农业生产应用数学

方兆杰

东人民出版社

前　言

数学和其他科学一样，是来源于实践又服务于实践的。在农村的阶级斗争、生产斗争、科学实验三大革命运动以至日常生活中，我们经常碰到需要用数学知识去回答和解决的实际问题，《农业生产应用数学》的编写，正是为解决这些实际问题提供一些简易的计算方法。

本书的内容是农业生产中，特别是在贯彻落实农业**“八字宪法”**当中比较经常遇到的一些初等数学问题，是算术、代数、几何、三角等计算知识在实际生产中的一些应用，适合农村知识青年参阅，也可供中学生课外学习之用。

在本书编写过程中，曾经比较广泛地征求和吸收了贫下中农、知识青年、中学生和农业技术人员的意见，并得到了惠东县革委会、广东师范学院数学系和广东省中小学教材编写组的有关同志的指导和帮助，在此一并表示衷心致谢。

但是由于自己的水平有限，实践经验缺乏，书中一定还存在缺点或错误，恳切地盼望同志们给予批评指正。

编　者

一九七五年一月

目　录

(一)有关面积问题的计算

在农村工作中，有关面积问题的计算是经常碰到的。例如，要规划土地或计算田地作物产量，就需要知道土地面积的大小；为了提高农作物的单位面积产量，就要计算有关土地面积利用率的问题；在实现农村水利化过程中，也要计算土地面积的大小。

计算面积的大小，一般都是依据某一图形的某些边的长度，然后按面积计算公式进行计算。下面仅举几个实例加以说明。

一、丈量田地面积

在毛主席的“**农业学大寨**”的伟大号召下，广大贫下中农为了给国家多作贡献，向荒山进军，向野岭要地，开垦了不少梯田。这些开垦出来的田地往往大小不一，形状各异。如何丈量出这些梯田的面积？这就需要懂得一些有关田地面积的丈量、计算方法。

