刘　林
胡松杰　编著
王　歆

创建世界高水平大学项目资助教材

航天动力学引论

An Introduction of Astrodynamics

南京大学出版社

创建世界高水平大学项目资助教材

刘 林
胡松杰 编著
王 歆

航天动力学引论

An Introduction of Astrodynamics

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

航天动力学引论/刘林，胡松杰，王歆编著. 一南京：南京大学出版社，2006.1

ISBN 7-305-04563-2

Ⅰ.航… Ⅱ.①刘…②胡…③王… Ⅲ.航天器轨道一飞行力学一高等学校一教材 Ⅳ.V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 109898 号

书　　名	航天动力学引论
编　　著	刘　林　胡松杰　王　歆
出版发行	南京大学出版社
社　　址	南京市汉口路 22 号　邮编 210093
发行电话	025-83596923　025-83592317　传真 025-83328362
网　　址	http://press.nju.edu.cn
电子邮件	nupress1@public1.ptt.js.cn sales@press.nju.edu.cn(销售部)
印　　刷	南京大众新科技印刷有限公司
开　　本	787×960　1/16　印张 20.5　字数 365 千
版　　次	2006 年 2 月第 1 版　　2006 年 2 月第 1 次印刷
印　　数	1～1000
ISBN	7-305-04563-2/V·1
定　　价	35.00 元

前　言

航天动力学是一般力学(包括天体力学)在航天领域的应用与发展,而本书是作为天体力学与航天器轨道力学专业的一本基础教材,从航天器运动的角度来阐述航天动力学的基础知识的.从事航天器轨道力学工作的科技人员,除必须掌握轨道力学的基础知识外,同时要广泛地了解与其相关的航天动力学知识,包括航天器(单星或星座)的轨道设计、轨道调整(轨道机动与轨道过渡)、地面测控的有关知识以及与航天器整体(质心)运动的轨道力学密切相关的姿态动力学(涉及航天器各部分相对其质心的运动).书中内容就是在这一前提下安排的,当然,根据专业的特点,侧重点有所不同.作为天体力学与轨道力学专业,其重点当然应放在航天器轨道力学方面,特别是航天器在轨运动的细节,这一重点将反映在本书各章撰写的篇幅上.具体安排如下:

第 1 章是关于航天器运动和地面观测的几何描述.

第 2 章是各类航天器运动的基础,即作为无摄运动的二体问题.

第 3 章至第 5 章是卫星型航天器在轨运动的基础,即受摄二体问题的有关内容,特别是第 4 章所阐述的中心天体非球形引力摄动,全面地反映了卫星轨道变化的

基本规律，无论从理论角度还是从应用角度来看，可以说这些内容是卫星轨道力学重点内容中的重点，即重中之重.

第6章是在前5章的基础上阐述卫星和星座的轨道设计知识.

第7章至第9章是深空(包括地—月系)探测器运动的轨道力学，包括发射轨道与在轨运动的基础知识.

最后一章内容是对航天器姿态动力学所作的必要介绍.

由于全书公式和相应符号较多，并照顾到一般的习惯用法，同一符号可能在不同的公式中有不同的含义，请读者在阅读时注意书中的相应说明.

胡松杰博士和王歆博士参加了本书编写工作，第6章由胡松杰编写，王歆参加了第1章和第8章部分内容的编写，全书最后由刘林统稿. 中科院紫金山天文台王昌彬研究员在本书编写过程中多次参加讨论，并提供了有关资料，另外，两位研究生王海红和王彦荣在全书书稿的整理过程中也做了大量工作，在此表示衷心的感谢.

刘　林

2005年2月

目　录

第 1 章　航天器运动的轨道几何

要清楚地描述航天器的运动及其与观测者之间的联系，首先要确定参考系，在一定的参考系中去体现航天器的空间位置和运动速度及其与观测者之间的相对几何关系. 因此，作为本书的开场白，在这一章中将要阐述的基本内容是参考系(时间系统，空间坐标系及相关参数)、空间观测几何(航天器和观测者的几何位置及相关问题)、航天器的视运动以及星下点轨迹等问题.

