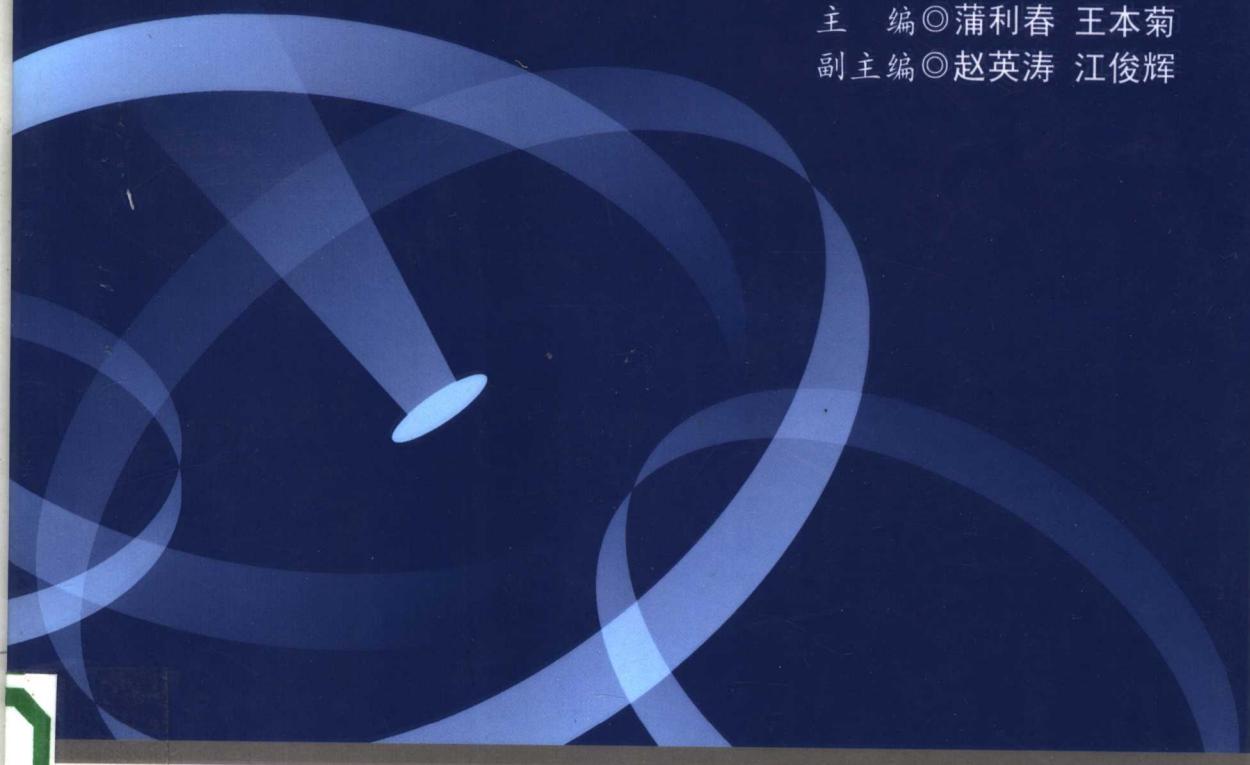


• 21世纪中国高等学校应用型人才培养体系创新与实践研究成果

# 大学应用物理实验

## DAXUE YINGYONG WULI SHIYAN

主 编 ◎ 蒲利春 王本菊  
副主编 ◎ 赵英涛 江俊辉



西南交通大学出版社  
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

# **大学应用物理实验**

主 编 蒲利春 王本菊

副主编 赵英涛 江俊辉

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P ) 数据

大学应用物理实验 / 蒲利春 王本菊主编. 成都:  
西南交通大学出版社, 2005.8  
ISBN 7-81104-141-3

I . 大... II . ①蒲... ②王... III . 物理学 - 实  
验 - 高等学校 - 教材 IV . 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 089548 号

