

中专工科通用教材教学参考书

数学习题解集

第 一 册

株洲铁路电机学校数学教研组解



航空工业出版社

中专工科通用教材教学参考书

数 学 习 题 解 集

第一册

株洲铁路电机学校数学教研组 解

航空工业出版社

1988

内 容 提 要

本套《习题解集》是工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的中等专业学校教材工科专业通用《数学》第一、二、三、四册（高等教育出版社出版，1986年3月第2版）的习题的全解。它共有3132题，包含了代数、三角、立几、解几、微积分、微分方程、级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计方面的习题和各类中专数学教材中的基本习题。它既适合招收初、高中毕业生的工科中专师生参考，也适合招收初、高中毕业生的其它各类中专、职工中专、函授中专的师生、自学中专数学者参考。

中专工科通用教材教学参考书

数学习题解集

第一册

株洲铁路电机学校数学教研组 解

航空工业出版社出版发行

（北京市安定门外北苑大院2号）

全国各地新华书店经销

湖南师范大学印刷厂印刷

1988年8月第1版 1988年8月第1次印刷

787×1092毫米 1/32 印张 13.5

印数：1—18000 字数：315千字

ISBN 7-80046-107-6/G·010

定价：3.50元

说 明

本套《习题解集》是工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的中等专业学校教材工科专业通用《数学》第一、二、三、四册（高等教育出版社出版，1986年3月第2版）的习题的全解。

本套《习题解集》的前身，是它的油印本。油印本内部发行后，受到广大中专数学教师、学习中专数学者的欢迎和好评，既纷纷要求购买、出版，又诚挚地为油印本的修订提出了宝贵的意见。为了不负众望，方决心认真修订，出版。但由于水平所限，时间仓促，错漏一定不少，恳请广大读者批评，指正。

全套《习题解集》共3132题，均由株洲铁路电机学校数学教研组的教师演解，修订。第一册的第一、二、三、四、五、六章，第三册的第十四章，第四册的第二十一章的习题（共1138题）由万权科解；第二册，第三册的第十五、十六章的习题（共762题）由唐本善解；第一册的第七、八章，第三册的习题19——7至复习题十九，第四册的习题22——1至习题22——9的习题（共435题）由屈宏香解；第三册的第十七、二十章，第四册的复习题二十二、第二十四章的习题（共408题）由张伟明解；第三册的第十八章，第四册的第二十三章的习题（共269）由黄晓津解；第三册的习题19——1至19——6的习题（共72题）由蒋明瑞解；第四册的第二十五章的习题（共48题）由廖桢卿解；第一、三、四册的大部份图形由黄晓津绘制；发稿前，段亚东对稿件进行了检校。教研组长万权科是本套《习题解集》的组织者。

全套《习题解集》由湖南师范大学数学系副主任李求来副教授主审，由湖南省中专数学教研会理事长、省化学工业学校副校长彭仲武高级讲师推荐出版。

在演解、修订、出版本套《习题解集》的过程中，得到我校校领导、教务科领导、师生员工和兄弟学校的领导、同行们的大力支持和鼓励。在此，向他们和为油印本付出过辛勤劳动的师生员工、为油印本的修订提供过宝贵意见的同行表示衷心的感谢。

株洲铁路电机学校数学教研组

一九八八年九月八日

目 录

习题 1 —— 1	(1)
习题 1 —— 2	(6)
习题 1 —— 3	(15)
习题 1 —— 4	(26)
复习题一	(32)
习题 2 —— 1	(41)
习题 2 —— 2	(45)
习题 2 —— 3	(51)
习题 2 —— 4	(58)
习题 2 —— 5	(69)
复习题二	(80)
习题 3 —— 1	(99)
习题 3 —— 2	(107)
习题 3 —— 3	(114)
习题 3 —— 4	(127)
复习题三	(130)
习题 4 —— 1	(141)
习题 4 —— 2	(144)
习题 4 —— 3	(153)
复习题四	(160)
习题 5 —— 1	(173)
习题 5 —— 2	(179)
习题 5 —— 3	(185)

