

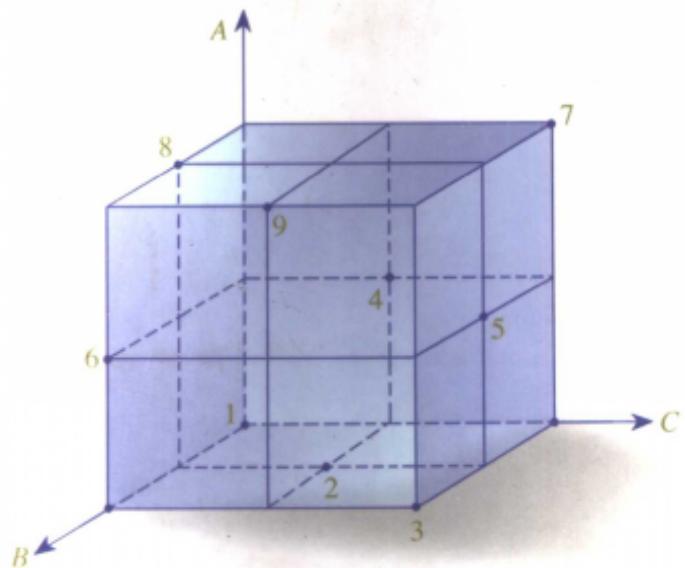


高等教育

全国高等农林院校教材

概率论与数理统计

邵崇斌 主编



中国林业出版社

责任编辑 / 洪 蓉 牛玉莲 封面设计 / 忠信工作室

ISBN 7-5038-3447-1

9 787503 834479 >

ISBN 7-5038-3447-1

定价：36.00元

全国高等农林院校教材

概率论与数理统计

邵崇斌 主编

中国林业出版社

内 容 简 介

本书是高等农林院校“十五”规划教材，可作为农学、林学类、环境类、农林经济类、农业工程、林业工程类、地理信息系统类专业的“概率论与数理统计”或“数理统计与试验设计”课程教材。内容由概率论、数理统计、试验设计和统计分析中的数据处理4个部分构成，包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、数字特征、参数估计、假设检验、方差与回归分析、常用的试验设计方法与统计分析软件的介绍。

本书论述力求严谨，通俗易懂，内容全面。注重统计方法的思路及实际应用，也可作为相关专业及农林科技工作者的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计/邵崇斌主编. —北京：中国林业出版社，2003. 9

全国高等农林院校教材

ISBN 7-5038-3447-1

I. 概… II. 邵… III. ①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 053865 号

中国林业出版社·教材建设与出版管理中心

电话：66170109 66181489 传真：66170109

出版 中国林业出版社（100009 北京西城区刘海胡同 7 号）

E-mail：cfphz@public.bta.net.cn 电话：66184477

发行 新华书店北京发行所

印刷 北京市昌平百善印刷厂

版次 2004 年 1 月第 1 版

印次 2004 年 1 月第 1 次

开本 850mm×1168mm 1/16

印张 27.75

字数 600 千字

印数 1~5000 册

定价 36.00 元

凡本书出现缺页、倒页、脱页等质量问题，请向出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

全国高等农林院校“十五”规划教材

《概率论与数理统计》编写人员名单

主编 邵崇斌

副主编 徐钊 李任波 徐雁南

编写人员 (按姓氏笔画为序)

李任波 (西南林学院)

连 坡 (西北农林科技大学)

邵崇斌 (西北农林科技大学)

罗锡春 (西南林学院)

张雅文 (山西农业大学)

张远迎 (西北农林科技大学)

张忠义 (河南农业大学)

杨俊霞 (河北农业大学)

郭满才 (西北农林科技大学)

徐聪全 (西南林学院)

徐雁南 (南京林业大学)

徐 钊 (西北农林科技大学)

前言

概率论与数理统计是应用数学的分支，是研究随机现象的规律性，有效地收集和处理带有偶然性数据的有力工具，应用于各领域、各学科的研究和生产实践中，特别是随着计算机技术的发展和普及，其应用越来越广泛。

