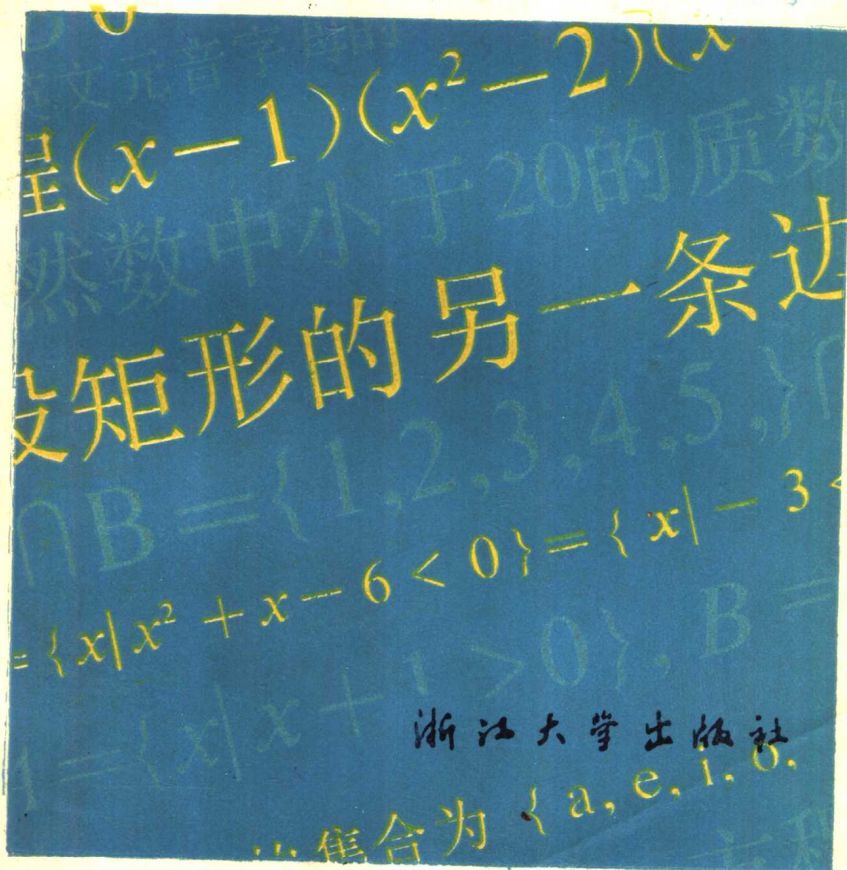


洪 哲 编

# 中专 数学 习题解答

中等专业学校教材 (全国工科专业通用)



中等专业学校教材 (通用)

# 中专数学习题解答

洪哲编

浙江大学出版社

## 内 容 简 介

本书是高等教育出版社出版的全国工科专业通用的中等专业学校教材《数学》(第一、二册)一书的习题解答。文字叙述及数学符号的使用力求做到与教材一致。书中特别对教材中的典型题、难题等给出了详细解答。内容较为系统,既可作为配套材料,也可单独参考使用。

本书对从事这一课程教学的有关人员有重要的参考价值;对自学这一课程的有关读者有加深对问题的理解和开阔思路的指导意义;对在校学生尤其有扩大知识面,提高、掌握运用数学知识的能力。

### 中等专业学校教材 (全国工科专业通用) 中专数学习题解答

洪哲 编

责任编辑 应伯根

\* \* \*

浙江大学出版社出版  
浙江大学印刷厂印刷  
浙江省新华书店发行

\* \* \*

开本787×1092 1/32 印张:10.125 字数:236千字

1988年11月第1版 1988年11月第1次印刷

印数:1—8 000

ISBN7-308-00123-7

O·018 定价:2.65元

# 目 录

## 第一章 集合与函数

|             |    |
|-------------|----|
| 习题1-1 集合的概念 | 1  |
| 习题1-2 集合的运算 | 5  |
| 习题1-3 函数    | 9  |
| 习题1-4 反函数   | 16 |
| 复习题一        | 19 |

