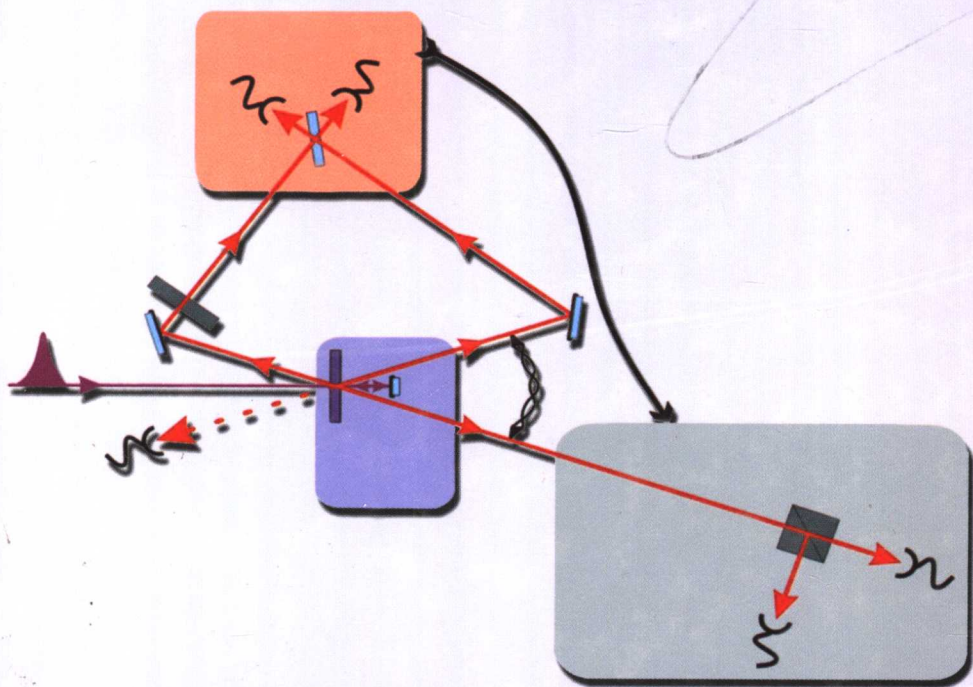


量子信息物理原理

Principles of Quantum
Information Physics

张永德 著



科学出版社
www.sciencep.com

量子信息物理原理

Principles of Quantum Information Physics

张永德 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统介绍了量子信息论的物理原理。全书内容包括量子测量问题、双态系统、量子纠缠与纠缠分析、Bell 型空间非定域性及分析、退相干分析、纯化与相干性恢复、不可克隆定理与量子 Zeno 效应、量子态超空间转移、量子门与简单量子网络、量子算法、量子误差纠正与保真度、量子信息论等,共计 13 章。重点在于阐述物理原理。每章后均附有相关文献和习题。为自学和教学方便,全部习题均给出了详细解答。

本书既可以作为教学用书,也可作为自学和科研参考用书,适用于物理学科及电子信息学科领域的相关教师、科研人员、研究生和本科生。

图书在版编目(CIP)数据

量子信息物理原理 / 张永德著. —北京:科学出版社,2005
ISBN 7-03-016368-0

I. 量… II. 张… III. 量子力学-信息技术 IV. O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 120792 号

责任编辑:胡 凯 / 责任校对:包志虹
责任印制:钱玉芬 / 封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)
2006 年 1 月第一次印刷 印张:25
印数:1—4 000 字数:469 000

定价:59.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

前 言

近 20 余年来,量子力学除了更深入地应用于物理学本身许多分支学科之外,还迅速广泛地应用到了化学、生物学、材料科学、信息科学等领域。量子理论这种广泛、深入应用的结果,极大地促进了这些学科的发展,从根本上改变了它们的面貌,形成了众多科学技术研究热点,产生了许多崭新的学科;与此同时,量子力学本身也得到了很大的丰富和发展。

热点之一就是已经诞生、正在形成和发展中的量子信息科学——量子通信和量子计算领域,简称为量子信息论。它是将量子力学应用于现有电子信息科学技术而形成的交叉学科。量子信息论不但将以往的经典信息扩充为量子信息,而且直接利用微观体系的量子状态来表达量子信息。从而进入人为操控、存储和传输量子状态的崭新阶段。

