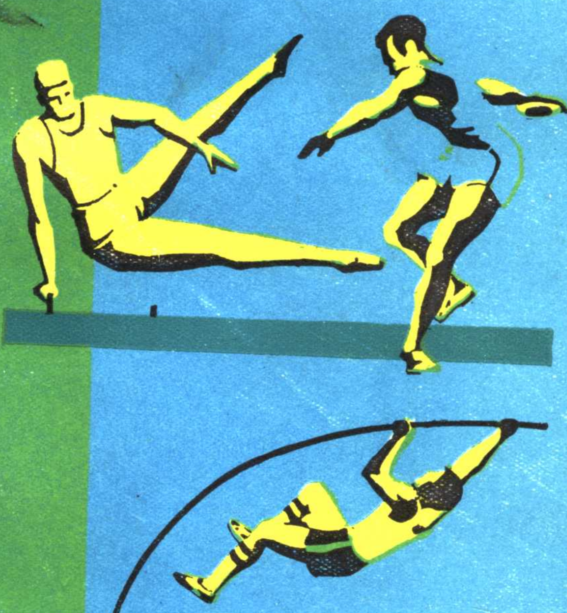
中学生文库
ZHONGXUESHENG WENKU

体育运动中的力学



上海教育出版社

中学生文库

ZHONGXUESHENG WENKU

体育运动中的力学

梁昆森等 编著

上海教育出版社

责任编辑　施桂芬
封面设计　范一辛

中学生文库　**体育运动中的力学**
梁昆淼等 编著

上海教育出版社出版发行
（上海永福路123号）
各地新华书店经销　海安印刷二厂印刷
开本787×1092 1/32　印张4　插页2　字数72,000
1990年2月第1版　1990年2月第1次印刷
印数1—7,100本

ISBN 7-5320-1680-3/G·1635　定价：1.20元

前言

亲爱的读者，你们在运动场上进行体育活动，在课堂里或物理实验室里学习物理．那么，你们有没有想过这两者之间的联系？特别是体育运动与物理学的一部分——力学之间的联系？

我们知道，力学是研究机械运动的科学，从事体育活动的人和物正是作机械运动，因此可用力学加以研究．

不过，人体是很复杂的系统．人体的机械运动总是伴随着生物化学过程以及与生命有关的各种现象，这就超出了力学的研究范围．这样看来，力学应用于人体运动似乎又成了问题．

力学究竟能不能应用于人体运动？如果要研究人体运动的各个方面，包括其中生物化学过程以及生命现象，力学显然不能胜任．如果并不关心人体内部种种非力学的变化，只着重研究外在的形体动作，这毕竟属于机械运动的范畴，力学大有用武之地．事实上，人体运动力学是力学的新兴分支之一，并且很有发展前途．

应当承认，即使只作为力学系统来看，人体也是够复杂的了. 人体由许多部位组成，这些部位的形状、质量以及质量分布各异，它们又由各种关节连接起来，彼此以力和力矩相互作用. 可以想象，为描写人体所有部位的运动，需要相当多数目的复杂方程式，而且这些方程(通常是微分方程)的求解也是极困难的. 在多数情况下，只能借助电子计算机. 据说美国运动生物力学家艾里尔用电子计算机的计算结果纠正一位铁饼运动员的某些动作，竟使得那位运动员获得世界冠军.

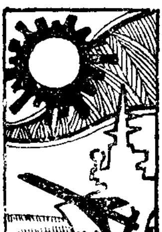
本书以中学的力学为基础，介绍力学在体育活动中的某些有趣的初步应用，作为中学生学习力学的课外读物. 期望能帮助中学生扩大知识面，并把力学作为活生生的科学加以运用.

南京炮兵学院钱登同志撰写了第8节的部分和第14节的初稿，南京金陵职业大学柳涛同志提供了第9节的有关资料，在此一并表示感谢.