大学应用物理实验

主编 蒲利春 王本菊

责任 编辑	黄淑文
责任 校 对	李 梅
封 面 设 计	王 可
出 版 发 行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发 行 部 电 话	028-87600564 87600533
邮 编	610031
网 址	<a href="http://press.swjtu.edu.cn">http://press.swjtu.edu.cn</a>
电 子 邮 箱	cbsxx@swjtu.edu.cn
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成 品 尺 寸	170 mm×230 mm
印 张	12.25
字 数	221 千字
印 数	1—5 200 册
版 次	2005 年 8 月第 1 版
印 次	2005 年 8 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-81104-141-3/O · 017
定 价	18.80 元

图书如有印装问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话：028-87600562

# 序

旧中国科学技术落后直接书写了国家受凌辱的近代史。当今，作为制造业大国的中国，众多领域里有自主知识产权的技术为数不多，又直接演绎着国人干活外国人挣钱的现状。许多学者教育专家早就指出，中国大学生理论基础好，国外学生动手能力与创新能力强。没有创新性就没有自主知识产权，也就不能实现跻身于世界强国之林的理想。

实验是根据一定的目的，运用必要的手段，在人为控制的条件下，观察研究事物本质和规律的一种实践活动。物理实验是用实验的方法研究物理学的规律。

在学校实验设备逐步得到改善的今天，为了提高学生的创新能力，必须大力改革实验教学的方式方法、实验内容与实验理念。针对应用型人才的培养目标与培养规律，实验教学理应注重技能的培养，强调动手能力的训练。

物理实验教学是关系人才科学素质培养的重要环节，教材是实施教学的保证，“大学应用物理实验”一书的作者在物理实验教学理念上独辟蹊径、大胆尝试：

1. 内容编排上，打破传统观念，建立物理实验课独立发展的新的教材体系。
2. 实验内容叙述上，既写清了每个实验独立的内容和要求，又兼顾到各实验间的相互联系。
3. 技能训练上，做到了循序渐进逐步提高。
4. 在误差的要求上，既考虑到学生的能力又着眼于国家计量技术标准，重点介绍了不确定度的计算方法，使用中又不千篇一律的全面要求。
5. 附录中选取了十大著名的物理实验，寥寥几页带给学生丰富有趣的珍贵历史资料，激发着学生学习实验的动力。这些特点使本书有利于学生自学，又有助于提高学生学习实验的兴趣，为提高物理实验的教学效果奠定了良好的基础。

实验是创造自主知识产权的必由之路，让我预祝每一位学生未来都有属于自己的大量的专利。

袁玉辉

2005年8月

# 前　　言

大学物理实验是对高等学校学生进行科学实验基础训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受系统实验方法和实验技能训练的开端，是理工科各类专业学生进行科学实验训练的重要基础。大学物理实验教学对大学生辩证唯物观、基本实验理论、基本实验知识、基本实验技能和理论联系实际能力的培养有着直接的关系。

《大学应用物理实验》教材是 21 世纪高等学校应用型人才培养体系创新与实践研究成果，由“21 世纪中国高等学校应用型人才培养体系创新与实践”子课题“应用型人才培养工科物理实验教学内容和课程体系”（项目编号：BIA010091-1-D04）攀枝花学院课题组负责。课题组在我校 2001、2002、2003、2004 级理工类本科（专科）各专业使用的《大学物理实验讲义》基础上，结合本校的物理实验室建设，立足于应用型人才培养目标、培养规格，注重技能训练，强调动手能力锻炼，在物理实验教学理念、思想和观念上进行改革与实践，精心策划，独辟蹊径，于 2005 年 6 月完成全书的编著工作。本书反映了实验教学群体的智慧和劳动成果。