§1.1　时间系统

考察运动，需要一种均匀的时间尺度. 过去，这种均匀的时间尺度是以地球自转为基准的. 由于地球自转的不均匀性和测量精度的不断提高，上述均匀时间尺度已不适应；但由于种种原因，又必须将时间与地球自转相协调，这就导致了时间系统的复杂化.

现行的时间系统基本上分为四种：恒星时、世界时、历书时和原子时. 前两种都是根据地球自转测定的，历书时则是根据地球、月亮和行星的运动来测定的，而原子时是以原子的电磁振荡作为标准的，下面将对这些时间系统作一简单介绍[1,2].

1. 恒星时(ST)

春分点连续两次过中天的时间间隔称为一"恒星日". 那么，恒星时就是春分点的时角，它的数值 S 等于上中天恒星的赤经 α，即

$$S = \alpha. \tag{1.1}$$

这是经度为 λ 的地方恒星时. 与世界时密切相关的格林尼治恒星时 S_G 由下式给出：

$$S_G = S - \lambda. \tag{1.2}$$

经度 λ 规定向东计量. 格林尼治恒星时又有真恒星时(或称视恒星时)

GAST 与平恒星时 GMST 之分. 既然恒星时是由地球自转时角所确定的，那么地球自转的不均匀性就可通过它与均匀时间尺度的差别来测定.

格林尼治恒星时主要是在空间坐标系的转换中用到，其内容将在下面有关部分中介绍.

2. 世界时(UT)

与恒星时相同，世界时也是根据地球自转测定的时间，它以平太阳日为单位，1/86400 平太阳日为秒长. 事实上，测定太阳的精度远低于测定恒星的精度，因此，世界时是通过对恒星观测测定的恒星时再根据两种时间的定义转换而给出的.

根据天文观测直接测定的世界时，记为 UT0，它对应于瞬时极的子午圈. 加上引起测站子午圈位置变化的地极移动(即地球自转轴在地球体内的移动)修正，就得到对应于平均极的子午圈的世界时，记为 UT1，即

$$\mathrm{UT1} = \mathrm{UT0} + \Delta\lambda. \tag{1.3}$$

$\Delta\lambda$ 是极移改正量.

由于地球自转的不均匀性，UT1 并不是均匀的时间尺度. 而地球自转不均匀性呈现三种特性：长期慢变化(每百年使日长增加 1.6 毫秒)，周期变化(主要是季节变化，一年里日长约有 $0^{s}.001$ 的变化；除此之外，还有一些影响较小的周期变化)和不规则变化，这三种变化不易修正. 而 UT1 又直接与地球瞬时位置相联系，因此，对于精度要求不高的问题，就可用 UT1 作为统一的时间系统；而对于高精度的要求，必须寻求更均匀的时间尺度，即下面要介绍的原子时.

3. 历书时(ET)

由于世界时不能作为均匀的时间尺度，经数次天文会议讨论，决定从 1960 年起引入一种以太阳系内天体公转为基准的均匀时间系统，称为历书时(ET)，1960 年到 1967 年期间，它是世界公认的计时标准.

历书时的定义：1900 年 1 月 0 日历书时 12^{h} 瞬间的回归年长度的 31556925.9747 分之一为一历书秒；起算历元为 1900 年初太阳平黄经等于 $279°41'48''.04$ 的时刻，也就是纽康(Newcomb)原先选定的 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午时刻，现在把它作为 1900 年 1 月 0 日历书时 12^{h}.

历书时是一种由力学定律确定的均匀时间，它是太阳、月亮和行星运动理论中的独立变量，同时也是这些基本历表的时间引数. 某一时刻的历书时可以通过对太阳、月亮或行星的观测来得到，而最有效的方法是观测月亮.

