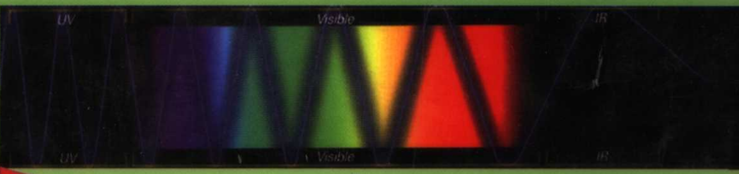
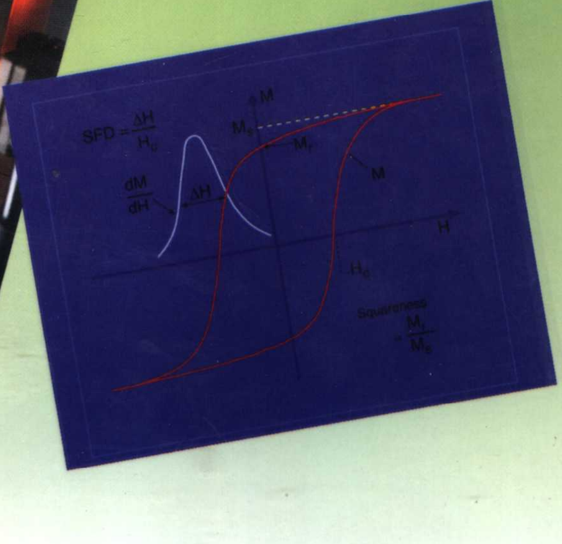
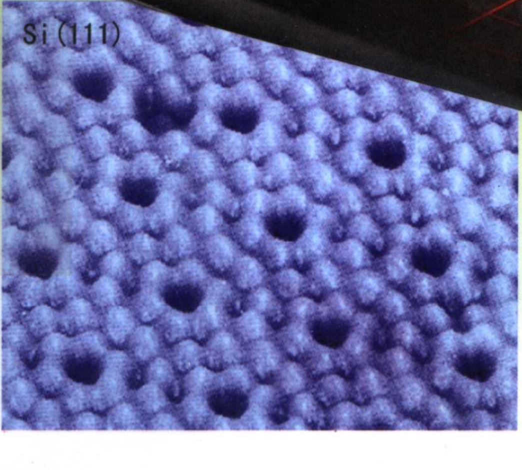
自然科学基础系列教材

物理实验

金恩培 耿完桢 赵海发 钱守仁 编







哈尔滨工业大学出版社

物理实验

金恩培　耿完桢
赵海发　钱守仁　等编

哈尔滨工业大学出版社
哈尔滨

内 容 简 介

本书是根据高等院校非物理类专业大学物理实验课程教学的基本要求，结合哈尔滨工业大学多年来对物理实验学时较少的各专业教学实践的经验编写而成。

本书介绍了测量误差及数据处理的基本知识，精选了力学、热学、电磁学、光学及近代物理共24个实验。

本书可作为高等院校对物理实验课时要求较少的各专业的物理实验教材，也可供成人教育学院、职工大学、专科生及函授生选用。

图书在版编目(CIP)数据

物理实验/金恩培，耿完桢编.—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2005.8

ISBN 7-5603-2206-9

Ⅰ.物… Ⅱ.①金…②耿… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.04-03

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第086892号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编150006
传　　真 0451-86414749
网　　址 http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷 哈尔滨市龙华印刷厂
开　　本 787×1092 1/16 印张9 字数220千字
版　　次 2005年8月第1版 2005年8月第1次印刷
书　　号 ISBN 7-5603-2206-9/O·186
印　　数 1~3 000
定　　价 16.80元

前　言

本书是根据教育部高等学校物理课程教学指导委员会制定的“高等学校大学物理实验课程教学基本要求”，在哈尔滨工业大学历年来所用的物理实验教材的基础上，尤其是近几年来通过对我校物理实验少学时专业的教学实践，经过精炼和筛选编写的物理实验简明教材。

根据对物理实验课时要求较少的各专业学生的情况和现状，本书在讲授“测量误差与数据处理”部分中，仍引入国际通用的测量不确定度的概念，但避开了繁琐的数学推导，强调物理概念及正确的测量结果的表示，力求简明扼要、易懂易学。精选出的24个实验覆盖了力学、热学、电磁学、光学和近代物理各领域。这些实验是目前我国各高等院校所开设的物理实验项目中出现最频繁的实验，是最具有代表性的实验。本书对实验原理、实验仪器、实验方法和对数据处理的要求等都写得较为详细，以便学生通过预习就能基本了解实验的物理思想及具体步骤。本书在强调传授基本实验知识的同时，还突出了对学生能力的培养和创新精神的开拓，力争使物理实验课程更好地适应新世纪人才培养模式的需要。