本教材根据农林院校本科学制和专业的特点与要求，在内容的选取上力求贯彻“少而精”和理论联系实际的原则，吸收了编著者及同行学者教学与科研工作中的成果。在编写方法上力求结构严谨，思路清晰，不拘泥于繁杂的数学推导，但又不失理论的完整性与系统性。突出基本概念、原理、基本方法及其应用。为了拓宽学生的知识面和培养实际应用能力，简单地介绍了概率论与数理统计学科中 Bayes 学派的一些观点与方法和现代统计方法的内容及发展趋势，并指出了统计方法在实际应用中应注意的问题。

本教材是分工与合作的结果。编者相互交流教学经验，认真讨论仔细研究编写提纲，分工写出初稿，再由主编与副主编集体讨论修改。全书共分为 3 大部分 11 章。第 1 部分为概率论，内容有随机事件与概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征与极限定理；第 2 部分为数理统计，主要内容有参数估计、假设检验、方差分析与回归分析；第 3 部分为试验设计；最后介绍了统计分析的数据处理常用软件及其应用。我们之所以这样安排内容，是为了适应当前农林院校开设的概率论、概率论与数理统计、数理统计与试验设计课程的需要，可根据课时多少，选学其中的相关部分。由于本书涵盖的内容广泛而全面，所以既可作为教材，亦可用作参考书，学生在需要时，可轻而易举地找到自己所需的知识。

参加编撰的有西南林学院李任波、罗锡春、徐聪全（第 2 章、第 6 章），南京林业大学徐雁南（第 3 章），山西农业大学张雅文（第 7 章），河南农业大学张忠义（第 8 章），河北农业大学杨俊霞（第 10 章），西北农林科技大学连坡（第 1 章）、邵崇斌（第 4 章）、张远迎（第 5 章）、徐钊（第 9 章）、郭满才（第 11 章）。最后在副主编徐钊、李任波、徐雁南的协助下，由主编邵崇斌统稿。

袁志发教授审阅了全书初稿，提出了许多很好且中肯的修改意见。中国林业出版社及西北农林科技大学、南京林业大学、西南林学院、山西农业大学、河北农业大学、河南农业大学对本教材给予资助、支持与帮助。在此，我们谨向袁志发教授及以上单位表示衷心的感谢。书中不当以至谬误之处，在所难免，请同行专家及读者不吝指教。

编 者

2003 年 6 月

PREFACE

Probability and mathematical statistics is a branch of applied mathematics, which studies the laws of random phenomenon. It is an effective tool for collecting and processing the fortuitous data and has been applied in the research of every field and every subject and in the production practice. Especially, with the development and popularization of the computer technology, it has been used wider and wider.

According to the characters and the needs of undergraduate programs and majors in agriculture and forestry universities, the textbook's contents adhere to the principles of "being refined and perfect" and linking theory with practice. The book absorbs many achievements made by peers scholars in their teaching and research. In terms of compilation, the compilers try to make the structure compact, reasoning clear, and theoretical system complete and integrated without being confined in the complex mathematic deduction, which highlights the basic conceptions, theories, methods and their applications. In order to widen students' scope and develop their practical abilities, the textbook gives general introduction to some opinions and methods of Bayes school in probability and mathematical statistics and describes modern statistical methods and its developing trend. In addition, some problems in the practical use of statistical methods have been pointed out.

This textbook is a result of cooperation. The compilers of the book exchanged their teaching experience each other, discussed thoroughly and study carefully about the outline, and then worked out first drafts respectively. The final version was discussed and modified in group headed by chief compilers and vice chief compilers. This book is divided into 3 main sections containing 11 chapters. Section one is probability, which includes random event and probability, random variable and its distribution, numerical characters and limit theorem. Section Two introduces mathematical statistics, which covers parameter estimation, hypothesis test, variance analysis and regression analysis. Section three outlines the experiment design. At the end of the book, the compilers introduce some frequently-used softwares that are applied to process data in the statistical analysis and their applications. The arrangement of the content made like this way in this order is to meet the current requirements of the courses of Probability, Probability and Mathematical Statistics, Mathematical Statistics and Experiment Design in higher

agriculture and forestry Colleges and Universities. Teachers and students can choose relevant parts to teach and study according to class hours. As a textbook or reference book, it contains extensive and comprehensive contents in which students can easily find the knowledge they need.