但对建立一个均匀时间尺度而言，其观测精度仍嫌不够，而且要得到这样的时间又很慢. 因此，1967 年后，计时标准转向原子时，它有更高的精度，而且随时可以直接求得. 不过在这期间，历书时仍然作为一个天文常数被保留下来，从 1984 年开始，历书时才完全被原子时所代替.

4. 国际原子时（TAI）与地球动力学时（TDT）和质心动力学时（TDB）

这是一种标准频率. 1967 年 10 月，第十三届国际计量大会决定引入新的秒长定义，即铯原子 Cs^{133} 基态的两能级间跃迁辐射的 9192631770 周所经历的时间作为一秒的长度，称为国际单位秒（SI）. 由这种时间单位确定的时间系统称为国际原子时（TAI）.

因原子时（TAI）是在地心参考系中定义的具有国际单位制秒长的坐标时间基准，它就可以作为动力学中所要求的均匀时间尺度. 由此引入一种地球动力学时（TDT），它与原子时（TAI）的关系为

$$\mathrm{TDT} = \mathrm{TAI} + 32^{s}.184. \tag{1.4}$$

这一关系是根据 1977 年 1 月 1 日 $00^{h}00^{m}00^{s}$（TAI）对应的 TDT 为 1977 年 1 月 $1^{d}.0003725$ 而来，此起始历元的差别就是该时刻历书时与原子时的差别. 这样定义起始历元就便于用 TDT 系统代替 ET 系统. TDT 是地心时空标架的坐标时，用作视地心历表的独立变量. 在人造地球卫星动力学中，它就是一种均匀时间尺度，相应的运动方程即用它作为自变量，通常以 t 表示. 从 1984 年起，历书时正式被地球力学时所取代.

除此之外，还定义一种质心动力学时 TDB，即太阳系质心时空标架的坐标时. 它是一种抽象、均匀的时间尺度，月球、太阳和行星的历表都是以 TDB 为独立变量的，岁差、章动的计算公式也是以该时间尺度为依据.

上述两种动力学时的差别 TDB－TDT 是由相对论效应引起的，根据相对论原理，转换公式为

$$\mathrm{TDB} = \mathrm{TDT} + 0^{s}.001658\sin g + 0^{s}.000014\sin 2g. \tag{1.5}$$

该式略去了高阶项，g 为地球绕日轨道的平近点角.

5. 协调世界时（UTC）

用原子钟控制时号发播可得到稳定的时号，但由于原子时秒长比世界时秒长略短，世界时时刻将日益落后于原子时；而有很多问题涉及到计算地球的瞬时位置，这又需要 UT1. 因此，为了避免发播的原子时与世界时产生过大的偏离，实际的时号发播是寻求 TAI 与 UT1 之间的一种协调，称为协调世界时（UTC）.

UTC 是一种均匀时号，它依据原子时，却又参考世界时，从 1972 年起，UTC 用原子时秒长发播，但要求它与 UT1 之差不超过 $0^s.9$. 为达到此目的，必须调整 UTC 的整秒数，规定只在 1 月 1 日或 7 月 1 日将原子钟拨慢 1 秒，这就是所谓的闰秒，在引用 UTC 时必须注意这一点. 到目前(2004 年 12 月)为止，已调整过 32^s，即 $\mathrm{UTC}=\mathrm{TAI}-32^s$.

除上述时间系统外，在计算中常常会遇到历元的取法以及几种年的长度问题，这里顺便作一介绍. 一种是贝塞耳(Bessel)年，或称假年，其长度为平回归年的长度，即 365.2421988 平太阳日. 常用的贝塞耳历元，是指太阳平黄经等于 280°的时刻，例如 1950.0，并不是 1950 年 1 月 1 日 0 时，而是 1949 年 12 月 31 日 $22^h09^m42^s$（世界时），相应的儒略(Julian)日为 2433282.4234. 另一种是儒略年，其长度为 365.25 平太阳日，儒略历元就是指真正的年初，例如 1950.0，即 1950 年 1 月 1 日 0 时. 显然，引用儒略年较为方便，因此，从 1984 年起，贝塞耳年被儒略年所代替. 两种历元之间的对应关系列于表 1.1.