编者无论在全书的整体安排上，还是在某个实验的编写中，都注意了由浅入深、循序渐进的原则。每项实验内容一般按照3学时安排。在使用本教材时，可根据学时的需求，在力、热、电磁和光学各类实验中选择几个以满足教学要求。

参加本书编写的有：金恩培（测量误差与数据处理、实验一、光学实验预备知识、实验十六、实验十七、实验十八和实验二十一），耿完桢（实验七、实验十、实验十五、实验十九和实验二十四），赵海发（实验二、实验三和实验五），钱守仁（实验四、实验六、实验九和实验十四），邹立勋（实验六、实验十一、实验二十、实验二十二和实验二十三），薛洪福（电磁学实验预备知识、实验八、实验十二和实验十三）。全书由金恩培、耿完桢两位教授统稿。

本实验教材的形成，凝聚着全体任课教师和实验技术人员长期共同努力的心血。在编写过程中，我们也学习和借鉴了一些兄弟院校教学改革中值得推广的做法，在此一并致以谢意。限于我们的水平，书中难免还有许多缺点和不足，恳请读者批评指正。

编　者

2005年6月

目　录

第一章　测量误差与数据处理

第一节　测量与误差

在人类的生产、生活及科学研究等实践活动中，经常要对各种量进行测量以获得客观事物的定量信息。所谓测量，就是将待测量直接或间接地与另一个同类的已知量相比较，把后者作为计量的单位，从而确定被测量是该单位的多少倍的过程。

测量可分为直接测量与间接测量两种。凡使用测量仪器能直接测得结果的测量，如用米尺测量物体的长度、用秒表测量一段时间等都是直接测量。另外还有很多量，它们不是用仪器直接测得，而是需要先直接测量一些量，然后通过这些量间数学关系的运算才能得到结果。如测量某物体的运动速率，就是直接测量路程及通过这段路程所用的时间，然后计算得到的。这种测量叫间接测量。显然，直接测量是间接测量的基础。

一般来说，测量过程都是测试人在一定的环境条件下，使用一定的测量仪器进行的。由于仪器的结构不可能完美无缺，测试人的操作、调整及读数也不可能完全准确，环境条件的变化，如温度的波动、机械振动、电磁辐射的随机变化等也将不可避免地造成各种干扰，因此，任何测量都不能做到绝对准确。

我们把被测量在一定客观条件下的真实大小，称为该量的"真值"，记为 A_0，而把某次对它测量得到的值记为 A，那么，A 与 A_0 之差就称为测量误差。

将

$$\Delta A = A - A_0 \tag{1-1}$$

称为测量的绝对误差，

将

$$E = \frac{\Delta A}{A_0} \times 100\% \tag{1-2}$$

称为测量的相对误差。显然，绝对误差与相对误差的大小反映了测量结果的准确程度。

既然测量的结果不可避免地存在着误差，那么，我们就必需懂得，在科学实验中应如何根据对测量准确程度的需要，正确选择合适的测量方法和测量仪器，在测量过程中如何尽量减少误差，以及如何对测量结果的准确程度做出科学的评价并正确地表达出来。所有这一切，都要求每个科学工作者必须掌握有关测量误差的一些基本知识。

第二节　误差的分类

按照误差产生的原因和基本性质，可将其分为下列两类。

1. 系统误差

在相同条件下多次测量同一量时，测量结果出现固定的偏差或变化规律。即误差的大小和符号始终保持恒定，或者按某种确定的规律变化，这种误差就称为系统误差。系统误差按产生原因的不同可分为：

(1)仪器误差　由于测量所用的仪器本身的缺陷造成的误差。如仪器零点未对准，天平砝码有缺损而又未经校准等。

(2)方法误差　由于实验所依据的原理不够完善，或者测量所依据的理论公式带有近似性，或者实验条件达不到理论公式规定的要求所造成的误差。例如，单摆的周期计算公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 成立的条件是摆角趋于零，而在实验测定周期时又必然有一定的摆角，再加上公式中没有考虑空气浮力、摆线质量影响等因素，这就决定了测量结果必然存在误差。

(3)个人误差　由于测试者感觉器官的不完善或者个人不正确的习惯所造成的误差。如有的人按秒表总提前、有的人总滞后。这种误差往往因人而异并与测试者当时的心理状态有关。

