

● 青年职工学习辅导丛书

● 高中立体几何

一 课 一 练

● (上册)

● (供高一第一学期程度用)

● 梅向明 主编



● 电子工业出版社

青年职工学习辅导丛书

高中立体几何

一 课 一 练

(上册)

(供高一第一学期程度用)

梅向明 主编

电子工业出版社

高中立体几何
— 课 — 练 (上册)
梅向明 主编

*

电子工业出版社出版 (北京市万寿路)
山东电子工业印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ 印张: 5 字数: 127千字
1988年5月第1版 1988年5月第1次印刷
印数: 1—45200册 定价: 1.15元
ISBN 7-5053-0227-2/G·38.

出版说明

当前我部广大青年职工的文化技术素质远不能满足电子工业迅速发展的需要，对他们进一步加强文化技术培训是当务之急。为配合这一工作，同时也为满足广大青年职工自学的要求，现据读者的反应和需要，本着少、精、活的原则，我们特编写了一套《青年职工学习辅导丛书》一课一练，旨在帮助读者在较短的时间内能高效地掌握基础知识和基本技能，得到应有的基本功训练。

本书的每次内容均包括预习要点、课堂练习、课外作业三部分。预习要点向读者指明了本课题的重点、难点，内容间的前后联系，以及解决难点的关键；练习和作业中编选了适量阶梯细密、突出双基、前后呼应、培养能力的习题。在每个单元和每章之后，又配备了适量的复习题和自我检查题，期望能对提高学习质量和检测自学效果起到良好的作用。

本书由中国数学协会普及委员会主任、北京师范学院副院长兼数学系主任梅向明教授主编。参加本书编写的有王建民、任光辉、姚印发、陆乘、周沛耕、李鸿元、朱传渝、戴志年、邴福林、李冰、郑学遐等数学教师。

诚恳欢迎广大读者对本书提出宝贵意见和建议。

编者

月 日 第一章 第1次

课题：空间图形、平面及平面的基本性质

预习要点

1. 什么是空间图形？立体几何研究的对象是什么？
2. 通过对桌面、黑板面、平静的水面以及纸板等实物的观察所得到的平面的形象，与数学中所说的平面的概念的区别是什么？
3. 怎样表示一个平面？
4. 人们经过长期的观察与实践，总结出关于平面的三个基本性质是什么？
5. 点 A 在直线 a 上，记作什么？
点 A 在直线 a 外，记作什么？
点 A 在平面 α 内，记作什么？
点 A 在平面 α 外，记作什么？
直线 a 在平面 α 内，记作什么？
直线 a 不在平面 α 内，记作什么？
6. 平面 α 和平面 β 相交，交线是 a ，记作什么？

课堂练习

1. 画出平面 $\alpha \cap \beta = AB$ 的图形.
2. 用符号表示下列语句：
 - (1) 点 A 在平面 α 内，但在平面 β 外；
 - (2) 直线 l 经过平面 α 外一点 M ；
3. 下面的说法正确吗？为什么？
 - (1) 线段 AB 在平面 α 内，直线 AB 不全在平面 α 内；
 - (2) 平面 α 和 β 只有一个公共点.
4. 根据下列条件判断直线与平面的位置关系：
 - (1) 直线的某一段在平面内.
 - (2) 直线上的两个点在平面内.
 - (3) 直线上只有一个点在平面内.
5. 怎样判定一条直线在一个平面内？

课外作业

1. 回答下列问题:

(1) 如果把一本书的一个角的顶点接触桌面, 并使书直立, 那么书所在平面和桌面所在平面的公共部分应是什么图形?

(2) 两个平面相交, 把空间分成几个部分?

(3) 两个不重合的平面会不会有不在同一直线上的三个公共点?

2. 用符号表示图 1-1 至图 1-4 中点、直线、平面之间的关系.