表 1.1 贝塞耳历元和儒略历元之间的关系

贝塞耳历元	儒略历元	儒略日
1900.0	1900.000858	2415020.3135
1950.0	1949.999790	2433282.4234
2000.0	1999.998722	2451544.5333
1899.999142	1900.0	2415020.0
1950.000210	1950.0	2433282.5
2000.001278	2000.0	2451545.0

为了方便，常用修改的儒略日(亦称简约儒略日，记作 MJD)，定义为

$$\mathrm{MJD}=\mathrm{JD}-2400000.5. \tag{1.6}$$

例如 J1950.0 的 MJD=33282.0.

与上述两种年的长度对应的回归世纪(即 100 年)和儒略世纪的长度分别为 36524.22 平太阳日和 36525 平太阳日.

§1.2 空间坐标系

定义一个空间坐标系应包含三个要素：坐标原点，参考平面(xy 平面)和参考平面上的主方向(x 轴方向). 对于航天器的运动而言，以地球卫星为例，所涉及到的主要是地心天球坐标系和地固坐标系，它们的坐标原点都是

地心，这一点并无问题. 但参考平面及其主方向的选择，将会受到岁差章动和地极移动的影响. 空间坐标系的复杂性正是由岁差章动和地极移动等原因所引起的.

日、月和大行星对地球非球形部分的吸引，会产生两种效应：一是作为刚体平动的力效应，主要是月球对地球扁球部分的作用，将引起一种地球扁率间接摄动；另一种就是作为刚体定点转动的力矩效应，使地球像陀螺那样，出现进动与章动，即自转轴在空间的摆动，这就是岁差章动. 由于岁差章动，地球赤道面亦随时间在空间摆动；另外，由地球内部和表面物质运动引起的地球自转轴在其内部的移动（极移），都将影响坐标系中参考平面的选取.

基于上述原因，根据不同要求，就出现了各种空间坐标系统. 下面介绍与卫星运动有关的几种空间坐标系以及它们之间的转换关系.

1. 六种地心赤道坐标系[3,4]

这几种坐标系的定义见表 1.2. 人造地球卫星绕地球运动，其瞬时轨道面是通过地球质量中心（简称地心）的，因此在研究它的运动规律时，很自然地要引进地心坐标系. 但是，在人造卫星上天前，人们只能依靠传统的大地测量方法给出所谓的参考椭球体，其中心并不是地心，而人造卫星上天后，用卫星动力测地方法才给出了真正的地心参考系. 当然，尽管测量精度越来越高，但所测得的地心仍然是近似的，根据目前的结果，地心位置精度为厘米级.

表 1.2　六种地心赤道坐标系的定义

坐标系	原点	参考平面	x 轴方向	位置矢量
历元平赤道地心系	地心	历元平赤道	指向该历元的平春分点	$\boldsymbol{r}$
瞬时平赤道地心系	地心	瞬时平赤道	指向瞬时平春分点	$\boldsymbol{r}_m$
瞬时真赤道地心系	地心	瞬时真赤道	指向瞬时真春分点	$\boldsymbol{r}_t$
轨道坐标系	地心	瞬时真赤道	指向某历元的平春分点	$\boldsymbol{r}'$
准地固坐标系	地心	瞬时真赤道	参考平面与格林尼治子午线的交线方向	$\boldsymbol{R}_t$
地固坐标系	地心	与地心和 CIO 连线正交之平面	参考平面与格林尼治子午线的交线方向	$\boldsymbol{R}$

表 1.2 中给出的六种地心赤道坐标系分别适用不同的问题. 在当今的精密定轨问题中，通常采用 J2000.0 历元（称为标准历元），J2000 平赤道地

心系，亦简称为J2000地心天球坐标系. 而在空间目标监测中，由于某种原因，一些相关单位仍采用混合型的轨道坐标系.