近 10 多年来,量子信息论从诞生到迅猛发展,显示出十分广阔的科学和技术应用前景。这种崭新的交叉结合已经并正在继续大量生长出许多科学技术研究热点,并逐渐形成一片新兴广阔的研究领域,不断取得引人瞩目的辉煌成就。

量子信息论的诞生和发展,在科学方面有着深远意义。因为它反过来极大地丰富了量子理论本身内容,并且有助于加深对量子理论的理解,突出暴露并可能加速解决量子理论本身存在的基础性问题。借助这一新兴交叉学科的实验技术,改造量子力学基础,加速变革现有时空观念,加深对定域因果律的看法也许是可能的。

量子信息论在技术方面也有着重大影响。因为它的发展前景是量子信息技术(QIT)产业。它是更新换代目前庞大 IT 产业的婴儿,是推动 IT 产业更新换代的动力,指引 IT 技术彻底变革的方向。在这方面大量、迅猛、有成效的探索性研究正在逐步导致以下各色各样的新兴分支学科的诞生:量子比特和量子存储器的构造,人造可控量子微尺度结构,量子态的各类超空间传送(teleportation & swapping),量子态的制备、存储、调控与传送,量子编码及压缩、纠错与容错,量子中继站技术,量子网络理论,量子计算机,量子算法等等。它们必将对国计民生和金融安全技术以及国防技术产生深刻的影响。

目前,一方面是寻求各色各样存取量子信息的载体——量子比特和量子信息处理器。相关的实验和理论研究正在蓬勃开展。实验中的量子信息载体不仅包括自然的微观系统,更着重于形形色色人造可控微尺度结构——也就是人造可控量

子系统。在研制可控量子比特和量子存储器件时,必须考虑它们和传送环节的光场之间的可控耦合,以保证量子信息的有效写入和取出。这里最重要的是研究光场和人造原子系综的相互作用。

第二方面是关于量子信息的传送。量子通信是量子信息论领域中首先走向实用化的研究方向。目前量子通信主要以极化光子为信息载体,采用纠缠光子对作为传送的量子通道。量子通信可以区分为光纤量子通信和自由空间量子通信两个方向。关于光纤量子通信方面,建立光纤量子通信局域网和延长光纤量子通信距离的时机已经到来。而利用纠缠光子实施自由空间量子通信,其最终目标是通过卫星实现全球化量子通信。量子通信要求长程、高品质、高强度的纠缠光源。这需要掌握包括纠缠纯化、纠缠交换与纠缠焊接的量子中继器技术。同时还需要展开各类量子编码(纠错码、避错码、防错码)研究,各类量子态超空间传送方式研究,进而逐步创立完善的量子网络理论。

第三方面是关于量子计算机方面。目前的经典计算机受到经典物理原理限制,已接近其处理能力的极限。而由于量子态叠加原理和量子纠缠特性,量子计算机具有经典计算机无法比拟的、快速的、高保密的计算功能,所以有必要研制量子计算机。制造量子计算机的核心任务是造出可控多位量子比特的量子信息处理器。这里的关键是寻求能够避免退相干、易于操控和规模化的多位量子比特。这正是制约量子计算机研制进度的主要困难。可以预计,量子计算技术的长远发展最终有赖于固体方案。关于量子计算机研制进度:乐观估计是到2010年可以在硅片技术基础上制造出10多位可控量子比特,从而造出简单的台式量子计算机;较稳健的估计是可能在下一个10年之内;持悲观估计的人们有个比喻:现在不必做出发展量子计算机的“曼哈顿计划”,因为现在还没有发现“核裂变”。

第四方面是关于量子力学的基础研究。这集中在以下三个方面:其一,对量子力学基础的考察。特别是集中于:量子理论本质的空间非定域性、量子纠缠的物理本质、波包坍缩的物理内涵、测量结果或然性的物理根源等等基本问题。迄今对著名EPR佯谬的一个符合实验的回答是:整个量子理论本质是空间非定域的,但目前还不能排除非定域的隐变数存在。就是说,量子力学目前虽然获得了所有实验的支持,但仍然不能断定“上帝究竟是玩还是不玩掷骰子”。其二,涉及各类纠缠态的制备、提纯、调控、传送和存取的研究。其三,涉及宏观量子效应的研究和应用。特别是现在已经知道,量子纠缠对宏观物质的物性(磁导率、热容量等)有明显的影响,所以必须给予重视。过去的统计物理说,只要知道系统的能谱——配分函数就够了。现在则还需要知道此时物质内部粒子之间量子纠缠状况。