大学物理实验作为一门独立的课程，应当有自己的体系和教学目的。《大学应用物理实验》教材打破了传统实验教材的指导思想和编写模式，建立了一个能促使实验课独立发展的新的实验教材体系。在内容编写上注意原理叙述清楚、简明易懂；在实验技能训练上，做到循序渐进、逐步提高；每个实验既有各自的内容和要求，又相互关联，是达到总体教学要求的基本细胞；为了拓宽大学物理实验和增加近代物理实验内容，我们编入了“近代物理实验和综合设计性实验”项目。本书共 5 章，内容分别为测量误差与数据处理基础、常用实验仪器介绍、基础物理实验、近代物理实验、设计性物理实验。其中，常用实验仪器介绍 11 个；实验项目 29 个，包括基础物理实验 17 个，涵盖了力学、热学、电磁学、光学等，近代物理实验 5 个，设计性物理实验 7 个。该书适用于理、工、农、医、商等学科专业，能满足应用型人才培养的教学需要。

本书由蒲利春、王本菊、赵英涛、江俊辉、张雪峰、郑再明、孙常清、李会容、王琪琳、姜毅等 10 位同志撰写。其中，王本菊、蒲利春编写实验 23、

24、26、28、29 和附录二；赵英涛编写实验 1、2、4、6、25；王琪琳编写实验 9、10、11、12、27 和附录一；陈明通编写实验 18、19、20、21、22；孙常清编写实验 14、15、16、17；江俊辉编写实验 3、5；郑再明编写实验 8、13；姜毅编写实验 7；张雪峰、李会容编写测量误差与数据处理基础；孙常清、王琪琳、赵英涛编写常用实验仪器介绍。蒲利春和王本菊任主编，赵英涛和江俊辉任副主编。

本书在编写过程中得到了刘国钦教授、伍维根教授的关心和指导，得到了教务处和数理教学部的大力支持，袁玉辉教授为本书编写了序，借此机会对他们表示衷心的谢意。由于编者水平有限，本书不足之处在所难免，恳请使用本书的教师和学生提出宝贵的意见，以便再版修订。

攀枝花学院大学应用物理实验教材课题编写组

二〇〇五年六月

# 目 录

<b>1 测量误差与数据处理基础</b> .....	1
1.1 测量与误差 .....	1
1.2 误差的分类及其处理方法 .....	3
1.3 有效数字 .....	16
1.4 处理实验数据的常用方法 .....	18
<b>2 常用实验仪器介绍</b> .....	29
2.1 测长仪器 .....	29
2.2 物理天平 .....	34
2.3 变阻器 .....	35
2.4 标准电池 .....	38
2.5 磁电式仪表 .....	39
2.6 电源 .....	45
2.7 箱式惠斯通电桥 .....	46
2.8 电位差计 .....	48
2.9 常用光源简介 .....	50
2.10 望远镜和测量显微镜 .....	52
2.11 示波器 .....	56
<b>3 基础物理实验</b> .....	61
3.1 力学实验 .....	61
实验 1 长度的测量 .....	61
实验 2 液体粘滞系数的测定 .....	63
实验 3 液体表面张力系数的测定 .....	67
实验 4 用三线摆测定物体的转动惯量 .....	72
实验 5 气垫导轨上的简谐振动 .....	77
实验 6 杨氏弹性模量的测定 .....	82
3.2 热学实验 .....	87
实验 7 固体密度的测定 .....	87
实验 8 冰的熔解热的测定 .....	90

3.3 电磁学实验 .....	95
实验 9 惠斯通电桥测电阻 .....	95
实验 10 示波器的使用 .....	100
实验 11 模拟法测绘静电场 .....	106
实验 12 霍尔效应法测螺线管磁场 .....	110
3.4 光学实验 .....	116
实验 13 薄透镜焦距的测定 .....	116
实验 14 用双棱镜观察光的干涉现象并测定光波波长 .....	123
实验 15 用分光计测玻璃三棱镜的折射率 .....	127
实验 16 牛顿环实验 .....	133
实验 17 用透射光栅测定光波的波长 .....	136
4 近代物理实验 .....	140
实验 18 密立根油滴实验 .....	140
实验 19 微波布拉格衍射实验 .....	146
实验 20 夫兰克—赫兹实验 .....	150
实验 21 光谱分析实验 .....	152
实验 22 真空的获得与测量 .....	155
5 设计性研究性实验 .....	161
实验 23 重力加速度的测定 .....	161
实验 24 转动惯量的测定 .....	164
实验 25 电阻的测量 .....	166
实验 26 电表的设计制作 .....	167
实验 27 电位差计的使用 .....	170
实验 28 薄膜干涉应用的研究 .....	173
实验 29 投影仪、显微镜和望远镜的设计与组装 .....	177
附录一 .....	182
附录二 .....	186
参考文献 .....	188