(4)环境条件误差　由于外界环境因素发生变化，或者测量仪器规定的适用条件没有满足所造成的误差。例如，规定应该水平放置的电表而直立着测量所造成的读数误差。

由此可见，系统误差产生的原因往往是可知的，它的出现一般也是有规律的。因此，在实验前应该对测量中可能产生的系统误差作充分的分析和估计，并采取必要的措施尽量消除其影响。测量后应该设法估计未能消除的系统误差之值，并对测量结果加以修正。

2. 偶然误差

在相同的实验条件下测量同一物理量时，如果已经精心排除了系统误差产生的因素，发现每次测量结果都不一样，测量误差或大或小、或正或负，完全是随机的。初看起来显得毫无规律，但当测量次数足够多时，可以发现，误差的大小以及正负误差的出现都是服从某种统计分布规律的。我们称这种误差为偶然误差。

偶然误差主要是由于测量过程中一些偶然的或不确定的因素所引起的。例如，电源电压的波动、外界电磁场干扰、气流扰动或无规则的振动以及测试者个人感官功能的偶然起伏等。这些因素一般无法预知，也难以控制。所以，测量过程中偶然误差的出现带有某种必然性和不可避免性。有时也称偶然误差为随机误差。

第三节　偶然误差的处理

本节只讨论在系统误差已经被减弱到足以被忽略的情况下，对偶然误差的处理过程。

1. 偶然误差的正态分布规律

对某一物理量在相同条件下进行 n 次重复测量，由于偶然误差的存在，测量结果 A_1，$A_2,\cdots,A_n$ 一般都存在着一定的差异。如果该物理量的真值为 A_0，则根据误差的定义，各次测量的误差为

$$x_i = A_i - A_0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{1-3}$$

大量实践证明，偶然误差 x_i 的出现是服从一定的统计分布——正态分布(高斯分布)规律的，亦即对于大多数物理测量具有以下性质：

(1) 绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小;

(2) 大小相等、符号相反的误差出现的概率相等;

(3) 非常大的正、负误差出现的概率趋近于零;

(4) 当测量次数非常多时,由于正负误差互相抵消,各误差的代数和趋近于零。

2. 测量列的平均值

由于偶然误差的可抵偿性,即在相同的测量条件下对同一物理量进行多次重复测量,误差的代数平均值随着测量次数的增加而逐渐趋于零。用测量列 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 表示对物理量 A 进行 n 次 测量的值,那么

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 - A_0 \\ x_2 &= A_2 - A_0 \\ &\vdots \\ x_n &= A_n - A_0 \end{aligned}$$

将以上各式相加得

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} A_i - nA_0$$

由于

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

因此有

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i}{n} = A_0$$

而

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} A_i}{n} = \bar{A}$$

可见,测量次数越多,算术平均值 $\bar{A}$ 越接近真值 A_0。因此,可以用算术平均值 $\bar{A}$ 作为真值 A_0 的最佳估计值。

3. 有限次测量的标准偏差

可以证明,当测量次数为有限时,可以计算出该测量列的标准偏差

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (A_i - \bar{A})^2}{n - 1}} \tag{1-4}$$

有时也简称 S_A 为标准差。

4. 有限次测量算术平均值的标准偏差

对 A 的有限次测量的算术平均值 $\bar{A}$ 也是一个随机变量。即对 A 进行不同组的有限次测量,各组结果的算术平均值一般是不会相同的,彼此总会有所差异。因此,也存在标准偏差,用 $S_{\bar{A}}$ 表示。可以证明,$S_{\bar{A}}$ 与 S_A 具有下列关系

$$S_{\bar{A}} = \frac{S_A}{\sqrt{n}} \tag{1-5}$$

上式的概率意义表明，测量量的真实值 A_0 落在 $\bar{A}-S_{\bar{A}}$ 到 $\bar{A}+S_{\bar{A}}$ 范围内的可能性为68.3%，落在 $\bar{A}-2S_{\bar{A}}$ 到 $\bar{A}+2S_{\bar{A}}$ 范围内的可能性为95.5%，而落在 $\bar{A}-3S_{\bar{A}}$ 到 $\bar{A}+3S_{\bar{A}}$ 范围内的可能性为99.7%。另外，在实际测量中，测量次数 n 一般取5到10多次。