量子信息科学是正在迅速崛起中的交叉领域,广阔庞杂、发展迅速、远未定型、未解决的问题成堆。因此本书只能依据当前阶段性的科研进展,结合我们科研集体的研究成果,以及个人一些心得,尽量做到全面系统阐述量子信息论的物理原

理、重点和疑难问题,以及部分新进展。阐述起点尽量放低,只需具备量子力学知识;终点则落脚于近代相关文献和发展动态。阐述重点是分析物理概念,讲解基本和重要的计算方法,偏重于量子信息论的物理基础。考虑到部分读者进一步了解的 need,每章后面都列出了部分文献。同时,为了便于教学和自学,作者还编辑和拟定了一些习题,并给出了详细解答。

本书的最初基础是作者于 1998~2000 年在中国科学技术大学三次讲课的讲稿,后来 2003 年应邀在香港科技大学、香港中文大学和香港大学的一个联合研究生班上讲授时,做了较大的改写。接着,2004 年应邀在清华大学暑期学校讲授时,再次做了重要的改进。其后一直到现在的这次定稿,又聚精会神地对全稿进行了全面扩充和仔细修订。尽管自己觉得是在“如履薄冰”地辛勤做着,终归囿于水平,更兼这门学科发展十分迅速,纵然尽心尽力,想也难尽如人意。书中片面、不足和错误在所难免,作者敬盼专家学者指教。

最后,也是对作者最重要的一点,感谢香港科技大学萧旭东教授和孟国武教授,感谢清华大学朱邦芬教授和吴念乐教授,他们盛情邀请和接待,给了作者以修改讲稿的宝贵机会。作者感谢香港中文大学林海青教授、香港大学汪子丹教授的友好接待。感谢陈增兵、郁司夏、逯怀新教授、吴盛俊博士,因为本书部分章节曾请他们校读过,他们提供了很好的意见。感谢赵博、杨洁和赵梅生,他们求解了书中所附的大部分习题,对有的解答做了改进。感谢吴建达、陈建兰、张涵的细心校订。没有他们深厚情谊的支持和帮助,这本书现在面世是不可能的。

张永德

2005 年 4 月 10 日

目 录

前言

第一章 量子测量及相关问题	1
§ 1.1 量子测量及相关问题 I ——量子测量基础	1
1.1.1 量子力学的第三公设——测量公设	1
1.1.2 测量理论的三个阶段	2
1.1.3 坍缩阶段的四个特征	3
1.1.4 量子测量分类	3
§ 1.2 量子测量及相关问题 II ——量子光学一些器件及实验分析	5
1.2.1 量子测量效应 I ——半透片、符合测量、PBS、后选择	5
1.2.2 斜置偏振片的变换	9
1.2.3 斜置半波片的作用	10
1.2.4 BBO 晶体与参量下转换——极化纠缠光子对的产生	12
§ 1.3 量子测量及相关问题 III ——广义测量与 POVM	13
1.3.1 广义测量	13
1.3.2 局域测量——POVM	13
1.3.3 POVM 举例	16
1.3.4 Neumark 定理	17
§ 1.4 量子测量及相关问题 IV ——测量导致退相干的唯象模型研究	20
1.4.1 量子测量的纠缠退相干模型——von Neumann 正交投影测量模型	20
1.4.2 von Neumann 正交投影模型的典型例子——Stern-Gerlach 装置对电子自旋的测量	21
§ 1.5 量子测量及相关问题 V ——量子非破坏测量简介	22
1.5.1 标准量子极限	22
1.5.2 量子非破坏测量的定义	22
1.5.3 QND 所必须满足的充要条件	23
1.5.4 QND 的局限性	23
§ 1.6 量子测量及相关问题小结	24
1.6.1 量子测量中时间坍缩和空间非定域性的问题	24
1.6.2 量子测量理论中存在的问题	24