习题 5 —— 4	(193)
习题 5 —— 5	(201)
习题 5 —— 6	(209)
复习题五	(220)
习题 6 —— 1	(230)
习题 6 —— 2	(242)
复习题六	(258)
习题 7 —— 1	(277)
习题 7 —— 2	(288)
习题 7 —— 3	(298)
习题 7 —— 4	(306)
习题 7 —— 5	(325)
复习题七	(330)
习题 8 —— 1	(349)
习题 8 —— 2	(353)
习题 8 —— 3	(362)
习题 8 —— 4	(370)
习题 8 —— 5	(385)
习题 8 —— 6	(396)
复习题八	(405)

习 题 1—1

1. 写出下列集合的所有元素;

- (1) 一年中有31天的月份的集合;
- (2) 英文元音字母的集合;
- (3) 大于3小于21的偶数的集合;
- (4) 自然数中小于20的质数的集合;
- (5) 方程 $(x-1)(x^2-2)(x^2+4)=0$ 实数根的集合;
- (6) 我国万里长城所经过的省、市、自治区的集合;
- (7) 我国古代四大发明的集合.

解

- (1) {1月, 3月, 5月, 7月, 8月, 10月, 12月};
- (2) {a, e, i, o, u};
- (3) {4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20};
- (4) {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19};
- (5) {1, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ };
- (6) {河北, 北京, 内蒙, 山西, 陕西, 宁夏, 甘肃};
- (7) {火药, 指南针, 造纸, 印刷术}.

2. 在下列各题中的____处填上符号 $\in$ 或 $\notin$:

- (1) 1 ____ N ; (2) 0 ____ Z^+ ; (3) -2 ____ Q^- ;
- (4) $\sqrt{3}$ ____ R ; (5) $-\frac{3}{4}$ ____ Q ; (6) π ____ Q .

解

- (1) $1 \in N$; (2) $0 \in Z^+$; (3) $-2 \in Q^-$;
- (4) $\sqrt{3} \in R$; (5) $-\frac{3}{4} \in Q$; (6) $\pi \notin Q$.

3. 用列举法或描述法表示下列集合

(1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星；

(2) 不等式 $x^2 + 5x + 6 > 0$ 的所有解；

(3) 所有正奇数； (4) 小于10的所有正整数的平方数；

(5) 所有5的倍数； (6) 直线 $y = kx + b$ 上所有的点。

解

(1) 用列举法表示是：

{水星，金星，地球，火星，木星，土星，天王星，海王星，冥王星}；

用描述法表示是：

{太阳系九大行星}；

(2) 用描述法表示是：

$\{x | x^2 + 5x + 6 > 0\}$ 或 $\{x | x > -2 \text{ 或 } x < -3\}$ ；

(3) 用描述法表示是：

$\{x | x = 2n - 1, n \in N\}$ ；

用列举法表示是：

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 2n-1, \dots\}$ ；

(4) 用列举法表示是：

$\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ ；

用描述法表示是：

$\{x | x = n^2, n \in N, n < 10\}$

或 {小于10的所有正整数的平方数}；

(5) 用描述法表示是：

$\{x | x = 5n, n \in N\}$ 或 {所有5的倍数}；

用列举法表示是：

$\{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots, 5n, \dots\}$ ；

(6) 用描述法表示是：

$$\{(x, y) | y = kx + b\}$$

或 {直线 $y = kx + b$ 上所有的点}.

4. 用点集表示下面的集合:

(1) $\{x | -x^2 + 8x - 12 > 0, x \in \mathbb{Z}\};$

(2) $\{x | x^2 - x - 2 < 0\};$

(3) $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2\};$

(4) $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x > 0, y > 0\}.$

解

(1) 用点集表示是图 1 中的黑实点:

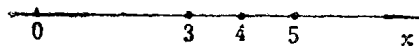


图 1

(2) 用点集表示是图 2 中不包括端点的黑实线:

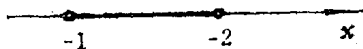


图 2

(3) 用点集表示图 3 中包括边界线在内的阴影部分:

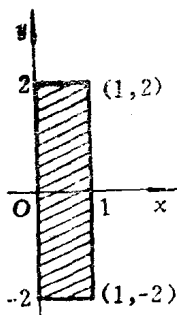


图 3

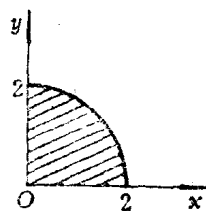


图 4

(4) 用点集表示是图 4 中包括边界线的弧线, 不包括边界线的线段的阴影部分.