## 第二章 幂函数、指数函数、对数函数

|                    |    |
|--------------------|----|
| 习题2-1 幂函数及其图像和性质   | 25 |
| 习题2-2 指数函数及其图像和性质  | 28 |
| 习题2-3 自然对数、对数的换底公式 | 34 |
| 习题2-4 对数函数及其图像和性质  | 37 |
| 习题2-5 简单的指数方程和对数方程 | 44 |
| 复习题二               | 52 |

## 第三章 任意角的三角函数

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 习题3-1 角的概念的推广——弧度制           | 61 |
| 习题3-2 任意角三角函数的概念             | 64 |
| 习题3-3 同角三角函数间的关系             | 66 |
| 习题3-4 三角函数在单位圆上的表示法、三角函数的周期性 | 72 |
| 复习题三                         | 73 |

## 第四章 三角函数的简化公式、三角函数的图像

|                   |    |
|-------------------|----|
| 习题4-1 负角的三角函数简化公式 | 80 |
|-------------------|----|

习题4-2 角的形式为 $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ 、 $\pi \pm \alpha$ 、 $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ 、 $2\pi - \alpha$ 的

三角函数简化公式..... 82

习题4-3 三角函数的图像和性质..... 89

复习题四..... 94

## 第五章 加法定理及其推论、正弦型曲线

习题5-1 正弦和余弦的加法定理..... 101

习题5-2 正切的加法定理..... 106

习题5-3 二倍角的正弦、余弦和正切..... 111

习题5-4 半角的正弦、余弦和正切..... 118

习题5-5 三角函数的积化和差与和差化积..... 123

习题5-6 正弦型曲线..... 130

复习题五..... 134

## 第六章 反三角函数与简单的三角方程

习题6-1 反三角函数..... 144

习题6-2 简单的三角方程..... 152

复习题六..... 165

## 第七章 复数

习题7-1 复数的概念..... 179

习题7-2 复数的四则运算..... 183

习题7-3 复数的三角形式..... 189

习题7-4 复数三角形式的乘法、乘方和除法..... 193

习题7-5 复数的指数形式..... 205

复习题七..... 208

## 第八章 空间图形

习题8-1 平面..... 215

习题8-2 直线和直线的位置关系..... 217

|       |            |     |
|-------|------------|-----|
| 习题8-3 | 直线和平面的位置关系 | 219 |
| 习题8-4 | 平面和平面的位置关系 | 227 |
| 习题8-5 | 多面体        | 235 |
| 习题8-6 | 旋转体        | 243 |
| 复习题八  |            | 248 |

## 第九章 直线

|       |           |     |
|-------|-----------|-----|
| 习题9-1 | 有向线段、定比分点 | 255 |
| 习题9-2 | 直线方程的概念   | 256 |
| 习题9-3 | 直线方程的几种形式 | 257 |
| 习题9-4 | 点、直线间的关系  | 258 |
| 复习题九  |           | 261 |

## 第十章 二次曲线

|        |             |     |
|--------|-------------|-----|
| 习题10-1 | 曲线与方程       | 266 |
| 习题10-2 | 圆           | 268 |
| 习题10-3 | 椭圆          | 271 |
| 习题10-4 | 双曲线         | 275 |
| 习题10-5 | 抛物线         | 279 |
| 习题10-6 | 坐标轴的平移、圆锥截线 | 283 |
| 复习题十   |             | 285 |

## 第十一章 极坐标和参数方程

|        |      |     |
|--------|------|-----|
| 习题11-1 | 极坐标  | 291 |
| 习题11-2 | 参数方程 | 297 |
| 复习题十一  |      | 300 |

## 第十二章 数列

|        |      |     |
|--------|------|-----|
| 习题12-1 | 等差数列 | 306 |
| 习题12-2 | 等比数列 | 309 |
| 复习题十二  |      | 311 |