本章主要介绍物理量的测量方法、测量误差的分析与处理、数据的处理与分析等基础知识。

物理量的测量是物理学研究的基础。在物理学中，测量是通过一定的方法和手段，将被测物理量与公认的标准量进行比较，从而确定被测物理量的大小。因此，测量结果的准确性直接关系到物理学的研究成果。因此，掌握正确的测量方法，提高测量精度，对于物理学的研究具有重要意义。

## 测量误差与数据处理基础

物理实验是以测量为基础的。测量可分为直接测量与间接测量。由于测量仪器、测量方法、测量环境、人员的观察力等种种因素的局限，测量不可能无限精确，测量结果与客观存在的真值之间总是存在一定的差异，即存在测量误差。因此分析测量中产生的各种误差，尽量消除或减小其影响，并对测量结果中未能消除的误差作出估计，给出测量结果的不确定度，是物理实验和科学实验中必不可少的工作。为此，本章主要介绍误差的概念、特性、产生的原因及测量结果的不确定度的概念与估算方法，以及测量数据的处理等有关知识。

### 1.1 测量与误差

姜 瑞 S. J. J.

1.1.1 测量  
所谓测量就是将待测物理量与规定作为标准单位的标准物理量通过一定的比较，其倍数即为待测物理量的测量值。

按测量方式的不同，可将测量分为直接测量和间接测量两类。

运用量具或仪表直接测得物理量的数值，称为直接测量或简单测量。例如，用米尺、游标卡尺、千分尺测量长度；用秒表测时间；用电流表测电路中的电流强度等。它的特点是测量结果直接得到。

多数物理量不便或不能直接测量，于是我们可以先对可直接测量的相关物理量进行测量，然后依据一定的函数关系计算出待测的物理量，称为间接测量或复合测量。例如，用单摆测定重力加速度  $g$  时，可用米尺先测量出单摆的摆

长  $l$ ，用停表测量出单摆的摆动周期  $T$ ，然后通过函数式  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$  的计算得到。

这里  $g$  是间接测量量， $l$ 、 $T$  是直接测量量。

一个物理量应直接测量还是间接测量不是绝对的，要根据所用的仪器和测量方法来定。例如，测量一圆柱体的体积  $V$ ，可以先用米尺（或卡尺）对直径  $d$  和高度  $h$  进行直接测量，然后根据公式  $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$  计算出它的体积，这属间接测量；若把圆柱体投入盛有一定量水的量筒中，从液面上升直接得到体积，则属直接测量。再如，测液体密度（比重），可选用比重计直接测量，也可以选用天平和量筒间接测量。

根据测量条件的不同，也可将测量分为等精度测量和非等精度测量。对某一物理量在相同的测量条件（如同一观察者、同一组仪器、同一测量方法和同样的环境条件等）下进行测量，并得到测量数据  $x_1$ 、 $x_2$ 、…、 $x_n$ ，称为等精度测量。在所有的测量条件中，只要有一个发生变化，则所进行的测量就称为不等精度测量。

严格地说，在实验过程中保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的，但当某一条件的变化对结果的影响不大甚至可以忽略时，仍可将此种测量视为等精度测量。除特别指明外，一般在大学物理实验中的重复测量都认为是在相同条件下的等精度测量。

