



竞赛培优

诠释课标理念 破解竞赛奥秘

小学数学竞赛培**优**教程

顾问 周春荔

四年级

主编 赵小云



浙江大學出版社

XIAOXUE SHUXUE JINGSAI PEIYOU JIAOCHENG



- * 小学数学竞赛培优教程 (一年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (二年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (三年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (四年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (五年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (六年级)

ISBN 7-308-03742-8



9 787308 037426 >

ISBN 7-308-03742-8/G · 718

定价: 12.00 元

小学数学竞赛培优教程

(四年级)

顾 问 周春荔

主 编 赵小云

副主编 寿多涓 沈 梅 屠美萍

编 委 芮金良 陈松江 谢庆良

徐伯权 张明军 蒋晓岚

陈兴洪

浙 江 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学竞赛培优教程. 四年级 / 赵小云主编. — 杭州: 浙江大学出版社, 2004. 7
ISBN 7-308-03742-8

I. 小... II. 赵... III. 数学课—小学—教学参考资料 N. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 063907 号

出版发行 浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)
(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)
(网址: <http://www.zjupress.com>)

责任编辑 董雯兰 钱欣平
排 版 浙江大学出版社电脑排版中心
印 刷 富阳市育才印刷有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 11.5
字 数 210 千
版 印 次 2004 年 7 月第 1 版 2006 年 2 月第 3 次印刷
书 号 ISBN 7-308-03742-8/G·718
定 价 12.00 元

编写说明

数学竞赛不仅仅是对学生知识掌握的考核,更多的是考查学生思维能力和逻辑推理能力,培养学生学习数学的兴趣,激发学生的学习热情。这种能力、兴趣和热情对学生来说是终身受益的。数学竞赛普及化、大众化的目的就在于此。

目前,全国各地正在积极开展各个层次的小学数学竞赛,参加的人数与日俱增。对于辅导教师和参赛学生来说,最为迫切的是拥有一本好的教材。浙江大学出版社对此尤为关注,并力求有所作为,编写一套精练而实用的小学数学奥林匹克竞赛教材。我们期待,通过学习此教材,培养一批数学苗子。为此,浙江大学出版社聘请全国小学数学华罗庚金杯赛组委会主任周春荔担纲,组织全国各地辅导小学数学竞赛的著名教练共同编写了《小学数学竞赛培优教程》(1~6册)丛书。

丛书按小学数学竞赛的要求构建知识体系,与课程学习同步配套,按年级成册。其中,一、二年级按新课程标准编写,其余各册逐步按新课程标准教材修改。

丛书各章节由“赛点要求”、“思路点拨”、“赛题精析”和“赛题训练”组成。其中赛题精析下设分析、解题过程、点金术等栏目。例题的设计力求具有新颖性、典型性、指导性,对典型例题的分析、讲解尽可能新视角化,对新颖例题的分析、讲解尽量多视角化;训练习题的选择既少而精,又覆盖面广,力求使学生通过最少的训练达到最佳的效果,力戒题海战术和机械性的重复训练。

编者

2004年7月西子湖畔



目 录

四年级(上学期)

第一讲 平均数问题	(1)
第二讲 年龄问题	(4)
第三讲 盈亏问题	(8)
第四讲 鸡兔同笼	(12)
第五讲 钟表问题	(15)
第六讲 等差数列	(18)
第七讲 规律与归纳	(21)
第八讲 列举与筛选	(25)
第九讲 容斥原理	(28)
第十讲 加法原理与乘法原理(一)	(32)
第十一讲 加法原理与乘法原理(二)	(35)
第十二讲 整数中的推理	(39)
第十三讲 整数的拆分方法	(44)
第十四讲 最不利原则	(48)
第十五讲 最大值与最小值	(53)
四年级(上册)奥林匹克竞赛模拟试题	
模拟试题一	(57)
模拟试题二	(58)
模拟试题三	(59)
模拟试题四	(60)
模拟试题五	(62)



四年级(下学期)