练习题	25
参考文献	27
第二章 量子双态体系	29
§ 2.1 双态体系的定态描述	29
2.1.1 双态体系的纯态与混态	29
2.1.2 极化矢量、状态变换与 2×2 矩阵基	33
2.1.3 Bloch 球描述	34
2.1.4 可观察量与测量	35
§ 2.2 双态体系的幺正演化	36
2.2.1 单一双态体系动力学	36
2.2.2 一般 Jaynes-Cummings 模型求解理论	37
§ 2.3 双态体系实验制备简介	38
2.3.1 NMR 方案	39
2.3.2 腔 QED	40
2.3.3 光学方法	40
2.3.4 离子阱	41
2.3.5 量子点	41
2.3.6 固体方法:硅基 NMR、超导 Josephson 结	41
§ 2.4 双态体系混态作为系综解释的含糊性	42
2.4.1 系综解释的含糊性	42
2.4.2 例算	43
练习题	46
参考文献	48
第三章 量子纠缠、混态与量子系综	50
§ 3.1 两体系统量子态分类及纯态 Schmidt 分解	50
3.1.1 纯态与混态、可分离态与纠缠态	50
3.1.2 两体纯态的 Schmidt 分解	51
§ 3.2 两体系统的量子纠缠,定义与分析	53
3.2.1 两体系统量子纠缠与纠缠度	53
3.2.2 纠缠度的几种定义	53
3.2.3 量子纠缠的物理本质和若干误解	55
§ 3.3 混态及其描述	57
3.3.1 再谈混态概念	57
3.3.2 混态的起源——纠缠与测量	58
3.3.3 密度矩阵描述普遍性的数学根据——Gleason 定理	59

3.3.4 约化密度矩阵	62
§ 3.4 混态系综解释的含糊性	62
3.4.1 密度矩阵集合的凸性	62
3.4.2 三谈混态概念	63
§ 3.5 两体量子系统纠缠度计算	64
3.5.1 两体相对熵计算的定理 1 及应用	64
3.5.2 两体相对熵计算的定理 2 及应用	68
3.5.3 两体连续变量量子态纠缠度计算方法	70
练习题	72
参考文献	74
第四章 量子纠缠分析与判断	77
§ 4.1 量子纠缠结构一般分析	77
4.1.1 引言	77
4.1.2 量子纠缠与可分离性	77
4.1.3 多体纯态纠缠结构分析	78
§ 4.2 量子纠缠判断	79
4.2.1 两体态可分离性的部分转置正定判据——Peres 判据	79
4.2.2 Peres 判据讨论	80
4.2.3 两体协方差关联张量 $C_{ij}(A, B)$ 及其判别法	81
4.2.4 两体量子态可分离性的 W-Z 充要判据	84
4.2.5 W-Z 判据及 $C_{jk}(A, B) = 0$ 判据的应用	88
4.2.6 Peres 判据与 Free 和 Bound 两类纠缠态	91
§ 4.3 存储器量子态纠缠分析	91
4.3.1 复合双态系统的纯态	91
4.3.2 纠缠指数	92
4.3.3 N -qubit 系统量子态的纠缠分类定理	92
练习题	96
参考文献	97
第五章 量子纠缠与 Bell 型空间非定域性	98
§ 5.1 Bell-CHSH-GHZ-Hardy-Cabello 路线综述	98
5.1.1 EPR 佯谬引发的 Bell 不等式路线	98
5.1.2 CHSH 不等式及其最大破坏	103
5.1.3 GHZ 定理及其实验检验	105
5.1.4 Hardy 定理	106
5.1.5 Cabello 定理	107

