

- 中学生的良师
- 参赛者的益友

力学竞赛训练指导

刘又文
谢建凡 编
刘渝民

LIXUEJINGSA XUNLIANZHIDAO

清华大学出版社

力学竞赛训练指导

刘又文

谢建凡 编著

刘渝民

湖南科学技术出版社

力学竞赛训练指导

刘又文 谢建凡 刘渝民编

责任编辑：曾平安

★

湖南科学技术出版社出版发行

(长沙市展览馆路8号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

★

1991年1月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：10.125 字数：231,000

印数：1—8,800

ISBN 7—5357—0805—6

O·86 定价：3.80元

地科 62—040

1987年，全国举行了首届中学生力学竞赛；1989年，相继举行了全国第一届少数民族中学生力学竞赛，先后吸引了全国数十万高中学生，并取得可喜的成效。今年，三年一度的全国第二届中学生力学竞赛又将举行，为了满足广大参赛学生赛前准备和训练的需要，我们根据全国中学生力学竞赛大纲要求，在我省两次力学竞赛培训的基础上编写了这本《力学竞赛训练指导》。同时也为有志参加国内外物理竞赛的中学生提供一本力学内容方面的训练资料。本书深于中学而又包含中学全部力学内容，对于高中学生从较高角度掌握所学知识，开阔眼界，发展思维，是大有帮助的。对于物理教师从事教学，更是一本难得的参考书。正在学习理论力学或普通物理的大学生，也会从中获得不少启示。

本书主体内容分三部分，并按力与平衡、运动与力、动量与角动量、功和能、机械振动与波、力学实验六章分述。第一部分基本理论概述，对竞赛要求的力学内容，属于中学课本的，只作简要叙述；对于加深拓宽内容，则运用中学范围的数学方法，进行简明论述，力图向读者展示一个较为完整的理论体系。

第二部分解题思路指导,结合实例总结了各类问题的求解步骤,以及贯穿在这些步骤中的方法技巧,并且按照解题思路特点,进行题型分类,穿插典型示例,试图给读者在茫茫题海中指引尽可能简捷的思考路线。第三部分训练试题及解答,则以各讲内容为重点,出示构思新颖,富于启发,有一定难度的试题,供读者训练。综合训练试题则灵活多变,具有相当难度,其中某些问题是作者的创造成果,一些问题的求解,还需要读者具有创新和另辟蹊径的能力。

此外,本书还选编了两次全国中学生力学竞赛的初决赛试题及解答;国内外中学生物理竞赛力学试题精选以及1988年全国青年力学竞赛理论力学部分试题,并附答案与提示。

本书分工如下:刘又文 第一、二讲,综合训练五、六;谢建凡 第三、四讲,综合训练三、四;刘渝民 第五、六讲,综合训练一、二。力学竞赛试题选由刘又文,谢建凡整理。

全书由刘又文统稿,伍洪泽审阅。

限于水平和经验,书中缺点错误难免,恳请读者指正。

编 者

1990年3月

第一部分：基本理论概述及训练指导	(1)
第一章 力与平衡	(1)
§ 1—1 基本理论概述	(1)
§ 1—2 解题思路指导	(9)
§ 1—3 训练试题及解答	(19)
第二章 运动与力	(31)
§ 2—1 基本理论概述	(31)
§ 2—2 解题思路指导	(43)
§ 2—3 训练试题及解答	(58)
第三章 功和能	(72)
§ 3—1 基本理论概述	(72)
§ 3—2 解题思路指导	(76)
§ 3—3 训练试题及解答	(85)
第四章 动量与角动量	(99)
§ 4—1 基本理论概述	(99)
§ 4—2 解题思路指导	(107)
§ 4—3 训练试题及解答	(116)
第五章 机械振动和机械波	(130)
§ 5—1 基本理论概述	(130)