第十六讲	速算与巧算	(64)
第十七讲	与计算有关的推理	(67)
第十八讲	数字谜(一)	(72)
第十九讲	数字谜(二)	(76)
第二十讲	长方形、正方形的面积计算	(80)
第二十一讲	图形的分割与组合	(85)
第二十二讲	行程问题(一)	(89)
第二十三讲	行程问题(二)	(93)
第二十四讲	行程问题(三)	(97)
第二十五讲	图形解答应用题	(100)
第二十六讲	表解法解应用题	(104)
第二十七讲	简单的方程及应用	(108)
第二十八讲	最佳策略	(113)
第二十九讲	奇偶分析	(118)
第三十讲	数学分析	(123)
四年级(下册)奥林匹克竞赛模拟试题		
模拟试题一		(128)
模拟试题二		(130)
模拟试题三		(131)
模拟试题四		(132)
模拟试题五		(134)
参考答案		(136)



四年级(上学期)

第一讲 平均数问题



【赛点要求】

熟练运用平均数的特点解决实际问题。



【思路点拨】

1. 常用性质

(a) 平均数 = 总数量 ÷ 总份数

(b) 总数量 = 平均数 × 总份数

2. 常用技巧

(a) 移多补少 (b) 找总数的差

3. 思维方法

明确与某个平均数相联系的总数量、总份数到底是什么。



【赛题精析】

例 1 五年级一班20名同学代表参加校“一分钟仰卧起坐”比赛。10名男生平均每人做48个,10名女生平均每人做44个。这20名同学平均每人做几个?

【分析】 要求这20名同学平均每人做几个,只需知道20人共做几个。

【解】 $(48 \times 10 + 44 \times 10) \div (10 + 10) = (480 + 440) \div 20 = 920 \div 20 = 46$ (个)

所以 这20名同学平均每人做46个。

【点金术】 理清各数量间的关系。

例 2 小强考了语文、数学、英语、常识、电脑五门功课,数学不算在内,平均成绩是90分,把数学成绩加进去,平均成绩是92分。小强的数学成绩是多少分?

【分析】 根据题意4门功课的平均成绩是90分,可以求出4门功课的总成绩;同样,5门功课的平均成绩是92分,可以求出5门功课的总成绩。两者的差就是数学成绩。

【解】 $92 \times 5 - 90 \times 4 = 460 - 360 = 100$ (分)



所以 数学成绩是 100 分。

【点金术】 利用总数的差求解问题。

例 3 5人轮流骑3辆自行车,骑了 20 分钟,问平均每人骑多少分钟?

【分析】 每辆自行车骑 20 分钟,3 辆自行车共骑了 $20 \times 3 = 60$ 分钟,平均分给 5 个人,就是每人骑的时间。

【解】 $20 \times 3 \div 5 = 60 \div 5 = 12$ (分钟)

所以 平均每人骑 12 分钟。

【点金术】 先归总再分配。

例 4 每次考试满分是100分。小明 4 次考试的平均成绩是 89 分,为了使平均成绩尽快达到 94 分(或更多),他至少再要考多少次?

【分析】 要考的次数最少,每次所得分数要尽量高,即 100 分,比平均成绩 94 分高 6 分,而前 4 次比要达到的平均成绩共少 $(94 - 89) \times 4 = 20$ 分,几个 6 分能达到 20 分,就是所求的次数。

【解】 $(94 - 89) \times 4 = 20$ $20 \div (100 - 94) = 3 \cdots \cdots 2$, 考 3 次还缺 2 分。

所以 至少要考 4 次。

【点金术】 移多补少。

例 5 星期天,小明去爬山。上午 9 点钟开始,上山每小时走 4 千米,在山顶休息 1.5 小时后开始下山,每小时走 6 千米,到山下刚好是下午 1 点半。小明上山、下山一共走了多少千米?