5.1.6 连续变量系统的 Bell 不等式	109
§ 5.2 量子纠缠与 Bell 型空间非定域性关联分析	111
5.2.1 “定域实在论”与量子纠缠	111
5.2.2 QT 的空间非定域性	112
§ 5.3 对 Bell-CHSH-GHZ-Hardy-Cabello 路线评论	116
5.3.1 Bell 空间非定域性本质评论之一	116
5.3.2 Bell 型理论的局限性评论之二	120
5.3.3 Bell 型理论的发展评论之三	120
练习题	122
参考文献	122
第六章 开放系统演化与退相干	124
§ 6.1 混态演化之一——Kraus 定理	124
6.1.1 密度矩阵的映射——超算符方法	124
6.1.2 超算符的性质, Kraus 定理	127
§ 6.2 混态演化之二——主方程方法	130
6.2.1 密度矩阵的演化——主方程的导出	130
6.2.2 主方程的物理分析	133
§ 6.3 主方程的求解	134
6.3.1 主方程求解方法(I)——概述	134
6.3.2 主方程求解方法(II)——超算符 Lie 代数方法	136
6.3.3 例算(I):简单主方程的求解	138
6.3.4 例算(II):主方程的超算符求解	140
§ 6.4 量子退相干问题初步分析	146
6.4.1 退相干的物理起源	146
6.4.2 单 qubit 信息衰减模式分析——退相干基本模式	147
6.4.3 系统与环境耦合造成的退相干	151
6.4.4 测量造成退相干(I)——Kraus 退相干模型	153
6.4.5 测量造成退相干(II)——近独立全同粒子测量退相干模型	154
6.4.6 一个例算	158
练习题	160
参考文献	161
第七章 混态纯化与相干性的恢复	162
§ 7.1 量子态纯化	162
7.1.1 采用局域 POVM 方法来纯化	162
7.1.2 采用局域 CNOT 操作来纯化	164

7.1.3 用线性光学器件对光子极化纠缠混态的纯化	168
§ 7.2 量子擦洗与相干性恢复技术	172
7.2.1 不确定性原理和波包交叠——单粒子态的量子擦洗——相干性恢复技术(I)	173
7.2.2 正交投影——单粒子不同组分态的量子擦洗——相干性恢复技术(II)	174
7.2.3 GHJW 定理——混态的纠缠纯化与广义量子擦洗——相干性恢复技术(III)	174
7.2.4 Swapping——遥控相干性恢复技术(IV)	180
7.2.5 全同性原理应用——全同多粒子态的相干性恢复技术(V)	180
练习题	185
参考文献	186
第八章 量子态的非克隆定理与量子 Zeno 效应	187
§ 8.1 量子态的克隆问题	187
8.1.1 量子态非克隆定理	187
8.1.2 量子态不可克隆和生物大分子可以克隆的对比	188
8.1.3 概率克隆、近似克隆与最可信克隆	189
§ 8.2 量子态的不可删除定理	190
8.2.1 量子态的“不可删除定理”	190
8.2.2 纠缠不可克隆定理	191
§ 8.3 量子 Zeno 效应和有关问题	191
8.3.1 量子 Zeno 佯谬成了量子 Zeno 效应	191
8.3.2 量子 Zeno 效应存在性的理论论证	192
8.3.3 量子 Zeno 效应的本质	195
8.3.4 $\left. \frac{dP(t)}{dt} \right _{t=0} = 0$ 与负指数衰变规律并不矛盾	195
8.3.5 量子 Zeno 效应的某些应用	195
8.3.6 量子反 Zeno 效应又成了“佯谬”？	196
练习题	197
参考文献	197
第九章 量子态的超空间转移	198
§ 9.1 第一代量子态超空间转移——Quantum Teleportation	198
9.1.1 实验前状况	198
9.1.2 实验任务	199
9.1.3 原则性操作	199
9.1.4 具体操作	199