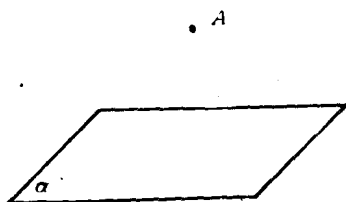


图 1-1



图 1-2

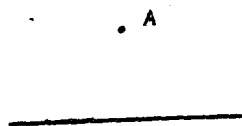


图 1-3

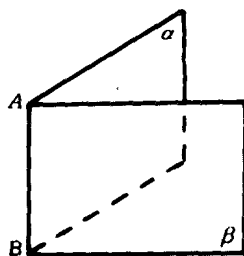


图 1-4

3. 说出下列语句中符号所表示的关系, 并画图表示:

(1) $A \notin \text{平面 } \alpha$.

(2) $A, B \in \text{平面 } \alpha$, 且 $AB \subset \text{平面 } \alpha$.

(3) $AB \subset \text{平面 } \alpha$, $AC \subset \text{平面 } \alpha$.

(4) $\text{平面 } \alpha \cap \text{平面 } \beta = l$.

4. 一条直线过平面内一点与平面外一点, 它和这个平面有几个公共点? 为什么?

月 日 第一章 第2次

课题：平面的基本性质

预习要点

1. 公理3的推论1的内容是什么？怎样证明这个推论？
2. 公理3的推论2和推论3的内容是什么？
3. 平面几何中的公理、定义、定理等，在立体几何里是否仍然成立？在什么条件下成立？
4. 怎样证明“两两相交且不过同一个点的三条直线必在同一个平面内”？

课堂练习：

1. 填空：

- (1) _____的三点确定一个平面；（确定是指有且仅有的意思）；
- (2) 两条_____或_____直线确定一个平面；
- (3) 有一个公共点的两个平面交于_____的一条直线。

2. 证明“经过两条相交直线有且只有一个平面”。

3. (1) 三角形、梯形是否一定是平面图形？为什么？

(2) 不在同一平面的四点可以确定几个平面？

(3) 三条直线两两平行，但不共面，它们可以确定几个平面？

(4) 共点的三条直线可以确定几个平面？

4. 已知：直线 $a \parallel$ 直线 b ，直线 l 分别与 a 、 b 相交于 A 、 B 两点。

求证：直线 a 、 b 、 l 在同一平面内。

5. 求证平行四边形是平面图形。

课外作业

1. 四条线段顺次首尾连接, 所得的图形一定是平面图形吗? 为什么?
2. 求证经过两条平行直线有且只有一个平面.

3. 过空间三条两两平行的直线有且只有几个平面?

4. 如果空间三条直线相交于一点, 那么经过这三条直线有且只有几个平面?

5. 求证经过已知直线外一点且与已知直线相交的所有直线在同一平面内.

6. 证明“两两相交 (即每两条都相交) 且不通过同一点的四条直线在同一平面内”.

已知: 如图 1-5 (直线 a 、 b 相交于 P ,

我们记作 $a \cap b = P$);

$a \cap b = P$, $a \cap c = Q$,

$a \cap d = R$, $b \cap c = S$,

$b \cap d = K$, $c \cap d = M$.

求证: a 、 b 、 c 、 d 四条直线在同一平面内.

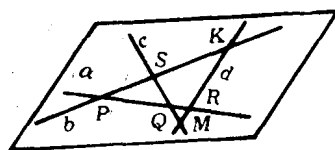


图 1-5

月 日 第一章 第3次

课题：水平放置的平面图形的直观图的画法

预习要点

1. 什么是空间图形的直观图？它的特点是什么？
2. 水平放置的平面图形的直观图的斜二测画法的规则是什么？通过画水平放置的正六边形的直观图进行验证。
3. 通过描绘水平放置的正六边形的直观图，总结画水平放置的平面图形的直观图的步骤和规则：
 - (1) 先画好水平放置的平面图形；
 - (2) 在图形上选取互相垂直的两条轴；
 - (3) 按斜二测画法规则画直观图（斜二测画法规则可简记为：直角改成 45° 角，水平线段一样长，垂直线段取一半）。