【分析】 根据题意,小明上、下山用在走路上的时间共 $13.5 - 9 - 1.5 = 3$ (小时),如果知道上、下山各走多少小时,问题就可解决。

因为上山与下山所走路相等,所以根据“速度 $\times$ 时间 = 路程”就有:

$$4 \times \text{上山时间} = 6 \times \text{下山时间}$$

$$\text{从而知: 上山时间} = 6 \times \text{下山时间} \div 4 = 1.5 \times \text{下山时间}$$

这说明上山时间是下山所用时间的 1.5 倍,上、下山走路共用的时间就是下山所用时间的 $1 + 1.5$ 倍 = 2.5 倍,这就可求出下山时间。

【解】 (1) 上、下山共用时间: $13.5 - 9 - 1.5 = 3$ (小时)

(2) 下山用的时间: $3 \div (1 + 6 \div 4) = 1.2$ (小时)

(3) 下山共走的路程: $6 \times 1.2 = 7.2$ (千米)

(4) 上、下山一共走的路程: $7.2 \times 2 = 14.4$ (千米)

所以 上、下山一共走了 14.4 千米。

【点金术】 巧用速度、时间、路程间的关系。



自我测试一

A 卷

1. 甲、乙、丙 3 个数的平均数是 100, 甲数是 64, 丙数与乙数相等, 乙数是多少?
2. 点点期中考试语文、外语和常识三科平均成绩是 83 分, 数学成绩公布后, 他的平均成绩提高了 2 分。点点数学考了多少分?
3. 丁丁家到学校有 2500 米。放学回家后, 丁丁发现把钥匙放在教室里了, 赶忙走回学校去拿, 用了 20 分钟。回家又用了 30 分钟, 求丁丁往返的平均速度。
4. 有 8 个数排成一列, 它们的平均数是 54, 前 5 个数的平均数是 46, 后四个数的平均数是 68。第五个数是多少?

B 卷

1. 安安在期中考试中, 语文、数学的平均分是 95 分, 加上英语一起算, 平均分是 93 分。安安英语得了多少分?
2. 甲、乙、丙三人参加少年宫举办的环保知识竞赛, 甲乙共得 195 分, 乙丙两人平均得 98 分, 甲丙共得 191 分。甲、乙、丙各得几分?
3. 有四个不同整数, 它们的平均数是 13.75, 三个大数的平均数是 15, 三个小数的平均数是 12。如果第二大的数是奇数, 那么它是多少?
4. 某次数学竞赛原定一等奖 10 人, 二等奖 20 人, 现在将一等奖中最后 4 人调整为二等奖, 这样得二等奖的学生的平均分提高了 1 分, 得一等奖的学生的平均分提高了 3 分。那么原来一等奖平均分比二等奖平均分多多少分?



第二讲 年龄问题



【赛点要求】

根据年龄问题的特点能熟练解决实际问题。



【思路点拨】

1. 常用技巧

(a) 作图法 (b) 差倍问题求解 (c) 和差问题求解

2. 思维方法

年龄差是不变的。



【赛题精析】

例1 姐妹两人今年的年龄和是42岁,五年前,姐姐比妹妹大4岁。问:姐妹俩今年各几岁?

【分析】 五年前,姐姐比妹妹大4岁,也就是姐妹两人的年龄差是4岁。由于年龄差是不变的,所以姐妹两人今年的年龄差也是4岁。根据和差问题可求解:

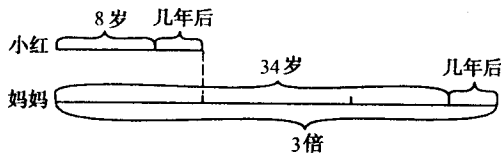
【解】 姐: $(42 + 4) \div 2 = 23$ (岁) 妹: $(42 - 4) \div 2 = 19$ (岁)

所以 姐姐今年23岁,妹妹今年19岁。

【点金术】 巧用和差问题求解。

例2 妈妈今年34岁,小红今年8岁,几年后妈妈的年龄是小红的3倍?