关于轨道坐标系，这里有必要进一步作些说明. 在很多工作中，采用分析法计算卫星轨道的变化是方便的. 对于这种方法，若引用历元平赤道地心系(亦称历元地心天球坐标系)，那么由于岁差章动导致地球赤道面在空间摆动，从而引起地球引力场位函数的变化，使卫星轨道增加一种附加摄动(亦称坐标系摄动)，随着计算时刻与选取历元之间的间隔增长而增大，这将给定轨问题带来麻烦. 若引用瞬时真赤道地心系，虽然地球引力场位函数基本不变，但它是运动坐标系，需增加一项惯性力，这也是一种坐标系摄动，尽管它比上述附加摄动小(主要是由春分点移动对应的赤经岁差章动 $\mu+\Delta\mu$ 所引起的)，但仍嫌不便. 鉴于上述两种坐标系的优缺点，在定轨及其有关工作中曾采用一种混合地心系，即参考平面为瞬时真赤道面，而 x 轴是指向某标准历元(如1950.0或2000.0)的平春分点(该点实为瞬时赤道上的一个“假想”点，在真春分点以东 $\mu+\Delta\mu$ 处，赤经岁差和章动 $\mu+\Delta\mu$ 的计算公式后面将会给出)，这就是表1.2所列出的轨道坐标系. 在此坐标系中，附加摄动很小，对于一般的精度要求，可完全忽略，故在后面第4章讨论地球非球形引力摄动时，不再考虑赤道面摆动问题，如果需要，请阅读参考文献[3, 4]，以后不再说明. 不过，对于数值方法，只要通过坐标转换即可解决上述附加摄动问题，无需引进轨道坐标系；当然，引进也无妨，仍有可取之处.

上述坐标系的定义虽然是针对地球卫星而言的，但事实上也可以推广，中心天体可改为其他探测目标天体，如火星，月球等，相应的地心即目标天体质心，地固坐标系即星(指目标天体)固坐标系.

除上述各种地心坐标系外，有时涉及到日、月和大行星的历表和轨道，它们分别对应某历元的太阳系质心惯性系或日心黄道坐标系，坐标原点分别为太阳系质心或日心，参考平面是该历元的平赤道或黄道，x 轴指向该历元的平春分点.

2. 各坐标系之间的转换关系

为了引用矩阵来表达坐标系之间的转换关系，首先回忆一下坐标旋转及其对应的旋转变换的矩阵表示方法. 原坐标系中的任一矢量用 $\boldsymbol{r}$ 表示，在旋转后的新坐标系中以 $\boldsymbol{r}'$ 表示. 那么，若 yz 平面，zx 平面和 xy 平面分别绕 x 轴，y 轴和 z 轴转动一个角度 θ (逆时针为正)，则有

$$\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{R}_x(\theta)\boldsymbol{r}, \tag{1.7}$$

$$\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{R}_y(\theta)\boldsymbol{r}, \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{R}_z(\theta)\boldsymbol{r}, \tag{1.9}$$

$$\boldsymbol{R}_x(\theta)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}, \tag{1.10}$$

$$\boldsymbol{R}_y(\theta)=\begin{pmatrix}\cos\theta & 0 & -\sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\end{pmatrix}, \tag{1.11}$$

$$\boldsymbol{R}_z(\theta)=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

旋转矩阵 $\boldsymbol{R}(\theta)$ 有如下性质：

$$\boldsymbol{R}^{-1}(\theta)=\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(\theta)=\boldsymbol{R}(-\theta). \tag{1.13}$$

这里 $\boldsymbol{R}^{-1}$ 和 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的逆和转置.