例　用天平测一物体的质量，共称九次，测量值如下。如不考虑系统误差，计算 $\bar{m}$，S_m，$S_{\bar{m}}$。

m(g)：187.9，187.2，187.5，187.1，187.0，187.3，187.8，187.6，187.7。

解

$$\bar{m}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}m_i=187.5(\mathrm{g})$$

$$S_m=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(m_i-\bar{m})^2}{n-1}}=0.3(\mathrm{g})$$

$$S_{\bar{m}}=\frac{S_m}{\sqrt{n}}=\frac{0.3}{\sqrt{9}}=0.1(\mathrm{g})$$

第四节　系统误差的处理

系统误差较之偶然误差的处理要复杂得多。这主要是由于在一个测量过程中，系统误差与偶然误差是同时存在的，而且实验条件一经确定，系统误差的大小和方向也就随之确定了。在此条件下，进行多次重复测量并不能发现系统误差的存在。可见，发现系统误差的存在就不是一件容易的事，再进一步寻找其原因和规律以至进一步消除和减弱它，就更为困难了。因此，在实验过程中，就没有像处理偶然误差那样的简单数学过程来处理系统误差，只能靠实验工作者坚实的理论基础、丰富的实践经验及娴熟的实验技术，遇到具体的问题进行具体的分析和处理。

那么，对系统误差的处理对初学者来说是不是就束手无策了呢？不是这样。我们先从一些简单、明显的情况出发，一方面对系统误差加深认识，同时，也学习一些简单的处理方法。随着知识的增加、经验的丰富，处理系统误差的能力就会得到不断的提高。下面结合几个具体例子来介绍处理简单系统误差的方法。

在物理实验中，可以把常见的系统误差分为两种。一种是可定系统误差，另一种是未定系统误差。

1. 可定系统误差的处理

这种系统误差的特点是，它的大小和方向是确定的，因此，可以消除、减弱或修正。如实验方法和理论的不完善引起的系统误差以及实验仪器零点发生偏移等，都属于这种类型。

例　伏安法测电阻

由于实验所用的电流表和电压表都具有内阻，因此，只用电压表的读数 V 和电流表的读数 I，通过计算公式 $R=V/I$ 来计算电阻，就会引入系统误差。如果认为电表的仪器误差很小，那么，这个误差主要是由于测量方法所引起的，是一种可定的系统误差。为了消除、减弱或修正这一误差，可采取下面几种不同的处理方法。

寻找其他的测量方法，如用电桥平衡法测量电阻，这样就可以消除由于方法不当所引起

的系统误差。如果方法不变，仍采用伏安法测电阻，那就要将待测电阻的阻值与有关电表的内阻进行比较，决定采用电流表内接还是外接以减小系统误差。除此之外，还可以从实验结果上加以修正，来消除由于系统误差的存在对测试结果的影响。

2. 未定系统误差的处理

实验中使用的各种仪器、仪表，各种量具，在制造时都有一个反映准确程度的极限误差指标，习惯上称之为仪器误差，用 $\Delta_{仪}$ 来表示。这个指标在产品说明书中都有明确的说明。例如50g的三等砝码，计量部门规定其极限误差为2mg，即 $\Delta_{仪}=2mg$。再如，电学实验中常用的电表，如果量程为 X_n，准确度等级为 K，则有 $\Delta_{仪}=X_nK\%$。对每种仪器误差的规定在每一个具体实验中都要介绍，在此不一一赘述。一般来说，仪器误差是构成测量过程中未定系统误差的重要成分。

从原则上讲，由于仪器的不准确而引起的系统误差，其大小和方向都应是确定的。那么，为什么还称其为未定的系统误差呢？其原因是，在使用某件仪器前，只知道 $\Delta_{仪}$，但这一指标只代表误差的极限范围。如上面提到的50g的砝码，在使用中只知道其误差不会超过 $\pm 2mg$，并未确切说是正还是负，也未说明大小到底是多少。如果想知道这些确切指标，必须用准确度等级较高的仪器进行校验。但在实验教学或一般使用中不可能也没有必要这样做。

未定系统误差的含义很广，远不止仪器误差一种。至于其他的未定系统误差，以后遇到时再加以介绍，对未定系统误差的处理也在后面介绍。

第五节　测量结果的不确定度

对一个量测量后，应给出测量结果并对测量的质量作出评价。根据定义，误差是指测量值与真值之差，由于真值是无法知道的，因此误差也是无法知道的。而不确定度是表征对被测量量的真值在某个量值范围的一个评定，因此，用它取代误差来评价测量结果的质量，显得更科学、合理。目前，在国外不确定度已普遍被采用，在国内也逐步推行。在物理实验课中，也将用不确定度的形式来表示测量结果。但是已将问题进行理想化与简单化处理，使初学者有一个基本概念，为以后的学习和应用打下一个良好的基础。