All compilers of this book are as follows: Li Renbo, Luo xichun, Xu Chongquan from Southwest Forestry College (chapter two, chapter six), Xu Yannan from Nanjing Forestry University (chapter three), Zhang Yawen from Shanxi Agricultural University (chapter seven), Zhang Zhongyi from Henan Agricultural University (chapter eight), Yang Junxia from Hebei Agricultural University (chapter ten), Lian Po (chapter one), Shao Chongbin (chapter four), Zhang Yuanying (chapter five), Xu Zhao (chapter nine), Guo Mancai (chapter eleven) from Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry. At last, all the materials are arranged by Prof. Shao Chongbin with aid of Xu Zhao, Li Renbo and Xu Yannan.

We thank Prof. Yan Zhifa heartedly for his reviewing all the first drafts and putting forwards a lot of good and proper advices for revision. Appreciation is also expressed to China Forestry Publishing House and Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry, Nanjing Forestry University, Southwest Forestry College, Shanxi Agriculture University, Hebei Agriculture University, Henan Agriculture Univesity, for their support and fund offering. Surely, there must be some mistakes in the textbook, became of limited perceptions, comments or suggestions are sincerely welcome.

Compilers

2003. 06

目 录

前 言

第 1 章 随机事件及其概率	(1)
§ 1.1 随机试验与随机事件	(1)
§ 1.2 随机事件的概率	(6)
§ 1.3 概率的性质	(11)
§ 1.4 条件概率与事件的独立性	(14)
§ 1.5 全概率公式和贝叶斯公式	(19)
§ 1.6 独立试验概型	(23)
习题 1	(25)
本章可供参考书目	(28)
第 2 章 随机变量及其概率分布	(29)
§ 2.1 随机变量及其分布函数	(29)
§ 2.2 一维随机变量及其概率分布	(32)
§ 2.3 多维随机变量及其概率分布	(35)
§ 2.4 条件分布与随机变量的独立性	(42)
§ 2.5 随机变量函数的概率分布	(46)
§ 2.6 几种常用的概率分布	(52)
习题 2	(60)
本章可供参考书目	(63)
第 3 章 随机变量的数字特征	(64)
§ 3.1 数学期望	(64)
§ 3.2 方差	(75)
§ 3.3 协方差与相关系数	(81)
§ 3.4 矩与协方差阵	(85)
习题 3	(88)
本章可供参考书目	(90)

第 4 章 大数定理及中心极限定理	(91)
§ 4.1 大数定理	(92)
§ 4.2 中心极限定理	(95)
习题 4	(98)
本章可供参考书目	(98)
第 5 章 数理统计的基本概念	(99)
§ 5.1 总体、样本及统计量	(99)
§ 5.2 χ^2 分布 t 分布 F 分布	(105)
§ 5.3 抽样分布	(112)
习题 5	(118)
本章可供参考书目	(119)
第 6 章 参数估计	(120)
§ 6.1 参数估计的基本概念与理论	(120)
§ 6.2 总体均值的估计	(130)
§ 6.3 总体方差的估计	(138)
§ 6.4 总体频率的估计	(142)
§ 6.5 关于参数估计的几个问题	(148)
习题 6	(153)
本章可供参考书目	(156)
第 7 章 假设检验	(157)
§ 7.1 问题的提法和基本概念	(157)
§ 7.2 正态总体均值的检验	(159)
§ 7.3 正态总体方差的检验	(167)
§ 7.4 非正态总体均值与频率检验	(174)
§ 7.5 非参数检验	(181)
§ 7.6 假设检验中的几个问题	(187)
习题 7	(194)
本章可供参考书目	(196)
第 8 章 方差分析	(197)
§ 8.1 方差分析的有关概念及基本思路	(197)
§ 8.2 单因素方差分析	(200)
§ 8.3 多重比较	(210)
§ 8.4 双因素方差分析	(215)
§ 8.5 数据转换与漏失数据的弥补	(234)