9.1.5 几点分析	199
§ 9.2 第二代量子 Teleportation——量子 Swapping	201
9.2.1 理论方案	201
9.2.2 实验进行	201
§ 9.3 Teleportation 实验分析改进与自由飞行 qubit	202
9.3.1 对首次实验的评论	202
9.3.2 Innsbruck 小组的回复	203
9.3.3 后来 Innsbruck 小组的自由传播的 teleported qubits	203
§ 9.4 第三代量子 Teleportation——多目标共享量子 Teleportation··	204
9.4.1 理论方案	204
9.4.2 实验进行	205
§ 9.5 量子态超空间转移的普遍理论方案	205
9.5.1 超算符观点处理量子态 Teleportation	205
9.5.2 S 能级任意态 Teleportation 的理论方案	206
9.5.3 连续态 Teleportation 的理论方案	208
9.5.4 混态的 Teleportation	212
§ 9.6 量子态超空间转移的奇异性质	212
练习题	212
参考文献	213
第十章 量子门与简单量子网络	215
§ 10.1 量子逻辑门的构成与运行	215
10.1.1 量子态的存储——量子位与量子存储器	215
10.1.2 量子态的操控	217
§ 10.2 量子门简单组合及量子网络分解	220
10.2.1 量子门的简单组合	220
10.2.2 量子网络的 Deutsch 分解定理	223
10.2.3 分解举例	225
§ 10.3 量子计算机及量子网络的 DiVincenzo 标准	226
10.3.1 关于量子计算机的五条 DiVincenzo 标准	226
10.3.2 关于量子计算机的量子网络功能附加的两条必要标准	227
练习题	227
参考文献	227
第十一章 量子算法	228
§ 11.1 概论——量子算法的基本特征	228
11.1.1 经典的计算复杂性理论	228

11.1.2 量子算法的基本特征	229
§ 11.2 Deutsch 量子算法	229
11.2.1 Deutsch 问题	229
11.2.2 Deutsch 量子算法步骤	230
§ 11.3 量子分立傅里叶变换 DFT_q	230
11.3.1 分立傅里叶变换	230
11.3.2 算法的实施	231
§ 11.4 量子 Shor 算法	232
11.4.1 任务	232
11.4.2 Shor 量子算法步骤简单概括	232
11.4.3 上面步骤中,最关键的是第一步,即求周期 r	233
11.4.4 量子 Shor 算法的两点注记	234
§ 11.5 量子 Grover 算法——“量子摇晃”或量子搜寻算法	237
11.5.1 Grover 算法——遍历搜寻问题的量子算法	237
11.5.2 对 Grover 算法具体操作的说明	237
11.5.3 式(11.24)的证明	239
11.5.4 Grover 算法的物理实现	240
练习题	242
参考文献	242
第十二章 量子误差纠正与保真度计算	243
§ 12.1 量子误差与纠正	243
12.1.1 量子误差的来源和类型	243
12.1.2 简单的经典误差纠正码	244
12.1.3 简单的量子误差纠正码——自旋翻转型	245
12.1.4 简单的量子误差纠正码——相位翻转型	246
12.1.5 量子误差纠正码——一般情况	247
§ 12.2 Bures 保真度的计算	253
12.2.1 Bures 保真度定义	253
12.2.2 多模高斯混态 Bures 保真度的一般公式	254
12.2.3 计算公式(12.30)的简单证明	255
§ 12.3 Bures 保真度计算举例	255
参考文献	257
第十三章 量子信息论	258
§ 13.1 经典 Shannon 理论简介	258
13.1.1 Shannon 熵和数据压缩	258

13.1.2	Shannon 无噪声编码定理	260
13.1.3	互信息	262
13.1.4	$H(X,Y), H(X Y), I(X;Y)$ 性质总结	263
13.1.5	Shannon 噪声信道编码定理	264
§ 13.2	量子信息中的 von Neumann 熵	270
13.2.1	von Neumann 熵定义	270
13.2.2	von Neumann 熵的数学性质及讨论	272
13.2.3	高斯型多模混态的 von Neumann 熵计算	278
§ 13.3	量子无噪声编码定理与量子数据压缩	279
13.3.1	无噪声编码定理的量子模拟	279
13.3.2	量子数据压缩举例	280
13.3.3	Schumacher 编码——Schumacher 无噪声量子编码定理	283
13.3.4	稠密编码(dense coding)概念	286
§ 13.4	混态量子信息压缩的初步讨论	287
13.4.1	混态编码与压缩问题	287
13.4.2	Holevo 信息——Holevo 限 χ	288
§ 13.5	可获取的最大信息	292
13.5.1	可获取信息定义与 Holevo 限	292
13.5.2	可识别性的改进——Peres-Wootters 方法	295
13.5.3	单用户量子信道的经典信息容量	298
§ 13.6	量子信道的经典信息容量——多个发送者情况	299
13.6.1	简介与准备	299
13.6.2	复合测量	302
13.6.3	随机编码	303
13.6.4	逆定理证明	304
13.6.5	应用讨论	306
练习题		307
参考文献		310
附录 A	量子变换理论简介	311
附录 B	与量子光场耦合的双态体系一般动力学——Raman 散射腔 QED 和广义 Jaynes-Cummings 模型的普遍理论	321
附录 C	一份《量子信息物理原理》参考试卷	329
习题解答		334
索引		378