### 1.1.2 误 差

任一物理量，在一定条件下都存在一个客观值，这个客观值称为该物理量的真实值。而用实验手段测出来的值则称为该物理量的测得值。由于仪器准确度、测量方法、环境影响等条件的限制，任何实验测量都不可能得到真值，测得值与真值总是存在差异，这种差异称为测量误差或绝对误差。如以  $x_0$  表示某一物理量的真实值，以  $x$  表示该量的测得值，则误差的定义式为

$$\delta = x - x_0 \quad (1.1)$$

随着科学技术水平的提高和人们的经验、技巧、专门知识的丰富，误差可以控制得愈来愈小，但不能使误差降低为零。因此，误差始终存在于一切科学实验过程中。误差  $\delta$  可正可负，是一个代数值，它只表示测得值偏离真实值的程度。

## 1.2 误差的分类及其处理方法

根据误差的性质和产生的原因，传统上把误差分为过失误差、系统误差和随机误差。

### 1.2.1 过失误差（粗大误差）

过失误差是由于测量者在测量过程中操作、读数、运算和记录等方面的差错而造成的误差。其特点是：测量结果大大地偏离真实值（即误差“粗大”），并且使得数据的结构显著地偏离正常规律。

过失误差是由于观测者的疏忽大意，或对仪器的使用方法不当，或对实验原理不甚理解或记错数据造成的。这种误差毫无规律可循，有时可能造成极大的差错。因此，一旦发现含有粗大误差的测量数据，应将其剔除不用。

### 1.2.2 系统误差

在同一条件下多次测量同一物理量时，误差的大小和符号始终保持恒定，或在条件改变时，误差的大小和符号按一定规律变化，这种误差叫系统误差。其特点是：出现有规律，在测量条件不变时有确定的大小和方向，增加测量次数并不能减小系统误差。

系统误差主要由以下几方面原因造成：

(1) 仪器误差：由于仪器本身的固有缺陷、校正不完善或使用不当引起的误差。例如，仪器零点不准，标尺刻度不准，天平臂不等长，在 20°C 标定的标准电阻、标准电池在较高或较低温度下使用等。

(2) 环境误差：外界环境因素造成的误差。如温度、湿度、气压、振动、电磁场、重力场等干扰造成的误差。

(3) 方法误差或理论误差：测量所依据的理论公式本身的近似性，或实验条件不能达到理论公式的要求，或测量方法所带来的误差。例如，单摆测重力加速度的实验中，公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  采用了  $\sin \theta \approx 0$  的近似条件。

(4) 个人误差：由于测量者个人特殊的生理特点造成的习惯性偏向。例如，用停表时操之过急，计时数偏小；读指针读数时总是偏向一方等。

因系统误差总是使测量结果向一个方向偏离，因此系统误差能够发现并消

除或减小。其常见方法有：

(1) 对于能掌握的系统误差，可取其负值为修正值加到测量结果上，使测量结果得到修正；或者在计算公式上加上修正项消除某项系统误差；或者用更高一级的标准仪器校准一般仪器，得到修正值或修正曲线等。

(2) 从测量方法上抵消系统误差。

① 交换法（对置法）：将被测量与标准量的位置互换进行两次测量，取两次测量的平均值作为测量结果，以达到消除系统误差的目的。如图 1.1 所示，用惠斯通电桥测电阻，要求两臂长相等，即两臂  $l_1$ 、 $l_2$  等长，但实际上做不到，所以在测量被测电阻  $R_x$  时，将被测电阻与标准电阻  $R_3$  交换位置，即有

$$l_1 R_{3\text{左}} = l_2 R_x, \quad l_1 R_x = l_2 R_{3\text{右}}$$

即得  $R_x = \sqrt{R_{3\text{左}} R_{3\text{右}}}$

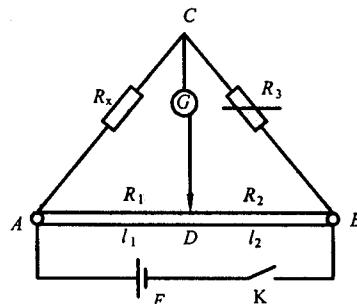


图 1.1 惠斯通电桥测电阻

② 替代法：在测量装置上对被测量进行测量后，再用已知标准量替换被测量进行同样的测量，并使仪器指示不变，则已知标准量就等于被测量。例如，用惠斯通电桥测电阻时，先测被测电阻，使电桥平衡，然后用标准电阻代替被测电阻，保持所有条件与情况不变，使电桥重新平衡，则此时的标准电阻值即为待测电阻值。