5. 在下列各题中的___处填上合适的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\subset$, $\subseteq$):

- (1) $\emptyset$ ___ $\{a\}$; (2) a ___ $\{a\}$;
(3) $\{a\}$ ___ $\{a\}$; (4) $\{a\}$ ___ $\{a, b\}$;
(5) a ___ $\{b, c, d\}$; (6) Q^+ ___ R^+ .

解

- (1) $\emptyset \subseteq \{a\}$; (2) $a \in \{a\}$;
(3) $\{a\} = \{a\}$; (4) $\{a\} \subset \{a, b\}$;
(5) $a \notin \{b, c, d\}$; (6) $Q^+ \subseteq R^+$.

6. 写出集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的所有子集, 指出其中哪些是真子集.

解

集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的所有子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$. 在上述的所有子集中, 除 $\{a, b, c, d\}$ 外, 其余的子集都是真子集.

7. 设 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 写出集合 A 中符合下列条件的所有子集:

- (1) 元素都是质数; (2) 元素都能被 3 整除;
(3) 元素都能被 2 整除.

解

- (1) $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$;
(2) $\emptyset, \{3\}, \{9\}, \{3, 9\}$;
(3) $\emptyset$.

8. 讨论下列两集之间的包含关系:

$$A = \{x | (x+1)^2 \leq 4\}, B = \{x | x^2 - 5x + 6 \geq 0\}.$$

解

$\therefore$ 集合 A 是不等式 $(x+1)^2 \leq 4$ 的解集, 而不等式 $(x+1)^2 \leq 4$ 的所有解是: $-3 \leq x \leq 1$, 即 $A = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$; 集合 B 是不等式 $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ 的解集, 而不等式 $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ 的所有解是: $x \leq 2$ 或 $x \geq 3$, 即 $B = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

$\therefore A \subset B$.

9. 比较下列各题中的两个集合, 判断它们是否相等:

(1) $A = \{x | x = 5n, n \in N, n < 6\}$ 与 $B = \{5, 15, 25, 10, 20\}$;

(2) $C = \{1, 5, 7, 9\}$ 与 $D = \{\text{小于10的奇数}\}$.

(3) $M = \{y | y^2 - 3y - 4 < 0\}$ 与 $P = \{y | -1 < y < 4\}$.

解

(1) $\therefore A = \{x | x = 5n, n \in N, n < 6\}$
 $= \{5, 10, 15, 20, 25\},$

$\therefore A = B;$

(2) $\therefore D = \{\text{小于10的奇数}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\},$

$\therefore D \neq C, C \subset D.$

(3) $\therefore M = \{y | y^2 - 3y - 4 < 0\} = \{y | -1 < y < 4\},$

$\therefore M = P.$

10. 试用文氏图表示下列各组的集合 M 与 P 之间的关系:

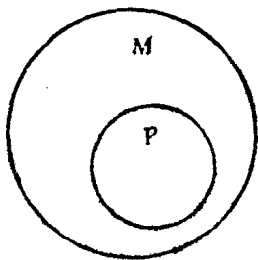


图 5

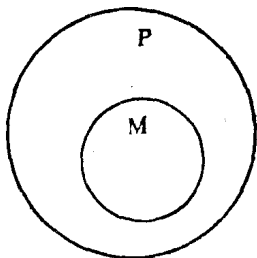


图 6

- (1) $M = \{\text{正偶数}\}, P = \{4 \text{ 的倍数}\};$
 (2) $M = \{x | x^2 \leq x\}, P = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}.$