1. 不确定度的基本概念

测量结果不确定度是对被测量量的真值所处量值范围的评定。不确定度反映了测量量的平均值附近的一个范围，真值以一定的概率落在其中。不确定度越小，标志着误差的可能值越小，测量的可信赖程度越高；不确定度越大，标志着误差的可能值越大，测量的可信赖程度越低。

2. 不确定度的分类及其性质

测量结果与很多量有关，所以测量结果的不确定度来源于若干因素，这些因素对测量结果形成若干不确定度分量。按照评定方法，不确定度分量可分为两类：一类是用统计的方法评定的不确定度，称为 A 类不确定度，用 S_i 表示（脚标 i 代表 A 类不确定度的第 i 个分量）；另一类是用非统计的方法评定的不确定度，称为 B 类不确定度，用 u_j 表示（脚标 j 代表 B 类不确定度的第 j 个分量）。用不确定度来评价测量的结果，是将测量结果中可修正的可定系

统误差修正以后，再将剩余的误差划分为可以用统计方法计算的 A 类不确定度和用非统计的方法估算的 B 类不确定度来表示。

实际上，我们对 A 类不确定度并不陌生。因为求算这类不确定度时，就是直接对多次测量的数值进行统计计算，求其平均值的标准偏差。即 A 类不确定度主要体现在用统计的方法处理偶然误差。

B 类不确定度主要体现在对未定系统误差的处理上。求算这类不确定度时不是直接对多次测量的数值进行统计计算，而是用其他方法先估算极限误差的大小，极限误差可表示为

$$\text{极限误差} = C \times \text{标准偏差}$$

然后再根据该项误差服从的分布规律而确定出置信系数 C，从而求出所对应的标准偏差。这项标准偏差就是 B 类不确定度。在物理实验课中，遇到最多的未定系统误差是仪器误差。仪器误差也服从一定的分布规律，最常见的是正态分布和均匀分布。对误差服从正态分布的测量仪器，C 值取 3；而对误差服从均匀分布的测量仪器，C 值取$\sqrt{3}$。

所谓均匀分布是指在测量值的某一范围内，测量结果取任一可能值的概率相等，而在该范围外的概率为零。若对某类仪器误差的分布规律一时难以判断，则可近似地按均匀分布处理。

对同一量进行多次重复测量，测量结果一般都含有 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量。在简单的情况下，如各分量相互独立变化，则测量结果的合成不确定度可表示为

$$U = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2 + \sum_{j=1}^{n} u_j^2} \tag{1-6}$$

式中，m 和 n 分别是 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量的个数。

第六节　直接测量量的结果表示

对物理量 A 进行测量，如果可定的系统误差已经消除或修正，则测量结果可表示为

$$\boxed{\begin{gathered} A = \bar{A} \pm U \\ E = \frac{U}{\bar{A}} \times 100\% \\ (\text{置信概率 } P = 68.3\%) \end{gathered}} \tag{1-7}$$

式中，U 是合成不确定度，E 为相对不确定度。E 经常以百分数表示，也可以用小数表示。

式(1-7)所表示的概率意义是，测量量 A 的真实值落在$[\bar{A}-U, \bar{A}+U]$区间的概率为 68.3%。下面举例说明。

例　用 50 分度卡尺重复测一长度 L，得到 6 次测量的结果(单位为：mm)：139.70，139.72，139.68，139.70，139.74，139.72。写出测量结果的表达式。

解　50 分度卡尺的仪器误差 $\Delta_{仪} = 0.02$(mm)，B 类不确定度分量 u_j 仅由卡尺的误差引起且卡尺的误差服从均匀分布，所以

$$u_1 = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.012(\text{mm})$$

测量量 L 的平均值为

$$\bar{L} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} L_i = 139.71(\mathrm{mm})$$

而 A 类不确定度分量 S_i 也仅有一项 S_1，其可通过计算 L 平均值的标准偏差求得

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(L_i - \bar{L})^2}{6(6-1)}} = 0.008\,6(\mathrm{mm})$$

合成不确定度为

$$U = \sqrt{S_1^2 + u_1^2} = \sqrt{0.009^2 + 0.012^2} = 0.015(\mathrm{mm})$$

测量的结果表示为

$$L = \bar{L} \pm U = 139.71 \pm 0.02(\mathrm{mm})$$

$$E = \frac{U}{\bar{L}} \times 100\% = \frac{0.015}{139.71} \times 100\% = 0.01\%$$