【分析】 由题意可知,妈妈与小红的年龄差是 $34 - 8 = 26$ (岁)。再根据“妈妈的年龄是小红的3倍”这一关系,作图如下:



图形展示的是“几年后”的情况,尽管那时妈妈的年龄是小红的3倍,但年龄差仍然是26岁,相当于小红几年后年龄的 $3 - 1 = 2$ 倍。



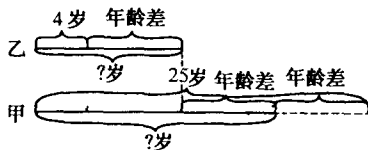
【解】 几年后小红的年龄是 $(34 - 8) \div (3 - 1) = 13$ 岁

$13 - 8 = 5$ (年)

【点金术】 根据差倍问题求解。

例3 有甲、乙两人年龄不相等。已知当甲像乙这么大时，乙4岁；当乙像甲这么大时，甲25岁。求今年甲、乙两人的年龄。

【分析】 从题意可知，甲的年龄比乙大。作图如下：



从图中可发现，从4岁到25岁之间有3个甲、乙的年龄差。

【解】 年龄差： $(25 - 4) \div 3 = 7$

甲今年的年龄 $25 - 7 = 18$ (岁)

乙今年的年龄 $4 + 7 = 11$ (岁)

所以 今年甲18岁，乙11岁。

【点金术】 利用作图法分析数量关系。

例4 有一个四口之家，成员为爸爸、妈妈、女儿和儿子，今年他们的年龄加在一起，总共75岁。其中爸爸比妈妈大3岁，女儿比儿子大2岁。又知四年前，家里所有人的年龄之和是60岁。请问，爸爸今年多少岁？

【分析】 根据题意，四人现在的年龄是75岁，四年前，四人的年龄和是60岁，一共增加了 $75 - 60 = 15$ (岁)，而按一般情况推算，四人四年应减少 $4 \times 4 = 16$ (岁)，为什么少了“1岁”呢？结合生活实际不难想像，他们家中最小的儿子只有3岁。由此可知爸爸今年的年龄。

【解】 儿子的年龄 $(75 - 60) - 4 \times 3 = 3$ (岁)

女儿的年龄 $3 + 2 = 5$ (岁)

父母的年龄和 $75 - 5 - 3 = 67$ (岁)

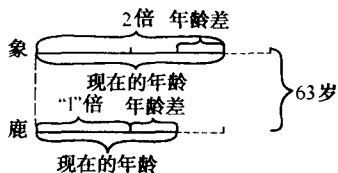
爸爸的年龄 $(67 + 3) \div 2 = 35$ (岁)

所以 爸爸今年35岁。

【点金术】 联系实际解决生活问题。

例5 大象对长颈鹿说：“我现在的年龄，等于我像你那么大时你的年龄的2倍，而等你长我这么大时，我俩年龄之和是63岁。”求大象与长颈鹿的年龄。

【分析】 根据题意，作图如下：



从图上可发现,当大象像长颈鹿那么大时,长颈鹿的年龄等于年龄差的2倍,如果把年龄差看作1份,则长颈鹿像大象这么大时的年龄为4份,大象那时的年龄为5份,而他们那时的年龄之和是63岁,就可求出年龄差。

【解】 年龄差: $63 \div (4 + 5) = 7$

大象: $7 \times 4 = 28$ (岁)

长颈鹿: $7 \times 3 = 21$ (岁)

所以 大象的年龄为28岁,长颈鹿为21岁。

【点金术】 利用年龄差作为中间桥梁。

自我测试二

A 组

1. 今年小宁9岁,妈妈33岁,再过多少年妈妈的岁数是小宁的2倍?
2. 父亲比儿子大28岁,母亲比儿子大23岁,父亲与母亲的年龄和是73岁。儿子的年龄是多少岁?
3. 兄弟俩今年的年龄和是30岁,当哥哥像弟弟现在这样大时,弟弟的年龄恰好是哥哥年龄的一半。问哥哥今年几岁?
4. 甲比乙大2岁,丙比甲大2岁,丁比甲小1岁,戊比丙小3岁,这五个人的年龄加在一起是53岁。问这五个人各是几岁?
5. 哥哥现在的年龄是弟弟当年年龄的3倍,哥哥当年的年龄与弟弟现在的年龄相同,哥哥与弟弟现在的年龄和为30岁。问哥哥现在多少岁?