课堂练习

1. 画出正方形 $ABCD$ （图1-6）的直观图。

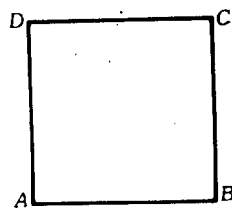


图 1 - 6

2. 画出正三角形 ABC （图1-7）的直观图。

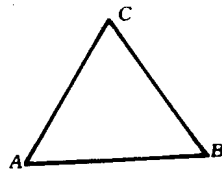


图 1 - 7

3. 画出钝角三角形 ABC （图1-8）的直观图。

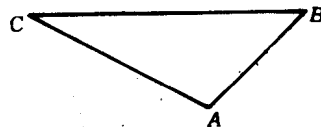


图 1 - 8

4. 图 1 - 9 中所给出的 x 轴、 y 轴经过正五边形的中心, 画出这个正五边形的直观图.

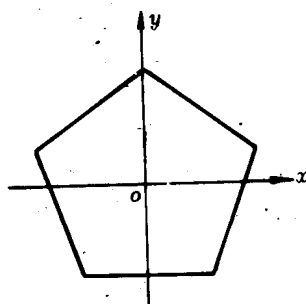


图 1 - 9

课外作业

1. 画出如图 1 - 10 所示的凸四边形 $OABC$ 的直观图.

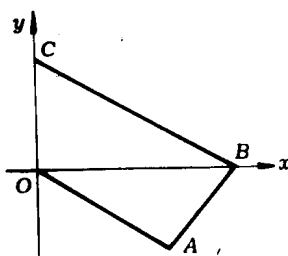


图 1 - 10

2. 画出梯形 $ABCD$ (图 1 - 11) 的直观图.

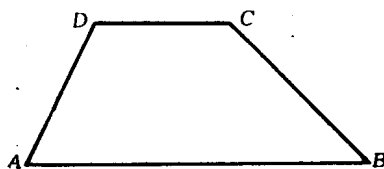


图 1 - 11

月 日 第一章 第4次

课题：两条直线的位置关系

预习要点

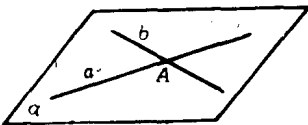
1. 在同一个平面内的两条直线的位置关系有几种？它们分别是什么样的位置关系？
2. 什么叫做异面直线？异面直线的性质是什么？
3. 在画异面直线时，怎样才能显示出它们既不平行又不相交的特点？
4. 空间两条直线的位置关系有几种？它们分别是什么样的位置关系？
5. 如果我们把命题“平面内一点与平面外一点的连线，和平面内不经过该点的直线是异面直线”称为关于异面直线的判定定理，那么怎样证明这个定理？

课堂练习

1. 已知 A 、 B 、 C 三点不在同一直线上，点 D 和 A 、 B 、 C 三点不在同一平面内，求证直线 AD 和 BC 是异面直线。

2. 填表：

空间两条直线的位置关系

位置关系		图 示	表 示 方 法	公共点个数
两 直 线 共 面	相 交			
	平 行			
两直线不同在任何一个平面内			a 、 b 是 异面直线	

3. 回答下列问题:

(1) 两条直线没有公共点时, 它们有怎样的位置关系? 画图说明.

(2) 分别在两个平面内的两条直线, 有怎样的位置关系?

4. 在图 1 - 12 中画出直线 c , 使它分别与直线 a 、 b 成为异面直线, 并运用“异面直线的判定定理”判定直线 a 、 c 和直线 b 、 c 分别是异面直线.

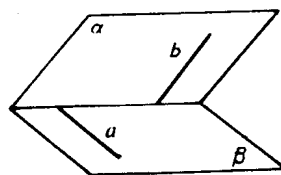


图 1 - 12

课外作业

1. 直线 a 和两条异面直线 b 、 c 都相交, 画出每两条相交直线所确定的平面, 再标上字母.