进亩法

我们知道，田地面积的大小是用亩、分、厘等单位来表示的。我们通常使用卷尺、测绳等工具丈量田地，计算出来的田地面积单位是平方丈、平方米等。因此，还要把这些面

积单位进行换算，折合为亩、分、厘等。

平方丈进亩

丈量田地面积时，如果以丈作为长度单位，则面积的单位就是平方丈。

例如，红旗大队第一生产队的“青年突击队”仅用了五天时间，就在石头堆里开出一大片荒地，量得其面积是 726 平方丈，算一算，折合几亩几分？

因为　1 亩 = 60 平方丈，

所以　726（平方丈）÷ 60 = 12.1（亩）。

亩数 = 平方丈数 ÷ 60。

平方米进亩

丈量土地面积时，如果以米作为长度单位，则面积单位是平方米。

因为　1 亩 = 6000 平方尺，1 平方米 = 9 平方尺。

1 亩 = 6000 平方尺 ÷ 9 平方尺

= 666.7 平方米。

所以　亩数 = 平方米数 ÷ 666.7。

但是，这种方法计算比较烦难，又不精确，可用下述比较简便的算法。

因　1 平方尺 $= \dfrac{1}{6000}$ 亩，

1 平方米 $= 9$ 平方尺 $= \dfrac{9}{6000}$ 亩

$= 0.0015$ 亩 $= 15 \times 0.0001$ 亩。

所以　亩数 = 平方米数 $\times 15 \times 0.0001$。

这就是说，用平方米进亩，只要用平方米数乘以15，把积的小数点往左移四位就可以了。

例如，丈量得一块番薯高产试验田的面积是740平方米，则可知它的亩数是：

$$740\times15\times0.0001=1.11\text{（亩）。}$$

丈量田地的方法

1.公式法

近似规则图形的田地，可按照规则图形的面积公式计算。

例如：勾股形（图1）、角尖形（图2）等田地都近似三角形，就按三角形的面积公式计算；如斧刃形（图3）、梯子形（图4）等田地都近似梯形，就按梯形的面积公式计算。

图1

图2

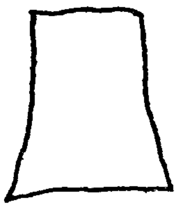

图3

图4

2.分割法

一些不规则的田地，可以想办法将其分割为若干块比较规则的图形，然后进行丈量。例如菜刀形（图5）、凸字形

（图 6 ）、靴子形（图 7 ）等形状的田地，可将其分为两个四边形来丈量。

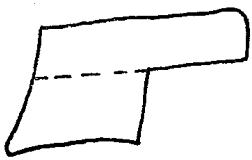

图 5

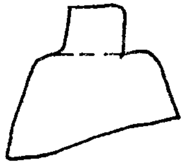

图 6

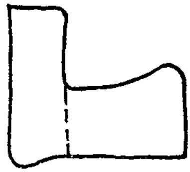

图 7

又如六角形（ 图 8 ）和大鼓形（ 图 9 ）的田地，可将其分割为两个近似梯形丈量。

3.割补法

对于另一些不规则形状的田地，可以采用割补法，使其拼凑而成规则形状。例如：鞋底形 的 土 地（ 图10 ），可 割（ Ⅱ ）补（ Ⅰ ），割（ Ⅲ ）补（ Ⅳ ），割（ Ⅴ ）补（ Ⅵ ），

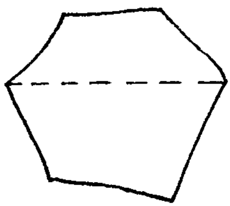

图 8

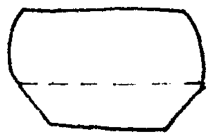

图 9

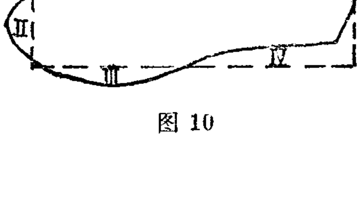

图 10

使其成矩形进行丈量。图11与图12形状的田地，均可以割（Ⅰ）补（Ⅱ），使其成矩形进行丈量。

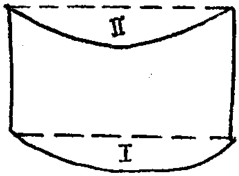

图 11

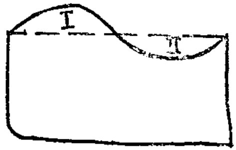

图 12

4.平均值法

还有一些不规则形状的田地，例如吊瓜形（图13）、枣核形（图14）、钟形（图15）等，对于这类田地，一般可用取平均值的方法处理，即将该田地直量几次取平均值作长（有时只需量一次，如图13），横量几次取平均值作宽（有时只需量一次，如图14），然后用长乘宽来算出面积。

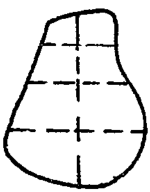

图 13

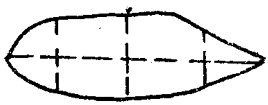

图 14

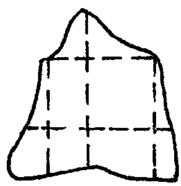

图 15

应用以上四种方法，基本上可以丈量各种形状的田地面积。至于实际丈量时应采用哪种方法，要看田地的形状灵活运用。

以上都是农村中比较普遍使用的方法。但是，有些时候，例如为了比较精确地计算科学试验田的亩产量或增产幅

度，要求丈量得精确些，就要采用另一种方法，即所谓“梯形法”。方法是将所丈量的田地分割成若干个梯形(如图16)，或若干个梯形和一个三角形（如图17），或若干个梯形和两个三角形（如图18），然后按梯形和三角形的面积计算公式求出其面积的和，从而得出田地的总面积。