B 组

1. 父亲今年44岁,儿子今年16岁,当父亲的年龄是儿子的8倍时,父子的年龄和是多少岁?
2. 2年前,母亲的年龄是女儿的4倍,2年后母亲的年龄是女儿的3倍。那么,母亲和女儿今年各多少岁?
3. 学生问老师多少岁,老师说:“当我像你这么大时你刚1岁,当你像我这么大时我



已经 40 岁了。”你知道老师多少岁吗？

4. 甲、乙两辆汽车先后从西城出发向东城驶去,又知两车的速度相等。9 点整时,甲车离西城的距离是乙车离西城距离的 5 倍;10 点 30 分时,甲车离西城的距离是乙车离西城距离的 2 倍。甲车是什么时间从西城出发的?



第三讲 盈亏问题



【赛点要求】

熟练运用盈亏问题的特点解决问题。



【思路点拨】

1. 常用性质

(a) 一盈一亏类: $(\text{盈数} + \text{亏数}) \div \text{两次分物数量差} = \text{分物对象的个数}$

(b) 一盈(亏)一尽类: $\text{盈(亏)数} \div \text{两次分物数量差} = \text{分物对象的个数}$

(c) 两盈(亏)类: $\text{两个盈(亏)数的差} \div \text{两次分物数量差} = \text{分物对象的个数}$

2. 常用技巧

(a) 摘录条件法

(b) 转化法

3. 思维方法

找出两种分配方案的相差数。



【赛题精析】

例 1 有学生若干人参加植树活动,如果每组 12 人,就多 11 人,如果每组 14 人,就少 9 人。问分成几组? 共有几人?

【分析】 摘录条件如下:

每组 12 人 多 11 人

每组 14 人 少 9 人

根据题意,学生的总人数和组数是不变的。按第一种方案分就多 11 人,而按第二种方案分则少 9 人,两种不同的方案的结果相差 $11 + 9 = 20$ (人),为什么会相差 20 人呢? 因为两种方案每组相差 $14 - 12 = 2$ (人)。每组相差 2 人,多少组就相差 20 人? $20 \div 2 = 10$ (组)。求出组数,总人数就一目了然。

【解】 $(11 + 9) \div (14 - 12) = 10$ (组)

$10 \times 12 + 11 = 131$ (人) 或 $10 \times 14 - 9 = 131$ (人)

所以 分成 10 组,共有 131 人。

【点金术】 一盈一亏求和找差数。

例 2 学校买了若干个足球,平均分给各班。如果每班分 4 个,则余 14 个;如果每



班分 5 个,则正好分完。学校买了多少个足球?有多少个班?

【分析】 摘录条件如下:

每班分 4 个 多 14 个
每班分 5 个 正好分完

根据题意,足球的个数和班数是不变的。按第一种方案分就多 14 个,而按第二种方案分则正好分完,两种不同方案的结果相差 14 个。为什么相差 14 个呢,因为两种方案每班相差 $5 - 4 = 1$ 。每班相差 1 个,几班相差 14 个? $14 \div 1 = 14$ (班),足球个数就一目了然了。

【解】 $14 \div (5 - 4) = 14$ (班)

$5 \times 14 = 70$ (个)或 $4 \times 14 + 14 = 70$ (个)

所以 学校买了 70 个足球,有 14 个班。

【点金术】 一盈一尽,盈数即为差数。

例 3 课外小组的同学研究数学题,如果每人做 6 道,则少 4 道;如果每人做 7 道,则少 19 道。问有几个学生?做几道题?