# 第一章 集合与函数

## 习题1-1 集合的概念

1. 写出下列集合的所有元素:

- (1) 一年中有31天的月份的集合;
- (2) 英文元音字母的集合;
- (3) 大于3小于21的偶数的集合;
- (4) 自然数中小于20的质数的集合;
- (5) 方程 $(x-1)(x^2-2)(x^2+4)=0$ 的实数根的集合;
- (6) 我国古代四大发明的集合。

解 (1) 一年中有31天的月份的集合为

{1月, 3月, 5月, 7月, 8月, 10月, 12月, }。

(2) 英文元音字母的集合为 $\{a, e, i, o, u\}$ 。

(3) 大于3小于21的偶数的集合为

{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}。

(4) 自然数中小于20的质数的集合为

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}。

(5) 方程 $(x-1)(x^2-2)(x^2+4)=0$ 的实数根的集合为

{1,  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{2}$ }。

(6) 我国古代四大发明的集合为

{火药, 指南针, 造纸, 印刷术}。

2. 用列举法或描述法表示下列集合:

- (1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、

海王星、冥王星；

(2) 不等式  $x^2 + 5x + 6 > 0$  的所有解；

(3) 所有正奇数；

(4) 小于10的所有正整数的平方数；

(5) 直线  $y = kx + b$  上所有的点。

解 (1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星组成的集合为  
{太阳系九大行星}。

(2) 不等式  $x^2 + 5x + 6 > 0$  的解集为

$$\{x | x^2 + 5x + 6 > 0\}.$$

(3) 所有正奇数组成的集合为

$$\{x | x = 2n - 1, n \in N\}.$$

(4) 小于10的所有正整数的平方数组成的集合为

$$\{x | x = n^2, n \in N \text{ 且 } 0 < n < 10\}.$$

(5) 直线  $y = kx + b$  上所有的点的集合为

$$\{(x, y) | y = kx + b\}.$$

3. 用点集表示下面的集合：

(1)  $\{x | -x^2 + 9x - 14 > 0, x \in Z\}$ ；

(2)  $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2\}$ ；

(3)  $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x > 0, y > 0\}$ 。

解 (1) 集合  $\{x | -x^2 + 9x - 14 > 0, x \in Z\} = \{x | x^2 - 9x + 14 < 0, x \in Z\} = \{x | (x - 2)(x - 7) < 0, x \in Z\} = \{3, 4, 5, 6\}$ ，在数轴上表示点  $x = 3, 4, 5, 6$  (图1-



1(a) )。

- (2) 集合 $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2\}$ 在直角坐标平面内表示长为4, 宽为1的矩形内部和边界上的所有的点 (图1-1(b))。
- (3) 集合 $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x > 0, y > 0\}$ 在直角坐标平面内表示以原点为圆心, 2为半径的 第 I 象限的圆周上和圆内的所有的点, 但不包含  $x$  轴和  $y$  轴在内的所有的点 (图1-1(c))。

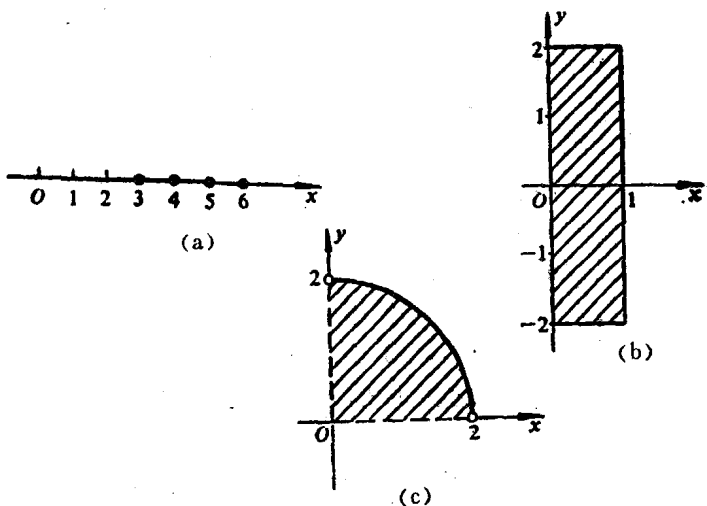


图1-1

4. 在下列各题中\_\_\_\_处填上合适的符号 ( $\in$ ,  $\notin$ ,  $=$ ,  $\subset$ ,  $\subseteq$ ):