§5—2 解题思路指导	(139)
§5—3 训练试题及解答	(159)
第六章 力学实验	(169)
§6—1 基本理论和常用仪器	(170)
§6—2 力学试验指导	(180)
§6—3 训练试题及解答	(186)
§6—4 力学实验试题选	(197)
第二部分：综合训练	(200)
综合训练一	(200)
综合训练二	(212)
综合训练三	(226)
综合训练四	(235)
综合训练五	(244)
综合训练六	(255)
第三部分：力学竞赛试题选	(266)
(一) 第一届全国中学生力学竞赛初赛试题及解答	(266)
(二) 第一届全国中学生力学竞赛决赛试题及解答	(276)
(三) 第一届全国少数民族中学生力学竞赛(决赛)试题及解答	(284)
(四) 第二届全国中学生力学竞赛初赛试题及解答	(292)
(五) 全国中学生物理竞赛力学试题精选及答案	(302)
(六) 1988年全国青年力学竞赛初赛理论力学部分试题及答案	(308)
(七) 1988年全国青年力学竞赛复赛理论力学部分试题及答案	(313)

第一部分：基本理论概述及训练指导

第一章 力与平衡

力是物体（或与场）之间的相互作用。平衡是物体保持静止或匀速直线运动的状态。静力学主要研究物体在力系作用下平衡的条件，应用平衡条件，由已知量求出物体所受的全部未知外力。

§ 1—1 基本理论概述

一、力、力矩、力偶的概念

1. 力——物体（或与场）之间的相互机械作用，是物体产生加速度和形变的原因；力的大小，方向，作用点决定力对物

体的作用效果，称为力的三要素，通常用矢量表示力。力系是作用在物体上的一群力，根据其力线在空间的几何位置特点，分为空间，平面，汇交，平行力系等。

注意，在研究力对物体的运动效应时，力是滑移矢量，作用点可沿其作用线滑移，如图1—1所示：



图1—1

2. 力矩——力使物体绕某点(轴)转动效应的度量。当力线与轴垂直时，如图1—2所示，力 $\mathbf{F}$ 对 o 轴之矩

$$m_o(\mathbf{F}) = Fh$$

通常规定逆时针转向为正。当力线与轴不相垂直时，可将力沿

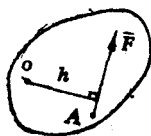


图1—2

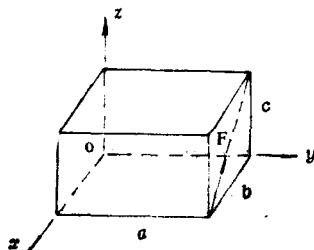


图1—3

轴及与轴垂直的方向分解，或将力向与轴垂直的平面投影后，再对轴取矩。如图1—3所示，力 $\mathbf{F}$ 对 x , y , z 轴之矩分别是：

$$m_x(\mathbf{F}) = \frac{Fac}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

$$m_y(\mathbf{F}) = -\frac{Fbc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

$$m_z(\mathbf{F}) = \frac{Fab}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

3. 力偶——由两个等值、反向的平行力组成。它对物体的转动效应用力偶矩矢 $\mathbf{M}$ 来度量，如图1-4所示。其

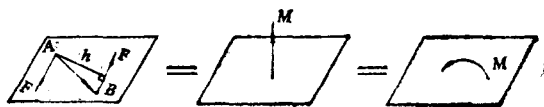


图1-4

大小 $M = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{AB}| \sin(\mathbf{F}, \mathbf{AB}) = Fh$,

方位 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}'$ 确定的平面，

方向 由右手螺旋法则确定。

注意，力偶对任何点的力偶矩均相同，它对运动物体是自由矢量，即经滑移和平移后，力偶对物体的运动效应并不改变。

二、力的种类

已经发现，宇宙中的四种基本力是引力，电磁力，弱力和强力。力学中通常遇到的都是引力及其复合表现形式：

1. 万有引力——存在于一切物体之间的相互吸引力。如图1-5所示，质点A、B之间的万有引力 式中 $J = 6.67 \times 10^{-11}$ 牛

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}', \text{ 且 } F = F' = J \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$