习题 8	(238)
本章可供参考书目	(241)
第 9 章 回归分析	(242)
§ 9.1 回归分析的基础概念	(242)
§ 9.2 一元线性回归	(245)
§ 9.3 一元线性回归的显著性检验	(250)
§ 9.4 残差分析及预报	(254)
§ 9.5 可线性化的一元非线性回归	(261)
§ 9.6 多元线性回归	(266)
习题 9	(280)
本章可供参考书目	(282)
第 10 章 试验设计	(283)
§ 10.1 试验设计的基本概念与要求	(283)
§ 10.2 随机试验设计与拉丁方设计	(286)
§ 10.3 平衡不完全区组设计	(296)
§ 10.4 裂区设计	(300)
§ 10.5 正交试验设计	(305)
§ 10.6 协方差分析	(320)
习题 10	(328)
本章可供参考书目	(328)
第 11 章 统计分析中的数据处理	(329)
§ 11.1 利用电子表格 Excel 进行统计分析	(329)
§ 11.2 应用统计软件 SPSS 进行统计分析	(353)
§ 11.3 统计软件 SAS 简介	(377)
本章可供参考书目	(381)
参考文献	(382)
附录 常用的统计网站	(383)
附表	
1. 标准正态分布表	(384)
2. 二项分布参数 p 的置信区间表	(385)
3. 泊松 (Poisson) 分布参数 λ 的置信区间表	(389)
4. χ^2 分布的上侧分位数 (χ_{α}^2) 表	(390)
5. t 分布的双侧分位数 (t_{α}) 表	(391)

6. F 检验的临界值 (F_α) 表	(392)
7. Duncan's 新复极差测验 5% 和 1% SSR 值表	(398)
8. 标准正态分布的双侧分位数 (u_α) 表	(399)
9. 多重比较中的 q 表	(400)
10. 多重比较中的 S 表	(402)
11. 检验相关系数 $\rho = 0$ 的临界值 (r_α) 表	(403)
12. 多元线性回归复相关系数检验的临界值 (R_α) 表	(404)
13. 正交拉丁方表	(405)
14. 平衡不完全区组设计表	(408)
15. 正交表	(410)
习题参考答案	(419)

CONTENTS

Preface

Chapter 1 Random Event and Probability (1)

§ 1.1 Random Experiment and Random Event	(1)
§ 1.2 Probability of Random Event	(6)
§ 1.3 Characters of Probability	(11)
§ 1.4 Conditional Probability and Independence of Event	(14)
§ 1.5 Formulae of Total Probability and Bayes	(19)
§ 1.6 Sequence of Independent Trials	(23)

Chapter 2 Random Variable and Its Probability Distribution (29)

§ 2.1 Concept of Random Variable	(29)
§ 2.2 Unidimensional Random Variable and Its Distribution	(32)
§ 2.3 Multidimensional Random Variables and Multivariate Distribution	(35)
§ 2.4 Conditional Probability and Independence of Random Variables	(42)
§ 2.5 Functional Distribution of Random Variables	(46)
§ 2.6 Some Conventional Probability Distribution	(52)

Chapter 3 Numerical Characters of Random Variable (64)

§ 3.1 Mathematical Expectation	(64)
§ 3.2 Variance	(75)
§ 3.3 Covariance and Correlation Coefficient	(81)
§ 3.4 Moment and Covariance Matrix	(85)

Chapter 4 Law of Great Numbers and Central Limit Theorem (91)

§ 4.1 Law of Great Numbers	(92)
§ 4.2 Central Limit Theorem	(95)