第一章 量子测量及相关问题

量子测量理论联系着量子理论计算和量子实验测量,是两者之间必经的桥梁,是量子理论的基础和支柱。按现在文献情况可以说,不熟悉量子测量理论就难以很好地理解许多近代重要的实验工作。更何况,量子测量理论本身就蕴含着量子理论几乎全部的未解决的重大基本问题。这些问题都如此基本,以至于它们的解答必定会从根本上纠正我们现有的时空观念和某些基本概念,导致我们对世界有一个崭新的再认识。

鉴于我国量子力学教材中很少谈及测量问题,而量子信息论又必须和经常地涉及它,所以这里全面简要地介绍量子测量理论。共分 5 节:包括扼要阐述一些基本要义,介绍量子光学实验基础和其他一些实验,广义量子测量和 POVM,非破坏测量,退相干的测量模型,最后简要指明一些未解决的问题。内容重点在于阐述和分析物理概念,以及明确近代量子测量理论的认知边界。

§ 1.1 量子测量及相关问题 I ——量子测量基础

1.1.1 量子力学的第三公设——测量公设

按通常提法,非相对论量子力学共有 5 个基本公设:

量子状态公设,量子算符公设,量子测量公设,量子运动方程公设,全同性原理公设。其中全同性原理公设的独立性尚有争议。

这里只列出其中第三公设——测量公设(见文献[1]中 § 10~ § 12 和文献[2]的第一章):

“对归一化波函数 $\Psi(x)$ 进行力学量 A 的测量,总是将 $\Psi(x)$ 按 A 所对应算符 $\hat{A}$ 的正交归一本征函数族 $\{\varphi_i(x), \forall i\}$ 展开

$$\Psi(x) = \sum_i c_i \varphi_i(x), \quad \{\varphi_i(x) \mid \hat{A} \varphi_i(x) = a_i \varphi_i(x), \forall i\}$$

单次测量后所得 A 数值必随机地属于本征值 $\{a_i\}$ 中某一个,比如为 a_k (除非 $\Psi(x)$ 已是它的某个本征函数);测量完毕, $\Psi(x)$ 即相应突变(坍缩)为该本征值 a_k 的本征函数 $\varphi_k(x)$ 。对大量相同态构成的量子系综进行多次重复实验时,任一本征值 a_k 出现的概率是此展开式中相应项系数的模平方 $|c_k|^2$ 。”

注意 1:对同一个态,若进行不同种类的测量,将相应于不同的展开,会导致不

同的坍缩,从而表现出不同的实验现象!

注意 2:(测量导致的)量子坍缩,以及(体现在量子干涉中的)量子叠加都是“概率幅的坍缩”和“概率幅的叠加”!

这种“概率幅的坍缩”和“概率幅的叠加”完全不同于经典的概率叠加。叠加的概率幅在测量中所表现出的或然性也完全不同于经典概率叠加在测量中所表现出的或然。比如

$$|+z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+x\rangle + |-x\rangle) \quad (1.1)$$

按量子力学,沿 Z 轴测此态自旋,发现自旋肯定在 $+Z$ 方向,并且右边的分解是振幅叠加、相干叠加;但按经典力学的理解,右边应以或然方式(各有 $\frac{1}{2}$ 概率)处在态 $|+x\rangle$ 和态 $|-x\rangle$ 。接着进行下面分解

$$\begin{aligned} |+x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+z\rangle + |-z\rangle) \\ |-x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+z\rangle - |-z\rangle) \end{aligned} \quad (1.2)$$

又可知,如进一步测 $|+x\rangle$ 态可得自旋朝上、朝下各 $\frac{1}{2}$ 概率,测 $|-x\rangle$ 也如此。于是,综合起来就得到:沿 Z 轴测得自旋朝上朝下的概率应当各占 $\frac{1}{2}$! 这与上面量子力学结果完全不同! 更详细见习题 1.3。