梁昆淼

1987年12月

目 录



第一章 总体的运动

第一节 关于质心的力学定理

说到力学，人们常常首先想到牛顿运动定律．这是很自然的，因为牛顿运动定律乃是古典力学的基本定律．所谓“古典力学”是说研究对象为日常尺度的宏观物体，而不是分子和原子之类的微观粒子（对于微观粒子，应当用量子力学），并且这些研究对象的速度远远低于光速（否则应当用相对论力学）．

我们这本书也离不开牛顿运动定律，所以少不得把牛顿运动定律叙述一遍．

第一定律：一个物体，如果没有受到其他物体的作用，它就保持自己的静止状态或匀速直线运动的状态．

物体保持静止状态或匀速直线运动状态的性质称为惯性．第一定律也就称为惯性定律．

急刹车时，汽车中的乘客向前倾倒．人们常常引用这个事实作为惯性定律的例证．其解说大抵如此：乘客本来

具有随着汽车向前行进的速度；急刹车时，乘客由于惯性还保持着自己本来的运动，但汽车的速度已经减慢，因而乘客向前倾．很明显，这种解说中的“随着汽车向前行进的速度”、“保持自己本来的运动”和“已经减慢”等语中的“速度”、“运动”和“减慢”都是相对于地面而言的，或者说，以地面为参考系统．

让我们改用这辆急刹车的汽车作为参考系统来试试．乘客相对于汽车本来是静止的，急刹车时，乘客并未受到任何向前的力，可是乘客竟然从静止变为向前倾倒，惯性定律不成立．

如此说来，惯性定律并非对一切参考系统都成立．惯性定律成立的参考系统叫作惯性参考系统，或简称为惯性系．在上面所举的例子中，地面是惯性系，刹车时的汽车就不是惯性系．

其实，严格地说，地面也并非惯性系，地球上的物体相对于地球的运动并不绝对准确地遵守牛顿运动定律．这是由于地球在太空中不停地自转的缘故．幸好，地球的非惯性效应是很微小的，只有在十分精致的观测中或者在非惯性效应得以积累起来的某些现象中，才能察觉地球的非惯性．在日常并不要求十分精确的情况下，完全可以说地球是惯性系，认为物体相对于地球的运动遵守牛顿运动定律．

第二定律： 物体运动的加速度所指的方向同它所受的力所指的方向一致，加速度的大小正比于所受力的大小，反比于物体的惯性质量，即

$$a \propto \frac{1}{m} F.$$

选用适当的单位，上式可改写成

$$F = ma. \tag{1}$$

使用上面这个公式必须采用合适的单位. 例如，在国际单位制(SI)中，F以牛顿为单位，惯性质量m以千克为单位，a以米/秒^{2}为单位；在厘米-克-秒制中，则分别以达因、克、厘米/秒^{2}为单位.

牛顿定律所说到的“力”是多种多样的. 本书涉及的力有重力、空气阻力、摩擦力和支承力. 这些力是众所周知的. 这里只想对重力稍说两句.

粗略地说，重力即是地球对物体的吸引力 $F_{引}$（图1），它指向地心，并遵守万有引力定律. 但严格说来，这需要小小的修正. 事实上，地球上的物体随着地球的自转而在太空之中运动，其轨迹重合于地球的纬度圈，这是一个圆，圆心在地轴上，半径等于 $R\cos\varphi$（R是地球半径，φ是当地的纬度），物体在太空中的线速度 $v = (R\cos\varphi)\omega$（这里 ω 是地球自转角速度）. 物体作这样的圆周运动，其向心加速度 $a_{向} = v^2/(R\cos\varphi) = R\omega^2\cos\varphi$. 需要向心力 $F_{向} = ma_{向} = mR\omega^2\cos\varphi$. 谁提供这向心力呢？只能是 $\boldsymbol{F}_{引}$ 的分力. 因此，我们按照平行四边形法则，把 $\boldsymbol{F}_{引}$分

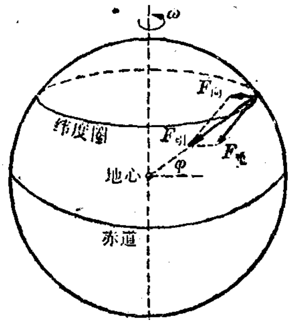


图 1

解为两个分力，其中一个分力就是$\boldsymbol{F}_{向}$，则另一分力才是实际观测到的重力$\boldsymbol{F}_{重}$. 图1明显指出两点：第一，除非在赤道或南北极，重力$\boldsymbol{F}_{重}$并非对准地心，而有一个小的方向偏差；第二，重力稍稍小于地球引力，但纬度越高则两者的差值越小. 不过，地球自转的角速度

$$\omega = 2\pi\text{弧度/恒星日} = 7.29\times10^{-5}\text{弧度/秒} \qquad (2)$$

是一个很小的数值，所以上述两点效应都是很微小的：重力偏离地心方向的角不超过1/10度，重力与引力的大小之差不超过0.35%.