Chapter 5 Basic Concept of Mathematical Statistics	(99)
§ 5.1 Population, Sample and Statistics	(99)
§ 5.2 χ^2 -distribution, <i>t</i> -distribution and <i>F</i> -distribution	(105)
§ 5.3 Sampling Distribution	(112)
 Chapter 6 Parameter Estimation	(120)
§ 6.1 Basic concept and Theory	(120)
§ 6.2 Estimation of Population Mean	(130)
§ 6.3 Estimation of Population Variance	(138)
§ 6.4 Estimation of Population Frequency	(142)
§ 6.5 Some Problems on Parameter Estimation	(148)
 Chapter 7 Hypothesis Testing	(157)
§ 7.1 Introduction	(157)
§ 7.2 Testing Method of Normal Population Mean	(159)
§ 7.3 Testing Method of Normal Population Variance	(167)
§ 7.4 Testing Methods of Nonnormal Population Mean and Frequency	(174)
§ 7.5 Nonparametric Test	(181)
§ 7.6 Some Problems of Hypothesis Test	(187)
 Chapter 8 Variance Analysis	(197)
§ 8.1 Introduction	(197)
§ 8.2 Single Factor Variance Analysis	(200)
§ 8.3 Multiple Comparisons	(210)
§ 8.4 Bifactorial Variance Analysis	(215)
§ 8.5 Data Conversion and Make up for Lost Data	(234)
 Chapter 9 Regression Analysis	(242)
§ 9.1 Introduction	(242)
§ 9.2 Linear Regression Between y and x	(245)
§ 9.3 Significance Test of Linear Regression	(250)
§ 9.4 Residual Analysis and Predicted Values	(254)
§ 9.5 Linearized Curvilinear Regression Between y and x	(261)
§ 9.6 Multivariate Linear Regression	(266)
 Chapter 10 Experiment Design	(283)
§ 10.1 Introduction	(283)

§ 10.2 Randomized Blocks Design and Latin Square Design	(286)
§ 10.3 Balanced Incomplete Block Design	(296)
§ 10.4 Split-plot Design	(300)
§ 10.5 Orthogonal Design	(305)
§ 10.6 Covariance Analysis	(320)
Chapter 11 Data Processing in Mathematical Statistics	(329)
§ 11.1 Applied Statistics with Microsoft® Excel	(329)
§ 11.2 Statistical Analysis with SSPS Software	(353)
§ 11.3 Simply Introducing SAS Software	(377)
References	(382)
Appendix: Frequently Used Statistical Web Site	(383)
Statistical Tables	(384)
Reference Answer of Exercises	(419)

第1章 随机事件及其概率

【本章提要】 随机事件的概率是概率论研究的基本内容。本章将着重介绍随机事件、随机事件的概率，归纳总结概率的基本性质，并通过推导给出计算概率的几个常用公式。

§ 1.1 随机试验与随机事件

1.1.1 随机现象与随机试验

在自然界和人类社会中，通常存在着两类不同的现象。一类是在一定条件下，必然会出现某种结果的现象，我们称之为确定性现象。这类现象的特点是：只要告知条件，就可以断言其结果。例如，在标准大气压下，将水加热至 100°C ，水必然会沸腾；矩形的面积总是等于底乘高等等。另一类现象被称之为不确定现象，这类现象由其形成机理不同又可分为模糊现象和随机现象。模糊现象是指客观事物在差异的中介过渡状态所呈现的“亦此亦彼”现象，它是由描述事物的概念界限不明确而引起的结果的不确定性。例如，稠密的森林；高大的山脉等等。随机现象是指一定条件下，可能出现这样或那样结果的现象，其可能结果至少有两个，结果的出现具有一定偶然性，每次观察之前无法预言其具体结果。例如，掷一枚硬币于地面，结果可能是正面朝上，也可能反面朝上；取 50 粒种子做发芽试验，结果可能 0 粒，1 粒， \cdots ，50 粒种子发芽等等。

随机现象的观察结果至少有两个，在相同条件下多次观察相同的随机现象，尽管其结果不尽相同，但在观察次数足够大时，却呈现出某种规律性。为了便于深入讨论随机现象的这种规律性，我们约定：对随机现象，在相同条件下可重复进行的观察或试验称为随机试验，简称试验，一般用 E 表示。