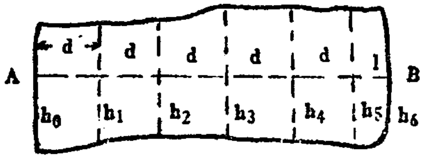

图 16

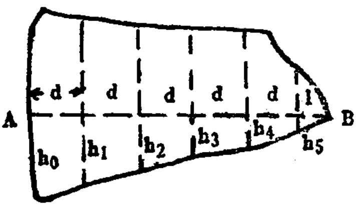

图 17

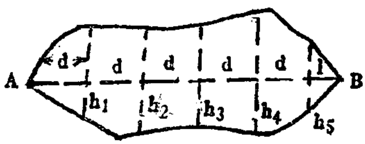

图 18

如图所示，在田地中央拉一绳子 AB，从田地 A 端开始，每隔单位长度 d（例如每隔 2 米等）量一次田宽，设各宽度分别为h_0、h_1、h_2、h_3、h_4……，这样

$$\text{图16的田地面积}=\frac{h_0+h_1}{2}d+\frac{h_1+h_2}{2}d+\frac{h_2+h_3}{2}d+\frac{h_3+h_4}{2}d+\frac{h_4+h_5}{2}d+\frac{h_5+h_6}{2}l$$

$$=(h_1+h_2+h_3+h_4)d+\frac{1}{2}(h_0+h_5)d+\frac{1}{2}(h_5+h_6)l$$

$$图17的田地面积=\frac{h_0+h_1}{2}d+\frac{h_1+h_2}{2}d+\frac{h_2+h_3}{2}d+\frac{h_3+h_4}{2}d+\frac{h_4+h_5}{2}d+\frac{h_5}{2}l$$

