-1290^\circ)\cos(-1140^\circ)}{\operatorname{ctg}1200^\circ\sin(-690^\circ)}$.

**四、证明**:(10 分)

$\frac{1}{2}(1+\sin\theta+\cos\theta)^2=(1+\sin\theta)(1+\cos\theta)$.

**五、化简**:(10 分)

$\left(\sqrt{\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}-\sqrt{\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}\right)\left(\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}-\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}\right)$.

# 二、同角三角函数的基本关系

**A 卷 （100 分钟）**

**一、选择题**:(每小题 4 分,共 20 分)

下列各题给出了代号为 $A$、$B$、$C$、$D$ 的四个结论，其中只有一个是正确的．把正确结论的代号写在每题后面的圆括号内．

1．若 $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{3}{5}$,$\cos\frac{\theta}{2}=-\frac{4}{5}$,则 $\theta$ 角的终边在（　　）

(*A*) 第一象限；　　(*B*) 第二象限；

(*C*) 第三象限；　　(*D*) 第四象限．

2．下列关系中,使得角 $\alpha$ 存在的只有（　　）

(*A*) $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ 且 $\cos\alpha=\frac{2}{3}$；

(*B*) $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{3}$($\alpha$ 为锐角)；

(*C*) $\sin\alpha=\frac{a^2+b^2}{2ab}$ $(|a|\neq|b|)$；

(*D*) $\sin\alpha+\cos\alpha=\lg 2\cdot\lg 5$．

3．$\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}+\operatorname{tg}\frac{2\pi}{5}+\operatorname{tg}\frac{3\pi}{5}+\operatorname{tg}\frac{4\pi}{5}$ 的值是（　　）

(*A*) 0；　(*B*) 1；　(*C*) 2；　(*D*) 4．

4．设 $\alpha$ 是第四象限的角,则

$\sec\alpha\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\sec^2\alpha-1}$ 等于（　　）

(*A*) $\pm1$；　　(*B*) $-1$；

(*C*) 1; (*D*) 以上都不对.

5. 若 $\beta\in[0,\ 2\pi)$，且 $\sqrt{1-\cos^2\beta}+\sqrt{1-\sin^2\beta}=\sin\beta-\cos\beta$,则 $\beta$ 的取值范围是 (   )

(*A*) $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$; (*B*) $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$;

(*C*) $\left[\pi,\frac{3}{2}\pi\right]$; (*D*) $\left[\frac{3\pi}{2},\ 2\pi\right]$.

**二、填充题**：(每小题 4 分,共 20 分)

1. $\sqrt{1-\sin^2 100^\circ}=$________;

2. $\sqrt{\sec^2\theta-1}=$________;

3. $\csc\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha\sec\alpha\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha=$________;

4. $\sin^4\theta+\sin^2\theta\cos^2\theta+\cos^2\theta=$______;

5. $\dfrac{\cos x}{1-\sin x}-\dfrac{1+\sin x}{\cos x}=$________.

**三**、(10 分) 已知：$\sin\theta+\cos\theta=n$，求 $\sin\theta\cos\theta$ 与 $\mathrm{tg}\theta+\mathrm{ctg}\,\theta$ 之值.

**四**、(每小题 6 分,共 12 分)

1. 已知 $\theta$ 的终边在第四象限,试用 $\mathrm{tg}\,\theta$ 来表示 $\sin\theta$;

2. 已知 $90^\circ<\theta<180^\circ$,且 $\sin\theta=\frac{3}{5}$，求 $\cos\theta$、$\mathrm{tg}\,\theta$ 和 $\mathrm{ctg}\,\theta$ 之值.

**五**、(12分)*A*、*B*、*C*、*D*顺次为圆内接四边形的四个内角，求证：

1. $\cos(A+B)=\cos(C+D)$;

2. $\mathrm{tg}(A+B+C)=-\mathrm{tg}D$.

**六**、(10 分)已知 $x\cos\theta=a, y\,\mathrm{ctg}\,\theta=b, (a\neq0, b\neq0)$，求 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}$ 的值.