【例 1.1】 抛掷一枚硬币，观察朝上面情况。

【例 1.2】 投掷一枚骰子，观察朝上面的点数。

【例 1.3】 在分别写有数字 $0, 1, \cdots, 9$ 的十张卡片中随意抽取一张，观察其上的数字。

【例 1.4】 从已批阅的一批测试卷中，任意抽取一份试卷观察其上的分数（百分制，满分 100）。

从以上四个例子中，可以看出随机试验具有以下特点：

- ①在相同条件下可重复地进行试验；
- ②试验前由试验条件能明确试验所有可能结果，且所有可能结果至少有两个；
- ③每次试验前不能预知该次试验具体结果。

随机试验的这些特点决定了一次试验的结果可能这样，也可能那样，具有一定的偶然性，但一次试验的结果绝不可能跳出该随机试验所有可能结果所构成的集合。我们把随机试验可能出现的每一个最基本的结果称为该试验的一个样本点，一般用 ω 表示，样本点的全体构成的集合称为该试验的样本空间，用 Ω 表示。

例如：在例 1.1 中， $\Omega = \{\text{正面朝上, 反面朝上}\}$ ；在例 1.3 中， $\Omega = \{0, 1, \dots, 9\}$ 。

对于一个随机试验，由于试验目的不同，相应建立的样本空间可能不同。如投掷一枚均匀的相对二面分别用红、黑、蓝三种颜色涂点的骰子，若试验目的是观察骰子朝上面的点数，样本空间 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ；若试验目的是观察朝上面的颜色，样本空间 $\Omega = \{\text{红, 黑, 蓝}\}$ 。尽管随机试验在一次或少数几次试验中会出现这样或那样的结果，呈现出偶然性的一面，但若将一个随机试验重复大量次数，就会发现其结果的出现存在着一定的规律。正如恩格斯所指出的：“在表面上是偶然性在起作用的地方，这种偶然性始终是受内部的隐蔽着的规律支配的，而问题只是在于发现这些规律。”（恩格斯：《路德维希·费尔巴哈和德国古典哲学的终结》，人民出版社，1972 年，第 38 页）随机现象在大量试验中所呈现出的规律性，称为随机现象的统计规律性。随机现象统计规律性是随机现象所涉及事物本质特征的一种反映。例如，将投掷一枚均匀骰子的随机试验重复大量次数，就会发现 1~6 各点数出现的次数均约占试验总次数的 $1/6$ 。这恰好说明了正六面体的均匀对称性。揭示随机现象的统计规律性是概率论研究的主要任务。

1.1.2 随机事件

随机试验的每一可能结果一般称为随机事件，简称事件，常用英文字母 A, B, C, \dots 表示。例如，在例 1.1 中，“正面朝上”就是一个随机事件；在例 1.2 中，“出现 3 点”，“出现点数能被 2 整除”也都是随机事件。

随机事件可分为基本事件和复合事件。我们把不能再分的事件称为基本事件。例如，例 1.1 随机试验中，“正面朝上”、“反面朝上”是该试验的基本事件。例 1.2 随机试验中，“出现 1 点”、“出现 5 点”是基本事件，而“出现点数能被 2 整除”不是基本事件。由若干个基本事件共同在一起才能表达的试验结果，即由若干个基本事件组合而成的事件称为复合事件。例如，例 1.3 随机试验中，“所抽号码能被 3 整除”是一个由基本事件“抽得号码为 0”、“抽得号码为 3”、“抽得号码 6”、“抽得号码 9”所构成的复合事件。事实上，随机事件就是随机试验的样本点的某个集合，某事件发生当且仅当属于它的某一个样本点出现。

在每次试验中必然发生的事件，称之为必然事件，一般用 Ω 表示。例如，在例 1.3 随机试验中，“抽得号码不超过 10”就是一个必然事件。另一个是在每次试验中必然不会发生的事件，称之为不可能事件，一般用 Φ 表示。例如，在例 1.4 随机