2. 画出两个相交平面, 在这两个相交平面内各画一条直线, 使它们成为:

(1) 平行线; (2) 相交直线; (3) 异面直线.

3. 画出三条直线, 使得这三条直线中的每两条直线都成为异面直线.

月 日 第一章 第5次

课题：平行直线

预习要点

1. 公理4的内容是什么？
2. “等角定理”的内容是什么？它是怎样证明的？
3. “等角定理”的推论的内容是什么？它是怎样证明的？
4. 关于平面几何的定义、定理等，在立体几何里是否能够运用？在什么情况下可以运用？在什么情况下需要经过证明才能运用？

课堂练习

1. 用实例说明公理4.
2. 画一个正方体，说明哪些线段平行且相等？
3. 如图1-13，已知 $BB' \parallel AA'$ ， $CC' \parallel AA'$ ，并且 AA' ， BB' ， CC' 不在同一平面内，求证 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

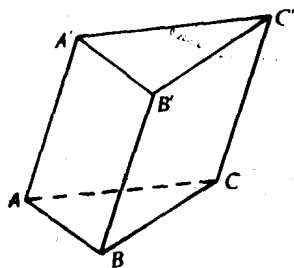


图1-13

4. 如图1-14，已知四边形 $ABCD$ 是空间四边形， P 、 Q 、 R 、 S 分别为 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，且 $AC = BD$ ，求证四边形 $ABCD$ 是菱形.

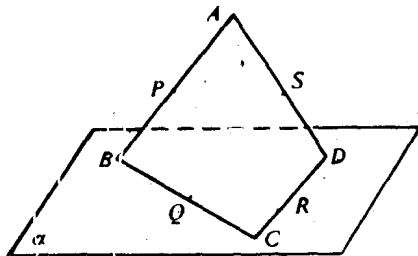


图1-14

5. 已知直线 a 和 b 是异面直线，直线 c 平行于直线 a ，且直线 b 与直线 c 不相交，求证直线 b 、 c 是异面直线.

课外作业

1. 已知：直线 a 和 b 是异面直线，直线 $c \parallel a$ ，直线 b 与 c 不相交。
求证：直线 b 、 c 是异面直线。
2. 求证过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。

3. 证明空间四边形对边中点的连线相交且互相平分。

4. 如图 1 - 15，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，过点 A 和点 C_1 分别画直线 AE 和直线 C_1F ，使直线 AE 平行于直线 C_1F ，并说明应该怎样画。

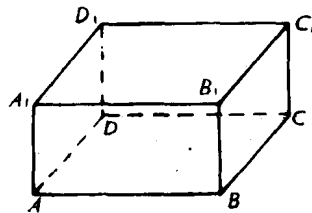


图 1 - 15

月 日 第一章 第6次

课题：两条异面直线所成的角

预习要点

1. 什么叫做异面直线 a 和 b 所成的角？
2. 为什么说异面直线 a 和 b 所成的角的大小只由异面直线的位置来决定，而与 O 点的选取无关？
3. 在找出异面直线 a 、 b 所成的角时，点 O 常取在两条异面直线中的一条上，这是为什么？
4. 什么叫做两条异面直线互相垂直？
5. 什么叫做两条异面直线的公垂线？
6. 什么叫做两条异面直线的距离？

课堂练习

1. 垂直于同一直线的两条直线，有几种位置关系？画图说明。
2. 什么叫两条异面直线所成的角？两条异面直线在什么情况下互相垂直？
3. 如图1-16，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，棱长为 a 。