(1) 历元平赤道地心系与瞬时平赤道地心系之间的转换

这两个坐标系之间的差别是岁差. 历元平赤道地心系经三次旋转即与瞬时平赤道地心系相重合，有

$$\boldsymbol{r}_m=(\mathbf{PR})\boldsymbol{R}. \tag{1.14}$$

$(\mathbf{PR})$就是岁差矩阵，它由三个旋转矩阵构成，即

$$(\mathbf{PR})=\boldsymbol{R}_z(-z_A)\boldsymbol{R}_y(\theta_A)\boldsymbol{R}_z(-\xi_A). \tag{1.15}$$

其中 ξ_A, z_A, θ_A 是赤道岁差角，由下式计算：

$$\begin{cases}\xi_A=2306''.2181T+0''.30188T^2+0''.017998T^3,\\ z_A=2306''.2181T+1''.09468T^2+0''.018203T^3,\\ \theta_A=2004''.3109T-0''.42665T^2-0''.041833T^3,\end{cases} \tag{1.16}$$

$$T=\frac{\mathrm{JD}(t)-2451545.0}{36525.0}. \tag{1.17}$$

其中 t 是动力学时，可用 TDT. 相应的赤经岁差 m_A（或记作 μ）和赤纬岁差 n_A 为

$$\begin{cases}m_A=\xi_A+z_A=4612''.4362T+1''.39656T^2+0''.036201T^3,\\ n_A=\theta_A.\end{cases} \tag{1.18}$$

(2) 瞬时平赤道地心系与瞬时真赤道地心系之间的转换

这两个坐标系之间的差别是章动. 同样，经过三次旋转就可使前者与后者重合，相应地有

$$\boldsymbol{r}_t=(\mathbf{NR})\boldsymbol{r}_m. \tag{1.19}$$

这里的(**NR**)是章动矩阵，它亦由三个旋转矩阵构成，即

$$(\mathbf{NR}) = \boldsymbol{R}_x(-\Delta\varepsilon)\boldsymbol{R}_y(\Delta\theta)\boldsymbol{R}_z(-\Delta\mu). \tag{1.20}$$

或

$$(\mathbf{NR}) = \boldsymbol{R}_x[-(\bar{\varepsilon}+\Delta\varepsilon)]\boldsymbol{R}_z(-\Delta\psi)\boldsymbol{R}_x(\bar{\varepsilon}). \tag{1.21}$$

上两式中的 $\bar{\varepsilon}$ 是平黄赤交角，$\Delta\psi$ 是黄经章动，而 $\Delta\mu$，$\Delta\theta$ 和 $\Delta\varepsilon$ 则分别为赤经章动，赤纬章动和交角章动. 章动量取 IAU(1980)序列，对于米级精度取该序列的前 20 项即可，计算公式如下：

$$\begin{cases} \Delta\psi = \sum\limits_{j=1}^{20}(A_{0j}+A_{1j}t)\sin\left(\sum\limits_{i=1}^{5}k_{ji}\alpha_i(t)\right), \\ \Delta\varepsilon = \sum\limits_{j=1}^{20}(B_{0j}+B_{1j}t)\cos\left(\sum\limits_{i=1}^{5}k_{ji}\alpha_i(t)\right). \end{cases} \tag{1.22}$$

相应的赤经和赤纬章动 $\Delta\mu$ 和 $\Delta\theta$ 为

$$\Delta\mu = \Delta\psi\cos\varepsilon, \tag{1.23}$$

$$\Delta\theta = \Delta\psi\sin\varepsilon. \tag{1.24}$$

其中黄赤交角的计算公式如下：

$$\varepsilon = 23°26'21''.448 - 46''.8150t. \tag{1.25}$$

章动序列中的 5 个幅角计算公式为

$$\begin{cases} \alpha_1 = 134°57'46''.733 + (1325^r + 198°52'02''.633)t + 31''.310t^2, \\ \alpha_2 = 357°31'39''.804 + (99^r + 359°03'01''.224)t - 0''.577t^2, \\ \alpha_3 = 93°16'18''.877 + (1342^r + 82°01'03''.137)t - 13''.257t^2, \\ \alpha_4 = 297°51'01''.307 + (1236^r + 307°06'41''.328)t - 6''.891t^2, \\ \alpha_5 = 125°02'40''.280 - (5^r + 134°08'10''.539)t + 7''.455t^2. \end{cases} \tag{1.26}$$