【分析】 摘录条件如下:

每人做 6 道 少 4 道
每人做 7 道 少 19 道

根据题意,学生数和题数是不变的。按第一种方案就少 4 道,按第二种方案就少 19 道,两种不同的方案相差 $19 - 4 = 15$ (道)。为什么会相差 15 道呢?因为两种方案每人相差 $7 - 6 = 1$ (道)。每人相差 1 道,几人相差 15 道? $15 \div 1 = 15$ (人),题数就一目了然。

【解】 $(19 - 4) \div (7 - 6) = 15$ (人)

$15 \times 6 - 4 = 86$ (道)或 $15 \times 7 - 19 = 86$ (道)

所以 有 15 个学生,做 86 道题。

【点金术】 两方求差为差数。

例 4 某班同学去划船,他们计算了一下,如果增加一条船,每条船可以坐 6 人;如果减少一条船,每条船可以坐 9 人,问这个班共有多少个同学?原计划租船多少条?

【分析】 摘录条件如下:

每条船坐 6 人 增加一条船(即多 6 人)
每条船坐 9 人 减少一条船(即少 9 人)

两种不同的方案结果相差 $6 + 9 = 15$ (人),而每条船相差 $9 - 6 = 3$ (人),所以,船数为 $15 \div 3 = 5$ (条),人数就能求出了。

【解】 $(6 + 9) \div (9 - 6) = 5$ (条)

$6 \times 5 + 6 = 36$ (人)



所以 同学有 36 人,原计划租船 5 条。

例 5 现有若干苹果和梨,且苹果个数为梨的 2 倍,平分给小朋友,梨每人 5 个,还多 2 个;苹果每人 11 个,还缺 21 个。问有几个小朋友?

【分析】 摘录条件如下:

梨每人 5 个,多 2 个,因为苹果个数是梨的 2 倍,所以可以转化为:

苹果每人 10 个,多 4 个

苹果每人 11 个,少 21 个

两种不同的方案结果相差 $21 + 4 = 25$ (个),而每人苹果个数相差 $11 - 10 = 1$ (个),就能求出人数。

【解】 $(21 + 2 \times 2) \div (11 - 5 \times 2) = 25$ (人)

所以 有 25 个小朋友。

【点金术】 “偷梁换柱”的转化。

例 6 学校 8 点钟上课。小兰以每分钟 60 米的速度上学,可提早 2 分钟到校;若以每分钟 50 米的速度上学,又会迟到 2 分钟。小兰家到学校有多少米远? 她是几时几分从家里动身上学的?

【分析】 摘录条件如下:

每分钟 60 米,提早 2 分钟(2 分钟还可走 $60 \times 2 = 120$ (米),即多 120 米)

每分钟 50 米,迟到 2 分钟(2 分钟要走 $50 \times 2 = 100$ (米),即少 100 米)

比较两种方案,每分钟相差 $60 - 50 = 10$ 米,结果路程相差 $120 + 100 = 220$ (米)。

【解】 $(60 \times 2 + 50 \times 2) \div (60 - 50) = 22$ (分钟)

$8 \text{ 时} - 22 \text{ 分} = 7 \text{ 时} 60 \text{ 分} - 22 \text{ 分} = 7 \text{ 时} 38 \text{ 分}$

$60 \times (22 - 2) = 1200$ (米)或 $50 \times (22 + 2) = 1200$ (米)

所以 小兰家到学校有 1200 米远,她是 7 时 38 分离家上学的。

【点金术】 对类似问题宜利用标准时间作衡量依据。

自我测试三

A 组

1. 实验小学 101 班学生排队做操,如果每行 8 人,则多 7 人;每行 14 人,则缺 5 人,问排成几行? 有几名学生?

2. 老师将一批练习本发给班上的学生。如果每人发 6 本,则少 94 本,如每人发 4 本,则少 2 本。问有多少个学生? 有多少本练习本?

3. 学校给新生分配宿舍。若每个房间住 12 人,则 34 人没有床位,若每个房间住