③ 异号法（抵消法）：在对被测量进行两次测量时，使系统误差一次出现正值，另一次为负值，取两次测量结果的平均值作为最后结果，以达到消除系统误差的目的。例如，测载流螺线管内的磁感强度  $B$  时，为消除地磁  $B_{\text{地}}$  的影响，可使螺线管通正、反向电流，分别测出  $B_1$  与  $B_2$ ，则

$$B_1 = B + B_{\text{地}}, \quad B_2 = B - B_{\text{地}}$$

$$B = \frac{1}{2}(B_1 + B_2)$$

④ 半周期间测法：该方法用于消除按周期性规律变化的系统误差。具体方法是按系统误差变化的半个周期间隔取值，每周期内取两个观测值，然后取平均值作为结果。例如，分光计刻度盘偏心带来的角度测量误差是以  $360^{\circ}$  为周期，就采取相隔  $180^{\circ}$  的一对游标，每次测量读两个数，并取此二值的平均数作为测量结果，则可消除系统误差的影响。

⑤ 对称观测法：若有随时间线性变化的系统误差，可将观测程序对某时刻对称地再做一次。例如，一只灵敏电流计零点随时间有线性漂移，在测量读数前记录一次零点值，测量读数后再记录一次零点值，取两次零点值的平均值来修正测量值。由于很多随时间变化的误差在短时间内均可看成是线性变化的，因此，对称观测法是一种能够消除随时间变化的系统误差的好方法。

总之，消除或减小系统误差的基本原则是：找出产生误差的原因并消除它的影响，或者采取修正的办法，或者在测量中设法抵消它的影响。

### 1.2.3 随机误差（偶然误差）

在同一条件下多次测量同一物理量时，由于一些随机因素的影响而出现时大时小、时正时负的误差，称为随机误差。其特点是：表面上单个误差值没有确定的规律，但进行足够多次的测量后可以发现，误差在总体上服从一定的统计分布，每一误差的出现都有确定的概率。

#### （1）随机误差产生的原因

随机误差是由许多随机因素综合作用造成的，如人的感观灵敏程度和仪器精密程度有限、周围环境的干扰等。再如，用毫米刻度的米尺去测量某物体的长度时，往往将米尺去对准物体的两端并估读到毫米以下一位读数值，这个数值就存在一定的随机性，也就带来了随机误差。

#### （2）随机误差的数学处理

由于随机误差的变化不能预先确定，所以对待随机误差不能像对待系统误差那样找出原因予以排除，即随机误差无法避免，也不能消除，只能按其所服从的统计规律进行适当的数学处理。

#### （3）随机误差的正态分布规律

设某一物理量的真实值为  $x_0$ ，对其多次重复测量值分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则各次测量的随机误差可表示为

$$\delta_i = x_i - x_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

大量的实验事实和统计理论都证明，在绝大多数物理测量中，随机误差  $\delta_i$  服从正态分布（高斯分布）规律，具有以下性质：

- ① 对称性：绝对值相等的正、负误差出现的概率接近相等。
- ② 有界性：绝对值很大的误差出现的概率为零，即误差的绝对值不会超

过某一界限。

- ③ 单峰性：绝对值小的误差出现的概率大，绝对值大的误差出现的概率小。
- ④ 抵偿性：当测量次数足够多时，由于绝对值相等的正、负误差出现的概率相等，因而随机误差的代数和趋于零。