$$=(h_1+h_2+h_3+h_4)d+\frac{1}{2}(h_0+h_5)d+\frac{1}{2}h_5 l$$

图18的田地面积可按上例推算。其他形状面积也可用类似方法求出。

丈量田地的工具及其改进

丈量田地的一般工具是卷尺、竹尺、测绳以及步弓等，这些工具都是劳动群众在生产斗争实践中创造出来的。

竹尺：是用长约5～6米记有长度单位标号的竹竿制成。只要一个人就能使用它丈量土地。

测绳：是用长约100尺记有丈和尺的标号的绳子制成。用它丈量土地较为精确。

步弓：是一种木制的丈量长度的工具（如图19），一般分为5尺弓、6尺弓等几种。这种工具也只要一个人就能运用，也便于近似地丈量曲线的长度。

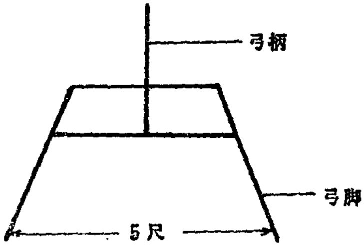

图 19

但是，使用这些工具，如使用步弓丈量土地时，总要在田头地尾进行比较麻烦的乘除运算，才能得到亩数，不大方便。如果能有一种简单的工具，在丈量后只需简单的计

算，或只用心算就能得出亩数那就更好。贫下中农在反复的丈量实践中，改进了步弓测量工具，简易地解决了这个问题。

原来的1步弓＝5尺，

现改为1步弓＝$\sqrt{60}$尺

如图20，利用这一工具计算田地亩数就比原来的工具方便得多。

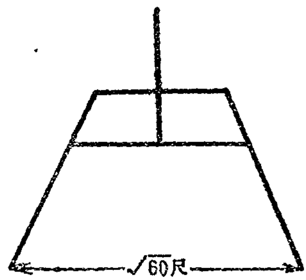

图 20

因为　1平方弓＝60平方尺，

1亩＝6000（平方尺）÷60＝100（平方弓），

所以　亩数＝平方弓数÷100。

例如用$\sqrt{60}$尺这种步弓，量得某块田的长是20弓，宽是17弓，则这块矩形田的面积亩数是：

$$\frac{20\times 17}{100}=\frac{340}{100}=3.4\text{（亩）。}$$

即以步弓所量得长与宽的积，把小数点向左移两位，便是亩数，往往用心算也能求得。这种计算的数理根据是：

设矩形田长是这种步弓长的a倍，即$\sqrt{60}a$尺，宽是步弓长的b倍，即$\sqrt{60}\,b$尺。

因此，矩形田的面积亩数

$$=\frac{(\sqrt{60}\,a)\cdot(\sqrt{60}\,b)}{6000}=\frac{60ab}{6000}=\frac{ab}{100}\text{。}$$

用这种步弓丈量梯形田和三角形田的面积，如果用h、

a、b分别表示它们的高、下底与上底，则它们的计算公式分别是：

$$梯形田的面积=\frac{(a+b)\cdot h}{2}\times 0.01;$$

$$三角形田的面积=\frac{ah}{2}\times 0.01。$$

其他不规则田地，也都可按上述办法分割或割补为矩形或梯形或三角形，然后用这种步弓进行丈量。

制造这种步弓也不困难。我们只要利用勾股定理便可以求出$\sqrt{60}$尺这个长度。办法是：先作一个直角三角形，使其斜边是8尺，一条直角边是2尺，则另一条直角边的长便是$\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}$(尺)了。

在实际丈量时，为了提高精确度，还可以做一根长$\sqrt{60}$尺的木条尺，在尺上划分10等分，用它来丈量剩余的长与宽的长度。

二、充分提高土地利用率

充分地提高土地的利用率，对于提高农作物的产量，特别是单位面积产量有很大的现实意义。在这方面也可以运用数学方法，改进耕作。

现在以种菜为例，在农村中通常都采用“正交种法”，即每四棵菜形成一个正四角形(如图21)，这样种，每两棵菜的距离是一定的，设为a。我们可以看到，如果种植密度a不变，改成“正三角形种法”（如图22），这样，同一面积的一块菜地就可以多种一些菜了。

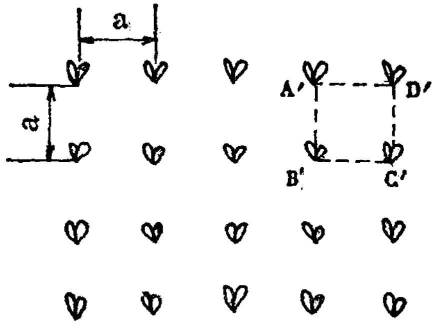

图 21

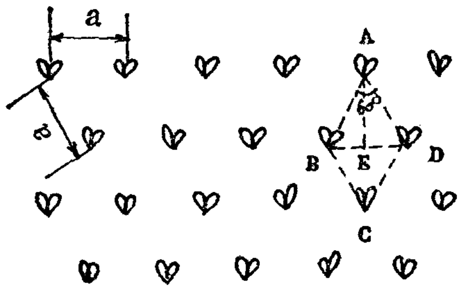

图 22

究竟是什么道理呢？用数学方法就可以证明这个问题。

如种植密度不变，按正三角形方法种菜，则每四棵菜之间形成一个菱形，其中一个夹角为60°，如图22，∠BAD＝60°。

因为 AB＝BC＝CD＝DA，

△ABD是正三角形，AD＝BD。

又菱形 ABCD 的面积是三角形ABD面积的 2 倍。

可用勾股定理先求△ABD 底边 BD 上的高 AE。

$$AE=\sqrt{AD^2-\left(\frac{BD}{2}\right)^2}=\sqrt{BD^2-\frac{BD^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}BD,$$

所以，菱形 ABCD 的面积 = △ABD 的面积 × 2

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AE \times 2$$

$$= BD \times \frac{\sqrt{3}}{2} BD = \frac{\sqrt{3}}{2} BD^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2。$$