(1) 求异面直线 AB 和 CD_1 所成的角的大小。

(2) 求异面直线 AD_1 和 BC 所成的角的大小。

(3) 求异面直线 A_1B 和 AD_1 所成的角的大小。

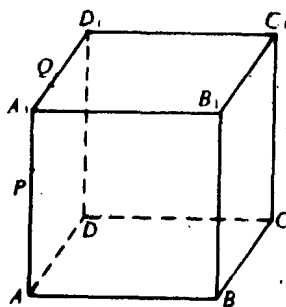


图1-16

(4) 若 $AP = \frac{2}{3}a$, $A_1Q = \frac{a}{3}$, 求异面直线 PQ 和 CD_1 所成的角的大小。

(5) 求异面直线 AD 和 CC_1 的距离。

课外作业

1. 长方体的长、宽、高分别为4、2、3、求它对角线的长.
2. 如图1-17, 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 $A'B'$ 、 $B'C'$ 、 AD 、 AB 的中点, 求:

- (1) 异面直线 EF 和 GH 所成角的大小.
- (2) 异面直线 EF 和 CD 所成的角的大小.
- (3) 异面直线 EF 和 BC' 所成的角的大小.
- (4) 异面直线 EF 和 GH 之间的距离.

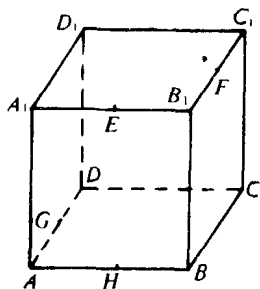


图 1-17

3. 如图1-18, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $AA_1=5\text{ cm}$, 求异面直线 AD_1 和 A_1C_1 所成的角的余弦值.

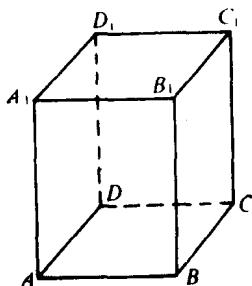


图 1-18

4. 如图1-19, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 a .

(1) 过点 B 画直线 EF , 使得 $EF \parallel A_1C_1$, 其中 E 、 F 分别是直线 EF 与 DA 和 DC 延长线的交点;

(2) 求证异面直线 BD_1 和 A_1C_1 所成的角等于 90° .

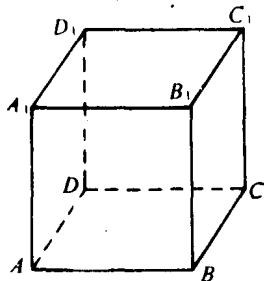


图 1-19

课题：平面及空间两直线习题课

预习要点

1. 平面的基本性质及其作用是什么？
2. 怎样画水平放置的平面图形的直观图？
3. 空间两条直线的位置关系有几种？什么叫做异面直线？
4. 怎样判定两条直线是否为异面直线？
5. 公理4的内容是什么？怎样证明等角定理？
6. 什么叫做异面直线 a 和 b 所成的角？什么叫做两条异面直线互相垂直？
7. 什么叫做两条异面直线的公垂线？什么叫做两条异面直线的距离？

课堂练习

1. 用虚线表示被平面遮住的线段，并用字母表示各平面（图1-20(1)、(2)）。

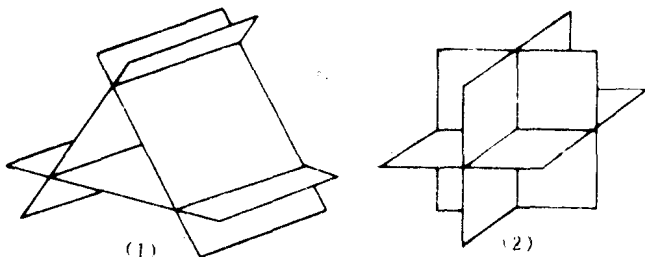


图 1 - 20

2. 过空间一个点能否确定平面？过两个点呢？过怎样的三个点才能确定一个平面？过不在同一平面内的四个点可以确定几个平面？

3. 求证：如果一个四边形的对角线所在的直线相交，那么这个四边形是平面四边形。