其中 $1^r=360°$. 上述各式中的 t，意义同(1.17)式中的 T. 章动序列前 20 项的有关系数见表 1.3.

事实上，按前面所说的精度考虑，保留大于 $0''.005$ 的周期项，且至多涉及距标准历元 T_0(J2000.0)25 年的计算，故公式(1.22)右端的 A_{1j} 和 B_{1j} 也可略去.

关于章动序列，还在不断地改进，但就原理和结果而言已无实质性改变，而就一般问题的精度要求而言，在定量上亦无明显的影响，对于高精度问题，请注意其差别.

表1.3 IAU1980章动序列的前20项

j	周期(日)	k_{j1}	k_{j2}	k_{j3}	k_{j4}	k_{j5}	A_{0j} (0″.0001)	A_{1j} (0″.0001)	B_{0j} (0″.0001)	B_{1j} (0″.0001)
1	6798.4	0	0	0	0	1	−171996	−174.2	92025	8.9
2	182.6	0	0	2	−2	2	−13187	−1.6	5736	−3.1
3	13.7	0	0	2	0	2	−2274	−0.2	977	−0.5
4	3399.2	0	0	0	0	2	2062	0.2	−895	0.5
5	365.2	0	1	0	0	0	1426	−3.4	54	−0.1
6	27.6	1	0	0	0	0	712	0.1	−7	0.0
7	121.7	0	1	2	−2	2	−517	1.2	224	−0.6
8	13.6	0	0	2	0	1	−386	−0.4	200	0.0
9	9.1	1	0	2	0	2	−301	0.0	129	−0.1
10	365.3	0	−1	2	−2	2	217	−0.5	−95	0.3
11	31.8	1	0	0	−2	0	−158	0.0	−1	0.0
12	177.8	0	0	2	−2	1	129	0.1	70	0.0
13	27.1	−1	0	2	0	2	123	0.0	−53	0.0
14	27.7	1	0	0	0	1	63	0.1	−33	0.0
15	14.8	0	0	0	2	0	63	0.0	−2	0.0
16	9.6	−1	0	2	2	2	−59	0.0	26	0.0
17	27.4	−1	0	0	0	1	−58	−0.1	32	0.0
18	9.1	1	0	2	0	1	−51	0.0	27	0.0
19	205.9	2	0	0	−2	0	48	0.0	1	0.0
20	1305.5	−2	0	2	0	1	46	0.0	−24	0.0

根据上面的讨论立即可知，由历元平赤道地心系到瞬时真赤道地心系的转换关系为

$$\boldsymbol{r}_t = (\mathbf{GR})\boldsymbol{r}. \tag{1.27}$$

我们不妨称(**GR**)为岁差章动矩阵，有

$$(\mathbf{GR}) = (\mathbf{NR})(\mathbf{PR}). \tag{1.28}$$

(3) 瞬时真赤道地心系与准地固坐标系之间的转换

因准地固坐标系是随着地球自转而转动的一种旋转坐标系，显然它与瞬时真赤道地心系之间的差别是地球自转角——格林尼治恒星时 S_G，于是有

$$\boldsymbol{R}_t = (\mathbf{ER})\boldsymbol{r}_t\ , \tag{1.29}$$

$$(\mathbf{ER}) = \boldsymbol{R}_z(S_G)\ . \tag{1.30}$$

(**ER**)即地球自转矩阵.