对于正四角形种菜法（如图21），

因为，$A'B' = B'C' = C'D' = D'A'$，

所以，正方形$A'B'C'D'$的面积 $= A'B' \times B'C'$

$$= (A'B')^2。$$

因为，$AB = A'B'$，若假设$AB = a$（长度单位），

则菱形ABCD面积 $= \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$（面积单位），

正方形$A'B'C'D'$面积 $= (A'B')^2 = a^2$（面积单位）。

故此，$$\frac{\text{菱形 ABCD 面积}}{\text{正方形 } A'B'C'D' \text{ 面积}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{a^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866。$$

即是说，用正三角形种法，每四棵菜的占地面积仅相当于用正四角形种法每四棵菜占地面积的86%。这就说明，用正三角形种法能够多种菜，提高土地的利用率。当然，这只是就一般的情况而言，在实际耕作中采用哪种种法，还要考虑到其他的因素。

例如团结生产队科研小组的同志整出两块相同面积的试验菜地，每块地长均为 6 丈，宽均为 1.2 丈，种菜的规格均是棵间距 6 寸，现按正四角形与正三角形两种不同种法计算，这两块地究竟各可种菜多少棵？

因为，6 丈 = 600寸，1.2丈 = 120寸，

若第一块地按正四角形种法，可种

$$\frac{600}{6}=100\text{（行）菜，}$$

每行菜种120 ÷ 6 = 20（棵），

因此共种：100 × 20 = 2000（棵）。

在第二块地里，按正三角形种法，此时，因为每相邻两行菜间的距离是 $3\sqrt{3}$ 寸（如图23），在同一行里，相邻两棵菜间的距离仍为 6 寸。

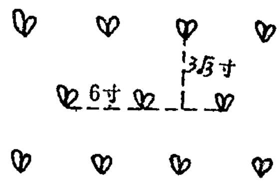

图 23

因此，第二块地共种 $\frac{600}{3\sqrt{3}}$ 行菜，因菜行应为整数，故

$$\frac{600}{3\sqrt{3}}\approx 115\text{（行）。}$$

而每行菜的棵数或为

120 ÷ 6 = 20（棵），或为　20 − 1 = 19（棵），

并且，在 115 行菜中，有58行是每行能种 20 棵的，有 57 行是每行能种 19 棵的。

所以第二块地共种菜是：

（58 × 20）+（57 × 19）= 1160 + 1083 = 2243（棵）。

这就是说，用后一种方法种菜能够多种：

$2243-2000=243$（棵）。

三、制作引水渡槽的数学原理

在农村中，常常需要架设流水渡槽。那末，怎样用一定量的材料（如水泥、木料、铁皮等）做成一定形状的流量最大（即横截面面积最大）的渡槽呢？

在一般情况下，人们总是把渡槽做成横截面是矩形或等腰梯形两种形状。那么，要把渡槽的横截面做成什么样的矩形或等腰梯形，即它们的底宽和向上折的两边宽（如图24、25）应如何取值，才能使做成的渡槽流量最大呢？

现在，我们分别来看看下面的两种情形。

（一）需要把一块长方形的铁皮加工成一个横截面是矩形的渡槽（如图24），那末这个渡槽的底宽和高取什么值时，渡槽的流量才最大？

假设长方形铁皮的宽为 l（l 可直接量得），渡槽的高为 x，横截面矩形面积为 y，那末渡槽的底宽是 $(l-2x)$。

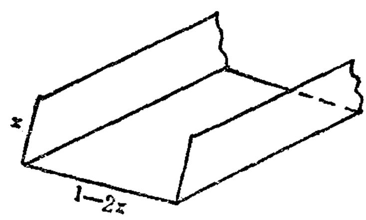

图 24

则 $\quad y=x(l-2x)$

$\quad\quad =-2x^2+lx$。

这是一个二次函数，因为二次项系数是负数，所以函数 y 有最大值。