这一统计规律在数学上可用概率密度函数（高斯误差分布函数）来描述，即

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.2)$$

式中， $f(\delta)$  为概率密度函数，此函数表示在单位误差间隔内出现误差  $\delta$  的概率； $\delta$  是高斯分布函数的唯一参数，表示在一定条件下随机误差的离散程度； $\sigma$  是一个与实验条件有关的常数，称之为标准误差或均方误差。由式 (1.2) 容易证明，标准误差  $\sigma$  正好处在正态分布曲线拐点的横坐标上（拐点是函数的二阶导数为零时解出的值）。

#### (4) 标准误差的物理意义

若以横轴表示误差值  $\delta$ ，纵轴表示误差的概率密度分布函数  $f(\delta)$ ，则由随机误差的分布特点可知，当测量次数足够多时，可得到图 1.2 所示的误差正态分布曲线。图中的坐标原点相当于  $\delta = 0$ ，对应着真实值  $x_0$  的位置。按照概率理论，误差  $\delta$  出现在区间  $(-\infty, +\infty)$  的事件是必然事件，所以，曲线下的总面积表示各种误差出现概率的总和，应恒等于 1，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1 \quad (1.3)$$

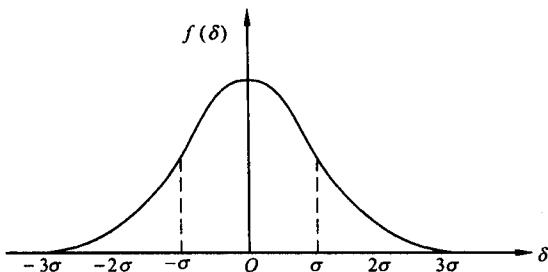


图 1.2 正态分布曲线

注：在一定测量条件下，概率密度分布曲线是唯一确定的。测量条件不同，其概率密度分布曲线也就不同。

由式 (1.2) 可得，当  $\delta = 0$  时，有

$$f(0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (1.4)$$

由式 (1.4) 可知, 若测量的标准误差  $\sigma$  很小, 则  $f(0)$  必然很大。由于曲线与横轴间围成的面积恒等于 1, 所以, 如果曲线中间凸起较大, 两侧下降较快, 相应的测量必然是绝对值小的随机误差出现较多 (即测得值的离散性小), 重复测量所得的结果相互接近, 测量的精密度高; 相反, 如果  $\sigma$  很大, 则  $f(0)$  就很小, 误差分布的范围就较宽, 说明测得值的离散性大, 测量的精密度低。这两种情况的正态分布曲线如图 1.3 所示。因此可用  $\sigma$  来描述测得值的可靠性程度, 它是一个取决于具体测量条件的常数, 称为标准误差, 它的数学表达式为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (1.5)$$

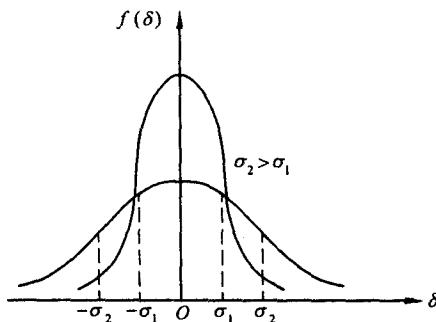


图 1.3 两种正态分布曲线

由概率密度分布函数的定义式 (1.2), 可计算出某次测量偶然误差出现在  $[-\sigma, +\sigma]$  区间的概率为

$$p = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta) d\delta = 0.683$$

同样可以计算, 某次测量偶然误差出现在  $[-2\sigma, +2\sigma]$  和  $[-3\sigma, +3\sigma]$  区间的概率分别为

$$p = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta) d\delta = 0.955$$

$$p = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta) d\delta = 0.997$$

以上三式所表示的积分面积如图 1.4 所示。由此可见，对物理量  $x$  任做一次测量时，测量误差落在  $-\sigma \sim +\sigma$  之间的可能性为 68.3%，落在  $-2\sigma \sim +2\sigma$  之间的可能性为 95.5%，而落在  $-3\sigma \sim +3\sigma$  之间的可能性为 99.7%。