- (1)  $\phi$ \_\_\_\_ $\{a\}$ ; (2)  $a$ \_\_\_\_ $\{a\}$ ; (3)  $\{a\}$ \_\_\_\_ $\{a\}$ ;  
 (4)  $\{a\}$ \_\_\_\_ $\{a, b\}$ ; (5)  $a$ \_\_\_\_ $\{b, c, d\}$ ; (6)  $Q^+$ \_\_\_\_ $R^+$ .

解 (1)  $\phi \subset \{a\}$ ; (2)  $a \in \{a\}$ ;

$$(3) \{a\} = \{a\} \text{ 或 } \{a\} \subseteq \{a\};$$

$$(4) \{a\} \subseteq \{a, b\}; \quad (5) a \notin \{b, c, d\};$$

$$(6) \mathbb{Q}^+ \subseteq \mathbb{R}^+.$$

5. 写出集合  $A = \{a, b, c, d\}$  的所有子集, 指出其中哪些是真子集。

**解** 集合  $A$  的所有子集为

$$\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \\ \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \\ \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}.$$

其中除  $\{a, b, c, d\}$  外, 其余子集都是  $A$  的真子集。

6. 设  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 写出集合  $A$  中符合下列条件的所有子集:

(1) 元素都是质数;

(2) 元素都能被3整除;

(3) 元素都能被2整除。

**解** (1) 元素都是质数所组成的子集为

$$\{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\},$$

(2) 元素都能被3整除的数所组成的子集为  $\{3\}, \{9\}, \{3, 9\};$

(3) 元素都能被2整除的数所组成的子集为  $\phi$ 。

7. 讨论下列两集合间的包含关系:

$$A = \{x | (x+1)^2 \leq 4\}, \quad B = \{x | x^2 - 5x + 6 \geq 0\}.$$

**解** 解不等式  $(x+1)^2 \leq 4$ , 得  $-3 \leq x \leq 1$ ,

$$\therefore A = \{x | -3 \leq x \leq 1\}.$$

解不等式  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ , 得  $x \geq 3$  或  $x \leq 2$ ,

$$\therefore B = \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq 2\}.$$

由此可见, 集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集,

即  $A \subset B$ .

8. 比较下列各题中的两个集合, 判断它们是否相等:

(1)  $A = \{x | x = 5n, n \in N, n < 6\}$  与

$$B = \{5, 15, 25, 10, 20\};$$

(2)  $C = \{1, 5, 7, 9\}$  与  $D = \{\text{小于10的正奇数}\};$

(3)  $M = \{y | y^2 - 3y - 4 < 0\}$  与  $P = \{y | -1 < y < 4\}.$

解 (1)  $\because A = \{x | x = 5n, n \in N, n < 6\}$   
 $= \{5, 10, 15, 20, 25\},$

$$B = \{5, 15, 25, 10, 20\} = \{5, 10, 15, 20, 25\},$$

$$\therefore A = B.$$

(2)  $\because C = \{1, 5, 7, 9\},$

$$D = \{\text{小于10的正奇数}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\},$$

$$\therefore C \neq D.$$

(3)  $\because M = \{y | y^2 - 3y - 4 < 0\} = \{y | -1 < y < 4\},$

$$P = \{y | -1 < y < 4\},$$

$$\therefore M = P.$$

## 习题1-2 集合的运算

1. 已知两个集合 $A$ 与 $B$ , 求 $A \cup B$ :