（置信概率 $P = 68.3\%$）

第七节　间接测量量的结果表示

在科学研究和工程实际中遇到的大量问题都是间接测量问题，因此研究间接测量量不确定度的传播规律及测量结果的表示有着重要的意义。

1. 间接测量量的平均值

设间接测量量 Y 是各直接测量量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的函数，一般可写为

$$Y = f(X_1, X_2, \cdots, X_n) \tag{1-8}$$

那么，间接测量量的平均值可表示为

$$\bar{Y} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \cdots, \bar{X}_n) \tag{1-9}$$

例如，测量圆柱体的体积计算公式是

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

其中，底面直径 d 与圆柱体的高 h 是直接测量量，体积 V 是间接测量量。当 d 与 h 的平均值计算出来后，体积的平均值就是

$$\bar{V} = \frac{\pi \bar{d}^2 \bar{h}}{4}$$

2. 间接测量量的不确定度

为研究问题简单起见，我们假定，决定间接测量量的各直接测量量相互之间彼此独立，且各直接测量量的合成不确定度为 $U_1, U_2, \cdots, U_n$，由误差理论可以证明，间接测量量的绝对合成不确定度的计算公式为

$$U = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2 U_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2 U_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2 U_n^2} \tag{1-10}$$

3. 间接测量量的结果表示

间接测量量 Y 的最终结果应表示为

$$\boxed{\begin{gathered} Y = \bar{Y} \pm U \\ E = \frac{U}{\bar{Y}} \times 100\% \\ (\text{置信概率 } P = 68.3\%) \end{gathered}} \tag{1-11}$$

式(1-11)所表示的置信概率仍然为 68.3%。在写间接测量量的结果表示式的过程中,可归纳以下几个步骤:

(1)计算各直接测量量的平均值 $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \cdots, \bar{X}_n$;

(2)再计算出各直接测量量的合成不确定度 $U_1, U_2, \cdots, U_n$;

(3)将各直接测量量的平均值代入式(1-9)中算出间接测量量的平均值 $\bar{Y}$;

(4)将各直接测量量的平均值与合成不确定度代入式(1-10)中,计算间接测量量的合成不确定度 U。

例 圆柱体的体积的表达式为

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 h$$

且已测出底面直径 d 和高 h 的结果分别为

$$d = 23.24 \pm 0.02 \ (\text{mm})$$
$$h = 60.10 \pm 0.01 \ (\text{mm})$$

请写出测量圆柱体体积的结果表示

解 $\bar{V} = \frac{\pi}{4} \bar{d}^2 \bar{h} = \frac{\pi}{4} \times 23.24^2 \times 60.10 = 25\,480.99 \ (\text{mm}^3)$

由式(1-10)推出间接测量量 V 的合成不确定度

$$U_{\bar{V}} = \sqrt{(\frac{\pi}{2} \bar{d}\, \bar{h})^2 U_{\bar{d}}^2 + (\frac{\pi}{4} \bar{d}^2)^2 U_{\bar{h}}^2} =$$

$$\sqrt{(\frac{\pi}{2} \times 23.24 \times 60.10)^2 \times 0.02^2 + (\frac{\pi}{4} \times 23.24^2)^2 \times 0.01^2} = 44.06 \ (\text{mm}^3)$$

则

$$V = (254.81 \pm 0.44) \times 10^2 (\text{mm}^3)$$
$$E = 0.17\% \qquad (P = 68.3\%)$$

第八节 有效数字及其运算规则

1. 有效数字的概念

测量的结果一般都是用一系列数字表示的。有效数字就是表示测量或计算结果的数字,它由几位可靠数字和最后一位可疑数字组成。例如,测量长度用的钢板尺的最小分度是毫米,用它测量某物体 A 的长度,若发现 A 比 143mm 长约半个刻度,则测量结果可以记为 143.5mm。这四位数字中,143 三位数是准确读得的,因此是可靠的,称之为可靠数字。而末

位数5这一位是估计出来的，若换一个人来读数，也可能估计成4或6，称这样的数字为可疑数字。显然，可疑数字是包含有误差的数字。在测量中，记录到的可靠数字和末位的可疑数字均为有效数字。对有效数字的处理应遵循以下原则。

(1)对于直接测量，测量结果的有效数字的位数与测量仪器的最小分度值有密切关系。一般来说，必须读到仪器最小分度值的下一位上。当然，这最后一位的数字是估计出来的。如用米尺测量某物体的长度，若它的末端正好与123刻度线相重合，这时就必须把测量结果记为123.0mm，而不能笼统地记为123mm。从数字的概念上看，123.0与123是一样大的数值，前者小数点后面的“0”似乎没有保留的价值，但从测量及其误差的角度来看，它却表示了测量进行到了这一位，只不过把它估计为“0”而已。因此，“123.0mm”既准确地表达了测得的数值，又粗略地反映了测量的精确程度。