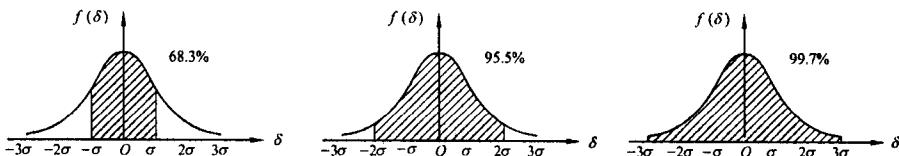


图 1.4 测量偶然误差概率图

### (5) 算术平均值

设对一物理量的  $n$  次重复测量中，所测得的值分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。由于测量误差的存在，真值实际上是无法测得的。根据随机误差的正态分布规律，测得值偏大或偏小的机会相等，即绝对值相等的正负误差出现的概率是相等的。因此，在排除掉系统误差后，各次测得值的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.6)$$

由式 (1.6) 可知，当测量次数趋于无限多时 ( $n \rightarrow \infty$ )，平均值无限接近真值，所以算术平均值是真值的最佳估计值。

### (6) 任意一次测量值的标准偏差

某一次测量值  $x_i$  的误差  $\delta_i$  是测量值  $x_i$  与真值  $x_0$  的差值。由于真值不知道、误差  $\delta_i$  计算不出，因而，按照式 (1.5)，标准误差也无从估算。根据算术平均值是近真值的结论，在实际估算时常采用算术平均值  $\bar{x}$  代替真值，用各次测量值与算术平均值的差值来估算各次的误差，即

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (1.7)$$

差值  $v_i$  又称为残差。

由误差理论可以证明，当测量次数  $n$  有限时，用残差  $v_i$  来估算标准误差，其计算式为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.8)$$

式(1.8)中的 $\sigma_x$ 称为任意一次测量值的标准偏差,它是测量次数有限多时,标准误差 $\sigma$ 的一个估计值。其代表的物理意义是:如果多次测量的随机误差遵从高斯分布,那么,任意一次测量的测得值误差落在 $[-\sigma_x, +\sigma_x]$ 区域之间的可能性(概率)为68.3%。或者说,它表示这组数据的误差有68.3%的概率出现在 $[-\sigma_x, +\sigma_x]$ 的区间内。

### (7) 算术平均值的标准偏差

我们通过多次重复测量获得了一组数据,并把求得的算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量真值。但如果在完全相同的条件下再重复测量该被测量时,由于随机误差的影响,不一定能得到完全相同的 $\bar{x}$ ,这表明算术平均值本身具有离散性。为了评定算术平均值的离散性,我们引入算术平均值的标准误差。

误差理论证明,算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.9)$$

式(1.9)说明,平均值的标准偏差是 $n$ 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍, $\sigma_{\bar{x}} < \sigma_x$ 。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的物理意义是:在多次测量的随机误差遵从高斯分布的条件下,测量真值处于 $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$ 区间内的概率为68.3%。

标准误差 $\sigma$ 反映一组测量数据的精密程度,而算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 反映的是算术平均值接近真值的程度。标准误差 $\sigma$ 随着测量次数 $n$ 的增加趋于稳定; $\sigma_{\bar{x}}$ 随 $n$ 的增加而减小,即测量精度随着 $n$ 的增加会有所提高。

## 1.2.4 测量精度

精度是个笼统的概念,通常用它来反映测得值与真值的差异。它与误差的大小相对应,因此,可用误差的大小来表示精度的高低。误差小则测量的精度高,误差大则测量的精度低。按误差的性质,精度又可分为以下几种:

① 精密度:表示测量结果中的随机误差大小的程度,它是指在一定条件下进行重复测量时,所得结果的相互接近程度,是描述测量重复性的。精密度高,即测量数据的重复性好,随机误差较小。

② 准确度:表示测量结果中系统误差大小的程度,用它可描述测量值接