解

- (1) 表示如图 5; (2) 表示如图 6;

习 题 1——2

1. 已知两个集合 A 与 B , 求 $A \cup B$:

- (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7\};$
 (2) $A = \{\text{正整数}\}, B = \{\text{正分数}\};$
 (3) $A = \{x | x < -2\}, B = \{x | x > 3\}.$

解

- (1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\};$
 (2) $A \cup B = \{\text{正有理数}\}$ 或 $A \cup B = Q^+;$
 (3) $A \cup B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}.$

2. 已知两个集合 A 与 B , 求 $A \cap B$:

- (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7\};$
 (2) $A = \{\text{有理数}\}, B = \{\text{无理数}\};$
 (3) $A = \{x | x + 1 > 0\}, B = \{x | x - 1 < 3\}.$

解

- (1) $A \cap B = \{4, 5\};$ (2) $A \cap B = \emptyset;$
 (3) $A \cap B = \{x | -1 < x < 4\}.$

3. 已知两个非空集 $A \neq B$, 在下列各题的____处填上适当的符号 ($\subseteq, \supseteq, =$):

- (1) $A \cap B$ ____ A ; (2) $A \cap B$ ____ $B \cap A$;
 (3) $A \cup B$ ____ B ; (4) $A \cap B$ ____ $A \cup B$.

解

- (1) $A \cap B \subseteq A$; (2) $A \cap B = B \cap A$;

$$(3) A \cup B \supseteq B, \quad (4) A \cap B \subseteq A \cup B.$$

4. 设 $A = \{x | x(x+1)(x-3)=0\}$, $B = \{x | x^2-3x+2=0\}$.
求 $A \cup B$.

解

$\because A, B$ 分别是方程 $x(x+1)(x-3)=0$ 、 $x^2-3x+2=0$ 的解集, 而方程 $x(x+1)(x-3)=0$, $x^2-3x+2=0$ 的解集分别是 $\{0, -1, 3\}$ 、 $\{1, 2\}$, 即 $A = \{0, -1, 3\}$, $B = \{1, 2\}$.

$$\therefore A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}.$$

5. 设 $A = \{x | x^2+x-6 < 0\}$, $B = \{x | x^2-2x-3 \leq 0\}$, 求 $A \cap B$.

解

$\because A, B$ 分别是不等式 $x^2+x-6 < 0$ 、 $x^2-2x-3 \leq 0$ 的解集, 而不等式 $x^2+x-6 < 0$ 、 $x^2-2x-3 \leq 0$ 的解集分别是 $\{x | -3 < x < 2\}$ 、 $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 即

$$A = \{x | -3 < x < 2\},$$

$$B = \{x | -1 \leq x \leq 3\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x | -1 \leq x < 2\}.$$

6. 设 $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{3, 6, 7, 8, 10\}$, $C = \{3, 5, 7\}$. 求: (1) $A \cup B \cup C$; (2) $A \cap B \cap C$; (3) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$.

解

$$(1) A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$(2) A \cap B \cap C = \emptyset;$$

$$(3) (A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset \cup \{5\} = \{5\}.$$

7. 写出不等式 $|x+3| > 2$ 的解集.

解

不等式 $|x+3| > 2$ 的解集是

$$\{x|x>-1\}\cup\{x|x<-5\}.$$

8. 用文氏图验证:

$$(1) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

$$(2) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

解

用文氏图验证如图 7:

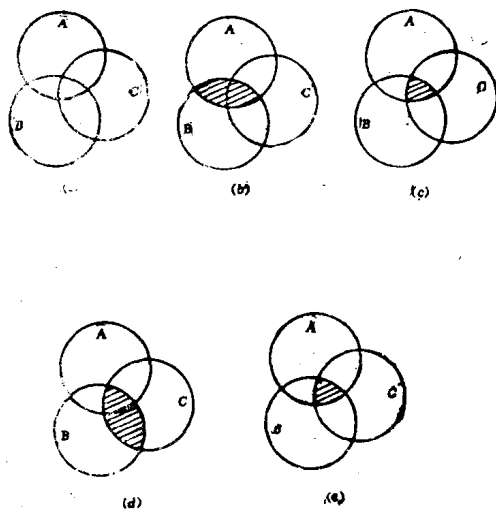
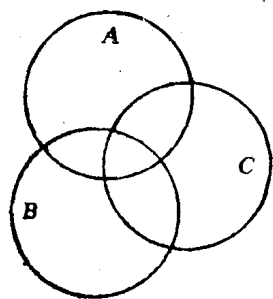
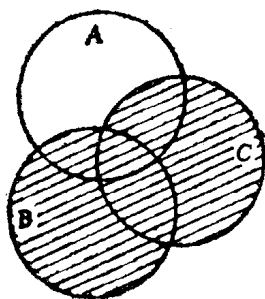


图 7

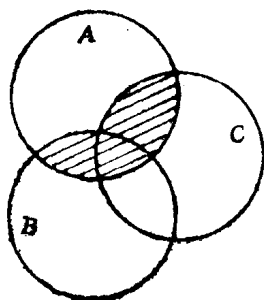
由图可知:图7(c)的阴影部分表示的是 $(A \cap B) \cap C$;
图7(e)的阴影部分表示的是 $A \cap (B \cap C)$ 。这两个阴影部分又完全相同。于是验证了 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
(2) 用文氏图验证如图 8:



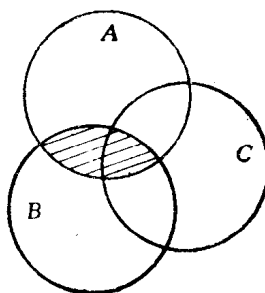
(a)



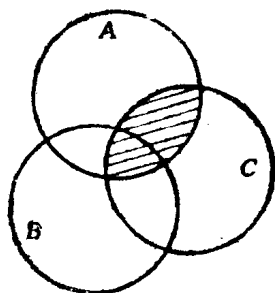
(b)



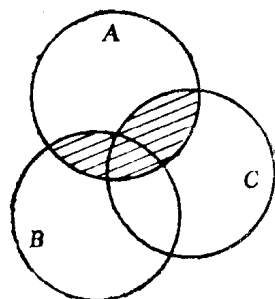
(c)



(d)



(e)



(f)

图 8

由图可知,图8(c)的阴影部分是表示的 $A \cap (B \cup C)$,图8(f)的阴影部份是表示的 $(A \cap B) \cup (B \cap C)$:这两个阴影部份又是完全相同的,于是,验证了 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

9. 设 $A = \{x | x+2=x^2\}$, $B = \{x | \sqrt{x+2}=x\}$, 求 $A-B$ 及 $B-A$.

解

$\because A, B$ 分别是方程 $x+2=x^2$, $\sqrt{x+2}=x$ 的解集, 而方程 $x+2=x^2$, $\sqrt{x+2}=x$ 的解集分别是 $\{-1, 2\}$, $\{2\}$, 即 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{2\}$.

$$\therefore A-B = \{-1\}, B-A = \emptyset.$$

10. A 是任意一个集合, 求 $A \cap A$, $A \cup A$, $A \cap \emptyset$, $A \cup \emptyset$, $A-A$, $A-\emptyset$, $\emptyset-A$.

解

$$A \cap A = A, A \cup A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A, A-A = \emptyset, A-\emptyset = A, \emptyset-A = \emptyset.$$

11. 设 $\Omega = \{x | -3 < x < 10\}$, $A = \{x | -2 < x < 5\}$, 求 $\overline{A}$.

解

$$\overline{A} = \{x | -3 < x \leq -2\} \cup \{x | 5 \leq x < 10\}.$$

12. 设 $\Omega = \{\text{不大于10的自然数}\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{3, 6, 7, 8, 10\}$. 求: (1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $\overline{A \cup B}$; (4) $\overline{A \cap B}$; (5) $\overline{A \cup B}$; (6) $\overline{A \cap B}$.

解

$$(1) A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$(2) A \cap B = \emptyset;$$

$$(3) \overline{A \cup B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$