第三定律：物体之间的作用总是相互的，如物体A以力$\boldsymbol{F}_1$作用于物体B，则B必以力$\boldsymbol{F}_2$作用于A，而$\boldsymbol{F}_2 = -\boldsymbol{F}_1$，且两者在一直线上.

上面所叙述的牛顿运动定律还不能直接用于人体. 我们知道，除非故意保持僵硬的姿势，否则人体各部分的运动情况是不同的. 那么，牛顿运动定律中所说的加速度是哪一部分的加速度呢？事实上，牛顿运动定律是不考虑物体的大小和形状的，它把物体当作一个点，这种点具有惯性质量，因而叫作**质点**. 牛顿运动定律是质点的运动定律.

人体不是质点，人体的运动不是质点的运动. 那么，让我们研究人体各部分的平均运动吧.

下面的讨论既适用于人体，也适用于一般的物体，让我们就用“物体”这个词吧.

说到平均，其中还有点讲究哩. 比方说，有一群人，他们的年龄有的是15岁，有的是16岁. 如果简单地把15岁和

16岁平均一下得出(15岁+16岁)/2=15.5岁，这可不一定合适．我们还应看看15岁的和16岁的各有几人．假使15岁的只有1人，16岁的却有9人，那么平均年龄便应是(15岁×1+16岁×9)/(1+9)=15.9岁．这是说，“15岁”与“16岁”这两个数值不应同等看待，它们的“份量”(重要程度)分别由1和9这两个数字表示．1和9就分别称为“15岁”和“16岁”的**权重**．(15岁×1+16岁×9)/10称为**加权平均**．研究物体的平均运动也应当运用加权平均．

设想将物体划分为许许多多小部分，每一部分都可作为质点看待．为明确起见，设小部分的总数为N．对每一个小部分应用牛顿定律(1)，

$$
\begin{aligned}
m_1\boldsymbol{a}_1 &= \boldsymbol{F}_1^{(外)}+\boldsymbol{F}_1^{(内)},\\
m_2\boldsymbol{a}_2 &= \boldsymbol{F}_2^{(外)}+\boldsymbol{F}_2^{(内)},\\
&\cdots\cdots\\
m_N\boldsymbol{a}_N &= \boldsymbol{F}_N^{(外)}+\boldsymbol{F}_N^{(内)}.
\end{aligned}
$$

式中m_1和$\boldsymbol{a}_1$分别是第一个小部分的质量和加速度，$\boldsymbol{F}_1^{(外)}$和$\boldsymbol{F}_1^{(内)}$则分别是第一个小部分所受的外力和内力，即该物体以外的物体对该小部分的作用力和该物体其他部分对该小部分的作用力．其他记号仿此．现在把所有这些式子的左边加在一起，把右边也加在一起．根据牛顿第三定律，所有内力之和为零，于是

$$m_1\boldsymbol{a}_1+m_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+m_N\boldsymbol{a}_N=\boldsymbol{F}_1^{(外)}+\boldsymbol{F}_2^{(外)}+\cdots+\boldsymbol{F}_N^{(外)}.$$

把所有质量之和$m_1+m_2+\cdots+m_N$记作m(即物体总质量)，所有外力之和$\boldsymbol{F}_1^{(外)}+\boldsymbol{F}_2^{(外)}+\cdots+\boldsymbol{F}_N^{(外)}$记作$\boldsymbol{F}^{(外)}$，则

$$m\frac{m_1\boldsymbol{a}_1+m_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+m_N\boldsymbol{a}_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N}=\boldsymbol{F}^{(外)}.$$

注意此式左边出现了物体各部分的加速度的平均值．当然，是加权平均，以质量为权，即

$$\langle\boldsymbol{a}\rangle=\frac{m_1\boldsymbol{a}_1+m_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+m_N\boldsymbol{a}_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N}. \qquad (3)$$