(2)测量单位的变化只改变有效数字中的小数点的位置，而有效数字的位数仍保持不变。例如，长度10.50mm是四位有效数字，若改用“米”为单位，则应计为0.010 50m。由于非零数字之前的“0”不算有效数字，而在非零数字之间或之后的“0”都是有效数字，因此，这时有效数字0.010 50的位数仍为四位。在进行单位换算时，要避免把上例中的长度写成10 500μm，因为这就无故增加了有效数字的位数。以后遇到测量结果对某一单位数值过大或过小时，必须用科学记数法表达，即把数字写成10的方幂的标准形式。如10 500μm可以写成$1.050\times10^4\mu m$或$1.050\times10^{-2}m$。

(3)无论直接或间接测量的结果，其主值(平均值)位数取舍的依据是，它的末位必须与误差所在的位对齐。如测某长度的平均值为18.956mm，而不确定度是0.04mm，则最后结果应写为18.96 ± 0.04mm。

(4)本课程要求，在测量结果的表示中，绝对不确定度与相对不确定度取1～2位有效数字，在中间运算过程中为避免舍入误差过大，也可多取几位。

2. 有效数字的运算规则

有效数字是由可靠数字与可疑数字组成的，当两个有效数字进行运算时，应遵循以下原则。

(1)可靠数字与可靠数字相运算，其结果仍为可靠数字；

(2)可靠数字与可疑数字或可疑数字之间相运算，其结果均为可疑数字；

(3)运算的结果只保留一位可疑数字，末尾多余的可疑数字取舍时，可按“四舍五入”的规则进行；

(4)在运算中，无理数，如π、$\sqrt{2}$等，以及常系数，如2、1/2等的位数可以认为是无限制的。

例 两个有效数字的加、减运算(数字下面加下划线表示可疑数字)

$$\begin{array}{r} 97.\underline{4} \\ +\quad 6.23\underline{8} \\ \hline 103.\underline{6}\underline{3}\underline{8} \end{array}$$

应写为$103.\underline{6}$

$$\begin{array}{r} 21\underline{7} \\ -\quad 14.\underline{8} \\ \hline 20\underline{2}.\underline{2} \end{array}$$

应写为$20\underline{2}$

可见，两个或两个以上数相加、减时，所得结果的最后一位数只保留到所有参加运算数据中都有的最后那一位为止。

例 两个有效数字的乘、除运算

$$
\begin{array}{r}
13.\underline{6} \\
\times\ 1.\underline{6} \\
\hline
\underline{8}\underline{1}\underline{6} \\
13\underline{6} \\
\hline
2\underline{1}.\underline{7}\underline{6}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
2.45\underline{3} \\
\times\ 6.\underline{2} \\
\hline
\underline{4}\underline{9}\underline{0}\underline{6} \\
1471\underline{8} \\
\hline
15.\underline{2}\underline{0}\underline{8}\underline{6}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
39\underline{2} \\
12\underline{3}\,\overline{)\,4821\underline{6}} \\
36\underline{9} \\
\hline
11\underline{3}1 \\
110\underline{7} \\
\hline
\underline{2}\underline{4}\underline{6} \\
\underline{2}\underline{4}\underline{6} \\
\hline
0
\end{array}
$$

应写为$2\underline{2}$　　　　应写为$15.\underline{2}$　　　　应写为$39\underline{2}$

两个位数不同的有效数字相乘(或相除)时,其结果的有效位数与参与运算的二数字中有效数字位数最少者相同,但是,如二数字中的第一位数字的相乘积加上后面进上来的数大于10时,积的位数应多取一位。上例中$2.45\underline{3}$是四位有效数字,$6.\underline{2}$为二位,而这两个乘数的第一位数2和6的乘积已大于10,因此乘积(已取三位)比乘数中位数最少的$6.\underline{2}$(二位有效数字)多一位。

从有效数字的运算规则可见,有效数字进行运算时,其结果的有效数字的位数应取得恰当。取少了会带来附加的计算误差,降低结果的精确程度;取多了,从表面看似乎精度很高,实际上毫无意义,反而给人以错误的印象和带来不必要的麻烦。