顿·米²/千克²为万有引力恒量。 m_A , m_B 为两质点质量, r 表示两质点的距离。

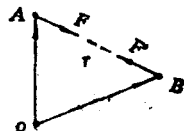


图1-5

2. 重力——物体所受的地球万有引力。质量为 m 的物体，所受重力通常表示为

$$\mathbf{G} = m\mathbf{g}$$

式中 $g = J \frac{M}{r^2}$ 为当地重力加速度。 M 为地球质量, r 为物体距地

心的距离。在地面 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

3. 弹性力——弹簧内部原子相对位置改变，而对外部产生的宏观反作用力，其大小

$$F = -k\Delta l$$

式中 k 为弹簧的弹性系数

$\Delta l = l - l_0$ ，为弹簧的自然长度改变量。

4. 液体压力——由液体重量引起的内部压力。

(1) 压强——某点周围一块微小面积上的平均压力

$$p = \rho g h$$

式中 ρ 为液体密度， $g = 9.8$ 牛顿/千克， h 为某点在液内深度。

(2) 压力——液体内，面积为 S 的平面上所受总压力 (图1-6)

$$P = \rho g h_c S$$

式中， h_c 为面积 S 的形心 C 在液体内深度。

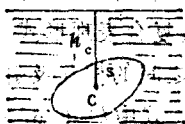


图1-6

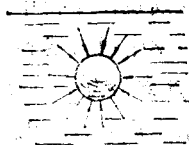


图1-7

5. 浮力——浸在流体中的物体所受的流体合压力，其方向竖直向上 (图1-7)

$$Q = \rho g V$$

式中 V 为物体浸入 (即排开流体) 的体积。

物体浮于液面内，浮力等于重力；物体沉于液底，重力大于浮力。

6. 约束反力

限制物体某些位移或运动的周围其它物体，称为约束，约束对物体的作用，叫约束反力。常见如下几类：

(1) 柔索类(图1—8)

$\mathbf{T}$ { 方位：沿柔索
指向：拉物体

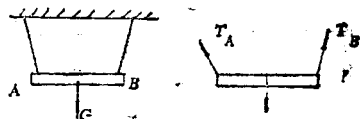


图1—8

(2) 光滑面(图1—9)

$\mathbf{N}$ { 方位：沿法线
指向：压物体

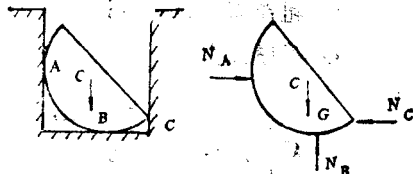


图1—9

(3) 光滑铰链

此类约束本质上属于光滑

滑面类，但由于接触点位置难于事先确定，一般按坐标分量形式设定约束反力。

(a) 圆柱形铰链(图1—10)

—10)

$\mathbf{X}$ { 方位：沿x轴
指向：待定
 $\mathbf{Y}$ { 方位：沿y轴
指向：待定

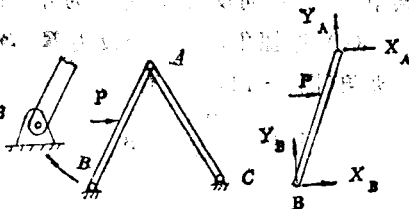


图1—10

(b) 球形铰链(图1—11)

$\mathbf{X}$ { 方位：沿坐标轴
 $\mathbf{Y}$ { 指向：待定
 $\mathbf{Z}$ {

(4) 固定端(图1—12)

$\mathbf{X}$ { 方位：沿坐标轴
 $\mathbf{Y}$ { 指向：待定

$\mathbf{M}$ { 方位： $\mathbf{P}$ 与AB确定的平面
转向：待定

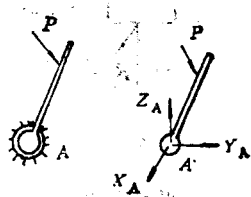


图1—11

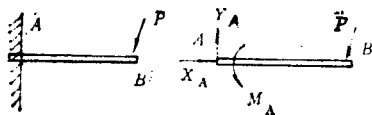


图1-12

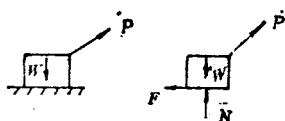


图1-13

(5) 粗糙面(图1-13)