式中以尖括号〈 〉表示取平均．这样，我们有

$$m\langle\boldsymbol{a}\rangle=\boldsymbol{F}^{(外)}. \qquad (4)$$

这是说，物体各部分的平均加速度也遵守牛顿第二定律．但要注意式(4)中只出现外力，因为在求和过程中，内力成对地抵消了．

让我们较仔细地考察平均加速度的公式(3)．如果引用直角坐标系，把所有的加速度$\boldsymbol{a}$都用其直角坐标分量(即它在x，y，z轴上的投影)a_x，a_y和a_z表示，则

$$\begin{cases}\langle a_x\rangle=\dfrac{m_1a_{x_1}+m_2a_{x_2}+\cdots+m_Na_{x_N}}{m_1+m_2+\cdots+m_N},\\ \langle a_y\rangle=\dfrac{m_1a_{y_1}+m_2a_{y_2}+\cdots+m_Na_{y_N}}{m_1+m_2+\cdots+m_N},\\ \langle a_z\rangle=\dfrac{m_1a_{z_1}+m_2a_{z_2}+\cdots+m_Na_{z_N}}{m_1+m_2+\cdots+m_N}.\end{cases}$$

显然，这是坐标为

$$\begin{cases}\langle x\rangle=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots+m_Nx_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N},\\ \langle y\rangle=\dfrac{m_1y_1+m_2y_2+\cdots+m_Ny_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N}, \qquad (5)\\ \langle z\rangle=\dfrac{m_1z_1+m_2z_2+\cdots+m_Nz_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N}\end{cases}$$

的点的加速度.

设想有一质点，其质量等于整个物体总质量，其位置为物体各部分的位置之（加权）平均，如式（5）所给出，这样一个质点称为物体的**质心**．质心的运动遵守式（4），即

$$m_{心}\boldsymbol{a}_{心}=\boldsymbol{F}_{外}. \tag{6}$$

下标"心"是为了强调属于质心．这叫作**质心运动定理**．当我们着重研究人体的总的运动趋向而不管人体各部分的相对运动时，就可以应用质心运动定理.

前已指出，使用牛顿定律（1）时是把物体当作质点处理．现在可以看到，这质点其实是该物体的质心，我们所使用的其实是质心运动定理（6）.

对于"重心"这个词，大家已经熟悉，至于"质心"或许还是第一次听说．其实，在通常情况下，两者有很密切关系．例如，在 x 轴的 x_1 和 x_2 两点分别有一质点，其所受重力为 m_1g 与 m_2g（图2）．试求这两个重力的合力的作用点，即重心的坐标 x．人们都知道，重心把两质点的连线分为两段，其长度反比于该端的质点的重力，即

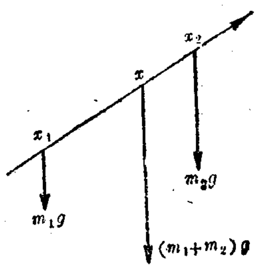


图 2

$$\frac{x-x_1}{x_2-x}=\frac{m_2g}{m_1g}.$$

从上式解出 x，

$$x=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}.$$

与式（5）比较，即知这正是两质点的质心的坐标．重心与质心重合．既然如此，已经有了“重心”这个术语，再引入“质心”这个术语岂不是多余的吗？不然，这两者毕竟是不同的．这里不打算详细论述两者的不同之处，但可以举一个例子来说明．对于远离地球的太空深处的物体，谈论其重心是没有意义的，而质心仍然是有明确意义的．当然，在日常生活中，不妨认为重心与质心是同一个点．人体取立正姿势时，质心大约在脐下稍许．姿势改变，则质心相对于人体的位置也就随之而变。

在中学的力学里只考虑不变的力和匀加速度，或者说只考虑平均力和平均加速度．在这条件下，质心运动定理（6）也就是

$$m_{心}\frac{\boldsymbol{v}_{心}|_{t=t_2}-\boldsymbol{v}_{心}|_{t=t_1}}{t_1-t_1}=\boldsymbol{F}^{(外)},$$

亦即

$$(m_{心}\boldsymbol{v}_{心})|_{t=t_2}-(m_{心}\boldsymbol{v}_{心})|_{t=t_1}=\boldsymbol{F}^{(外)}(t_2-t_1).$$

上式右边称为外力 $\boldsymbol{F}^{(外)}$ 的**冲量**，左边的 $m_{心}\boldsymbol{v}_{心}$ 称为质心的**动量**，所以上式左边即是质心的动量从时刻t_1到时刻t_2的改变量，通常记为$\Delta(m_{心}\boldsymbol{v}_{心})$，记号$\Delta$［读作*delta*］表示改变量．这样，

$$\Delta(m_{心}\boldsymbol{v}_{心})=\boldsymbol{F}^{(外)}(t_2-t_1). \tag{7}$$

此式称为**动量定理**．