1.1.2 测量理论的三个阶段

量子体系状态改变的两种方式——量子理论的两基本过程^[2]:

U 过程——决定论的、可逆的、保持相干性的

R 过程——随机的、不可逆的、斩断相干性的

理想的完全测量的三个阶段为:纠缠分解、波包坍缩、初态制备。

纠缠分解—— $\Psi(x)$ 按被测 A 本征态分解并和测量指示器可区分态纠缠;波包坍缩—— $\Psi(x)$ 以 A 展式系数模方为概率向本征态之一随机突变;初态制备——坍缩后态作为初态在新环境哈密顿量下开始新一轮演化。所以有时简单地说是测量制备了初态。

实验经常是对大量相同量子态组成的量子系综进行重复测量并读出结果。多次重复测量将制备出一个混合态——不同坍缩结果 $\varphi_i(x)$ 之间不存在任何相位关联,彼此是非相干的。这个混合态(见第二章)又称作纯态系综——一个相互正交的不同纯态的系列: $\{\text{出现纯态 } \varphi_1(x) \text{ 的概率为 } p_1 \text{ 等}\}$ 。

1.1.3 坍缩阶段的四个特征

量子态在测量的坍缩阶段表现出四个重要特征^[2]:随机性、斩断相干性、不可逆性、空间非定域性。这个阶段是一个深邃的尚未了解清楚的过程。应当说,它是一个正在研究中的可能涉及对时空性质和定域因果律全新理解的问题。

目前的量子力学理论认为:按测量公设,每次测量并读出结果之后,态 $\Psi(x)$ 即受严重干扰,并且总是向该次测量所得本征值的本征态突变(坍缩)过去,使波函数约化到它的一个成分(一个分支)上。这种由单次测量造成的坍缩称为第一类波包坍缩。除非 $\Psi(x)$ 已是该被测力学量的某一本征态,否则在单次测量后,被测态 $\Psi(x)$ 究竟向哪个本征态坍缩,就像测得的本征值一样,是随机的、不能事先预计的。就是说,坍缩阶段的四个重要特征为:随机的——原则上无法预见和控制的;不可逆的——不少人说,测量是熵增加过程;切断相干性的——切断被测态原有的一切相干性;非定域的——空间波函数的坍缩都是非定域的。

坍缩中,表现出的是粒子状态的突变,其实质上是体系演化时空的坍缩!这可以参考后面 Teleportation、Swapping 实验,以及 Zeno 效应叙述。近来有实验表明,坍缩与关联坍缩仿佛是同一个事件,其间好像不存在因果关联!最后结论究竟如何还不得而知。

应当再次强调,即便粒子的同一状态,在不同种类测量下,因展开式不同,坍缩的本征函数族不同,将给人以不同的面貌。由于测得的数据是在测量坍缩中“临时”产生的,加上波函数本身不能直接观测,可能会使人误认为,被测态(或波函数)只是一种“想像之物”、“数学工具”、“不具有任何信息”等。事实上,正是因为源于同一个被测态(或波函数),各种展开式(决定各类测量的概率分布)彼此相等,而各种实验中“临时”产生的各类测量数据间存在着关联和逻辑自洽性。因此,作为全部实验结果同一根源的态或波函数应当具有客观的真实性、物理的内涵。虽然从任一展开(表象)看它,它都提供了多余的信息,但从全体展开(表象)看它,它并未提供多余的信息,除了一个不确定的总体(外部)相因子之外。这正如同从牛顿力学来看,我们在宇宙中所处绝对坐标那样不确定和不重要。

坍缩阶段存在的未解决问题很多,见 § 1.6 叙述。

1.1.4 量子测量分类

以往量子力学经常只限于研究“孤立封闭”的量子体系。此时量子测量都是 von Neumann 正交投影——按测量公设,是向被测力学量的正交归一本征函数族投影

$$|\Psi\rangle \rightarrow E_i |\Psi\rangle = \langle i | \Psi \rangle |i\rangle, \quad \{E_i = |i\rangle\langle i|, \langle i | j \rangle = \delta_{ij}, \forall i, j\}$$

(1.3)