(a) 静摩擦力

大小: $0 \leq F \leq F_{max}$
 方位: 沿切向
 指向: 与运动趋势相反

(b) 最大静摩擦力 $F_{max} = N\mu$

其中 N 为法向反力大小; μ 为静摩擦系数。

(c) 摩擦角 φ_m ——全反力 R (N 与 F 之合力) 与法向的最大夹角(图1-14), 且有

$$\tan \varphi_m = \frac{F_{max}}{N} = \mu$$

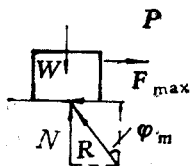


图1-14

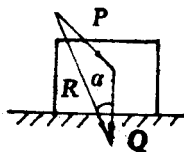
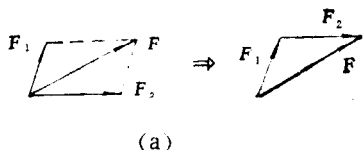


图1-15

(d) 平衡判断

主动力的合力与全反力构成二力平衡, 设主动力合力线与法线所成的锐角为 α , 由此可判断物体所处状态 (图1-15)。

$$\alpha \begin{cases} < \varphi_m & \text{平衡} \\ = \varphi_m & \text{临界状态} \\ > \varphi_m & \text{不平衡} \end{cases}$$



(a)

性质1 力的平行四边形法则——合力等于两分力的几何和(图1—16)

(1) 二力之和(图(a))

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}$$

(2) 二力之差(图(b))

$$\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_1 + (-\mathbf{F}_2) = \mathbf{F}'$$

(3) n 个力之和(图(c))

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots + \mathbf{F}_n = \mathbf{R}$$

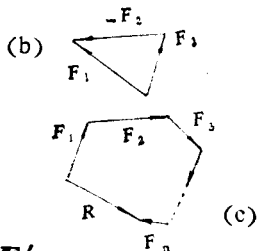


图1—16

性质2 二力平衡原理

二力平衡 $\iff$ 二力等值、反向，共线 ($\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$) (图1—17)

由性质1和2，易得

推论1：三力平衡汇交定理

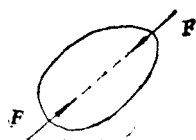


图1—17

若三力平衡，其中二力交于一点，则第三力线必过此点，且三力共面。

推论2：若 n 个力平衡，且 $n-1$ 个力交于一点，则第 n 个力必过此点。

性质3 作用力与反作用力，等值，反向，共线，作用在两个不同物体上。

应用上述力的基本性质，可以确定某些约束反力的方向。

如图1—18所示三铰拱不计自重。因 BC 杆仅在 B 、 C 两点受力平衡，由二力平衡原理， BC 杆受力如图(箭头指向可事先假

定), 再由作用与反作用原理及三力平衡汇交定理, 确定AC杆在C、A两处的约束反力方向。

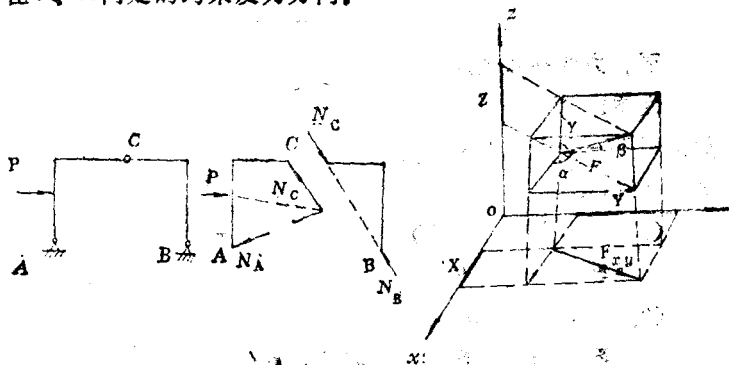


图1-18

图1-19

性质4 力在轴上的投影——力矢量的两个端点在轴上投影之间的有向线段。

由此可得两种投影方法(图1-19)

(1) 直接投影法:

力 F 在 x 、 y 、 z 三轴上的投影分别为:

$$X = |F| \cdot \cos \alpha$$

$$Y = |F| \cdot \cos \beta$$

$$Z = |F| \cdot \cos \gamma$$

(2) 两次投影法:

$$X = |F_{xy}| \cdot \cos(F_{xy}, x)$$

式中 F_{xy} 为 F 在 xy 平面上的投影矢量, 且

$$|F_{xy}| = |F| \cdot \sin(F, z)$$

四、力系的平衡条件

在平衡力系作用下, 物体保持静止或匀速直线运动状态, 因此, 一个平衡力系与一个零力系是等效的, 由此得出任一力

系平衡的三种必要条件:

1. 所有力在任何轴 x 上投影的代数和为零, 即 $\sum X = 0$
2. 所有力对任何轴 x 力矩的代数和为零, 即 $\sum m_x(\boldsymbol{F}_i) = 0$
3. 所有力在任何平面上的投影, 为平面平衡力系。

对于空间力系, 一般可列出六个独立平衡方程; 对于平面力系, 一般可列出三个独立平衡方程。在研究平衡力系时, 我们不必去考究平衡方程的形式与独立补充条件, 只要能列出适当方程, 求出全部未知量。

对于共点力系, 平衡的几何条件是, 其力多边形自行封闭。这个条件用于三力问题, 常常十分方便。

§ 1—2 解题思路指导

平衡条件表述了力系使物体平衡时, 诸力必须满足的条件。这些条件已由解析形式(平衡方程)或几何形式(封闭矢量多边形)给出。应用这些条件于具体问题, 可由已知量, 求解未知量, 确定物体所受全部外力。

一、步骤与技巧

1. 灵活选择研究对象

对于两个或两个以上物体组成的平衡系统, 根据具体问题的已知与所求, 分析先求什么后求什么的整体思路, 是解题的首要步骤。这无确定模式可循, 应以所求为目标, 简捷作向导, 灵活分析。一般可遵循: 先分析整体后考虑局部, 先求外力后求内力; 或先分析局部后研究整体, 先求出某个内力再求外力, 这样两条思考路线进行。

例1 如图1—20所示平面构架 C 处为固定端, 其余各连接

均为铰链，不计杆重，试求AC杆所受的全部外力。

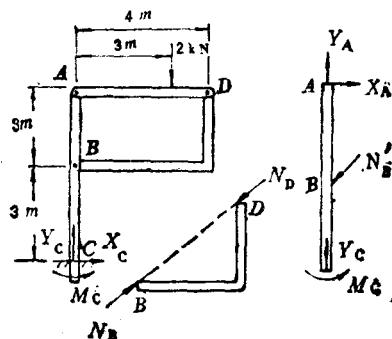


图1-20

思路分析：先研究整体，受力如图。由 $\sum X = 0$ ，得 $X_c = 0$ ；由 $\sum Y = 0$ ，得 $Y_c = 2kN$ ；由 $\sum m_c = 0$ ，得 $M_c = 6kNm$ 。

再分析曲杆BD，仅在B、D两点受力，由二力平衡原理， $N_B = -N_D$ 如图。

最后研究AC杆，受力如图，由 $\sum m_A = 0$ ，有

$$N_B \times 3 \times \frac{4}{5} = M_c. \therefore N_B = \frac{5}{2} (kN); \text{ 由 } \sum X = 0, \text{ 得 } X_A = 2(kN) \text{ 由 } \sum Y = 0, \text{ 得 } Y_A = 0.5kN.$$

例2 如图1-21所示，光滑无底圆筒重 W ，内放两个各重

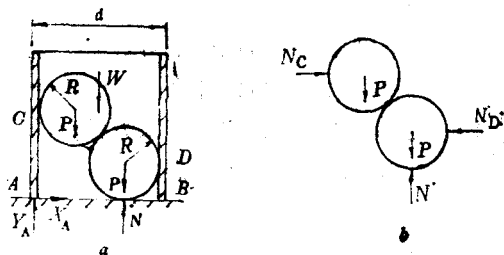


图1-21