第九节　实验数据的列表法、图示法与图解法

物理实验除了对物理量进行测量外,有时还要研究几个物理量之间的相互关系、变化规律,以便从中找出它们之间的内在联系和确定的关系。因此,对实验数据正确的记录、合理的分类、画出简单的图线以及由图线上求出一些有用的量将是非常必要的。为了这个目的,下面介绍一下实验数据的列表法、图示法及图解法。

1. 列表法

列表是有序记录原始数据的必要手段,也是用实验数据显示函数关系的原始方法。在记录和处理数据时,常常将数据列成表,这不但可以粗略地看出有关量之间的变化规律,还便于对比检查测量结果和运算结果是否合理。数据列表记录和处理时,应遵循下列原则。

(1)在表格的上方写出表格的标题;

(2)各栏目均应标注名称和单位;

(3)列入表中的主要是原始数据,有时,处理过程中的一些重要的中间运算结果也可列入表中;

(4)若是有函数关系的测量数据,则应按自变量由小到大或由大到小的顺序排列。

例 列表表示伏安法测电阻的测量数据。

解 由小到大依次将测量的电流值和电压值列入表1-1中。

表1-1　电阻R的伏安关系

V/V	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00
I/mA	0.50	1.02	1.49	2.05	2.51	2.98	3.52	4.00	4.48

2. 图示法

利用图线表示被测物理量以及它们之间的变化规律，这种方法称为图示法。它比用表格表示数据更形象、更直观。上面表格中所列的电压和电流之间的关系就可用图 1－1 的直线表示。

(1)图示法的优点

a.各物理量之间的关系和变化规律可由图线直观地反映出来。如图 1－1 就清楚地告诉我们，电阻上的电流与电压成线性关系。其它如函数的周期变化关系、最大值、最小值、转折点等，用图线表示，可一目了然。

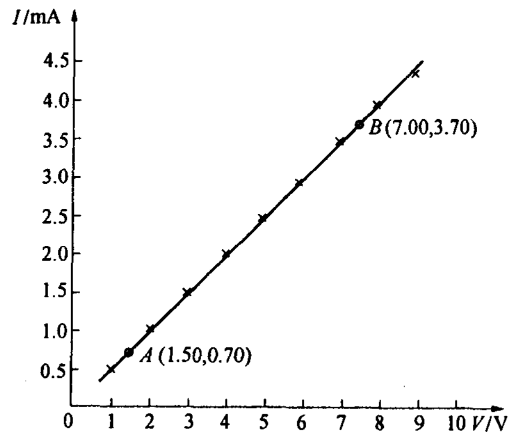


图 1－1　电阻伏安关系图线

b.在所作图线上可直接读出没有进行测量的某个数据，在一定条件下还可以从图线的延伸部分外推读得测量范围以外的数值。

c.从所作图线的斜率、截距等量中还可求出某些其他的待测量。例如，通过求出图 1－1 直线的斜率，就可得知电阻 R 的大小。

(2)实验图线的作图程序及注意事项

a.选择种类合适的坐标纸。实验图线必须用坐标纸绘制，常用坐标纸有直角坐标纸、对数坐标纸等，应根据要表示的函数性质正确选用。

b.选取坐标轴并标出各轴所代表的物理量，即标明轴的名称。一般以横轴表示自变量，纵轴表示因变量。

c.根据实验数据的分布范围确定坐标轴的起始点(原点)与终值。起始点不一定从零开始。

d.选取各坐标轴每一小格代表物理量的数值。在坐标轴上应标出各整数标度和所用的单位。一般来说，应该使坐标轴的最小格所代表物理量的数值与实验数据有效数字中最后一位可靠数字对应，以保证数据中的有效数字都能在图上得到正确的反映，而不致于在作图过程中降低实验的准确度。

e.检查一下这样选定的坐标轴标度范围比例是否恰当。一般来说，应该使实验图线充分占据全部图面。如果实验图线只是一条直线，那就应该使它的倾角接近 45°。

f.根据实验数据，在图上用“×”或“＋”等符号标出各实验数据点。在绘出图线后，这些点仍需保留在图上，不应擦掉。

g.根据实验点的分布，画出光滑图线。由于各实验点代表测量得到的数据，具有一定误差，而实验图线具有“平均值”的含义，所以，图线并不一定通过所有的数据点，而应该使数据点大致均匀地分布在所绘图线的两侧。

h.一般在横轴的下方或图的其他地方注明图线名称。

i.要用直尺、图线尺或图线板等画图，所画图线必须光滑、整洁。

3. 图解法

通过图示法得到的测量量之间的图线关系，求出有物理意义的量，将这一实验数据的处