**七、**（本题16分）

1．若　$3\sin\theta+5\cos\theta=5$，求证：$(3\cos\theta-5\sin\theta)^2=9$；

2．求证：$\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}=(\sec\alpha+\mathrm{tg}\,\alpha)^2$．

## B卷　（100分钟）

**一、选择题**：（每小题4分，共20分）

下列各题给出了代号为$A$、$B$、$C$、$D$的四个结论，其中只有一个是正确的，把正确结论的代号写在每题后面的圆括号内．

1．若$\sqrt{1-\sin\theta\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}=-\cos\theta$，则$\theta$的取值范围是　　（　　）

($A$) 无意义；　　($B$) $0°<\theta<90°$；

(C) $90°<\theta<180°$；　　($D$) 以上都不是．

2．若$\theta\in\left(\dfrac{5\pi}{4},\ \dfrac{3\pi}{2}\right)$，则$\sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta}$等于（　　）

($A$) $\cos\theta-\sin\theta$；　　($B$) $\sin\theta+\cos\theta$；

(C) $\sin\theta-\cos\theta$；　　($D$) $-\cos\theta-\sin\theta$．

3．若$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$，则$\cos^3\theta-\sin^3\theta$的值等于

（　　）

($A$) $-\dfrac{3}{16}$；　　($B$) $\dfrac{11}{16}$；

(C) $-\dfrac{11}{16}$；　　($D$) $-\dfrac{5}{16}$．

4．若$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{8}$，且$\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$，则$\cos\theta-\sin\theta$

的值是 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{3}{4}$;

(C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) $\pm\frac{3}{4}$.

5. 若 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$，且$0<\theta<\pi$，则 $\sin\theta-\cos\theta$ 的值为 ( )

(A) $\frac{1}{5}$; (B) $\frac{7}{5}$;

(C) $\frac{7}{5}$ 或 $\frac{1}{5}$; (D) 以上都不对.

**二、填充题**:(每小题 4 分,共 20 分)

1. 若 $\operatorname{tg}\alpha=-2$,且 $\sin\alpha<0$，则 $\cos\alpha$ 的值是______;

2. $\lg\operatorname{tg}1^\circ+\lg\operatorname{tg}2^\circ+\lg\operatorname{tg}3^\circ+\cdots+\lg\operatorname{tg}89^\circ=$______;

3. 已知 $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha=10$,则 $\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha=$______, $\operatorname{tg}^3\alpha+\operatorname{ctg}^3\alpha=$______;

4. 若 $\log_{\sin\alpha}\sqrt{2}=-1$，则 $\alpha=$______. 若 $\sin^2\theta+\sin^2 65^\circ=1$,则 $\theta=$______;

5. $\frac{\operatorname{tg}1^\circ\ \operatorname{tg}2^\circ\cdots\operatorname{tg}88^\circ\ \operatorname{tg}89^\circ}{\sin^2 1^\circ+\sin^2 2^\circ+\cdots+\sin^2 89^\circ}=$______.

**三**、(10 分)已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=m$，求 $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$ 与 $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ 的值.

**四**、(每小题 6 分,共 12 分)

1. 已知 $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=2$,求 $\sin x$;

2. 已知 $A$ 是三角形的一个内角，且 $\operatorname{tg}A=-\frac{4}{5}$，求 $\sin A$、$\cos A$ 和 $\operatorname{ctg}A$ 的值.

五、(12 分)如果 $\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}+\frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}=7$，

求 $\sin\alpha\cos\alpha$ 的值.

六、(12 分)已知 $x=\sin\theta+\cos\theta$，　　①

$y=\operatorname{tg}\theta+\operatorname{ctg}\theta$，　　②

试消去 $\theta$，求得 $x$、$y$ 之间的关系式.

七、(14 分)如果 $\frac{\cos^4 A}{\cos^2 B}+\frac{\sin^4 A}{\sin^2 B}=1$，且 $\cos A\sin A\neq0$，求证：$\frac{\cos^4 B}{\cos^2 A}+\frac{\sin^4 B}{\sin^2 A}=1$.