(1)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7\};$

(2)  $A = \{\text{正整数}\}, B = \{\text{正分数}\};$

$$(3) A = \{x | x < -2\}, B = \{x | x > 3\}.$$

$$\text{解 } (1) A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

$$(2) A \cup B = \{\text{正整数}\} \cup \{\text{正分数}\} = \{\text{正有理数}\}.$$

$$(3) A \cup B = \{x | x < -2\} \cup \{x | x > 3\} = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}.$$

2. 已知两个集合  $A$  与  $B$ , 求  $A \cap B$ :

$$(1) A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7\};$$

$$(2) A = \{\text{有理数}\}, B = \{\text{无理数}\};$$

$$(3) A = \{x | x + 1 > 0\}, B = \{x | x - 1 < 3\}.$$

$$\text{解 } (1) A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5\}.$$

$$(2) A \cap B = \{\text{有理数}\} \cap \{\text{无理数}\} = \phi.$$

$$(3) \because A = \{x | x + 1 > 0\} = \{x | x > -1\},$$

$$B = \{x | x - 1 < 3\} = \{x | x < 4\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x | x > -1\} \cap \{x | x < 4\} = \{x | -1 < x < 4\}.$$

$$2. \text{ 设 } A = \{x | x(x+1)(x-3) = 0\}, B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}, \text{ 求 } A \cup B.$$

$$\text{解 } \because A = \{x | x(x+1)(x-3) = 0\} = \{0, -1, 3\},$$

$$B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\},$$

$$\therefore A \cup B = \{0, -1, 3\} \cup \{1, 2\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}.$$

$$4. \text{ 设 } A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}, B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}, \text{ 求 } A \cap B.$$

$$\text{解 } \because A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\} = \{x | -3 < x < 2\},$$

$$B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\} = \{x | -1 \leq x \leq 3\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x | -3 < x < 2\} \cap \{x | -1 \leq x \leq 3\} = \{x | -1 \leq x < 2\}.$$

5. 设  $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{3, 6, 7, 8, 10\}$ ,  $C = \{3, 5, 7\}$ .

求: (1)  $A \cup B \cup C$ ; (2)  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

解 (1)  $\because A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  
 $\therefore A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{3, 5, 7\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

(2)  $\because A \cap B = \{1, 2, 4, 5, 9\} \cap \{3, 6, 7, 8, 10\} = \phi$ ,  
 $A \cap C = \{1, 2, 4, 5, 9\} \cap \{3, 5, 7\} = \{5\}$ ,  
 $\therefore (A \cap B) \cup (A \cap C) = \phi \cup \{5\} = \{5\}$ .

6. 写出不等式  $|x+3| > 2$  的解集.

解 解不等式  $|x+3| > 2$ , 得  $x+3 > 2$  或  $x+3 < -2$ ,  
 即  $x > -1$  或  $x < -5$ .

所以不等式  $|x+3| > 2$  的解集为

$$\{x|x > -1 \text{ 或 } x < -5\} \text{ 或 } \{x|x > -1\} \cup \{x|x < -5\}.$$

7. 设  $A = \{x|x+2 = x^2\}$ ,  $B = \{x|\sqrt{x+2} = x\}$ , 求  $A-B$  及  $B-A$ .

解  $\because A = \{x|x+2 = x^2\} = \{-1, 2\}$ ,  $B = \{x|\sqrt{x+2} = x\}$   
 $= \{2\}$ ,  
 $\therefore A-B = \{-1, 2\} - \{2\} = \{-1\}$ ,  
 $B-A = \{2\} - \{-1, 2\} = \phi$ .

8. 设全集  $\Omega = \{\text{不大于10的自然数}\}$ ,

$$A = \{1, 2, 4, 5, 9\}, B = \{3, 6, 7, 8, 10\}.$$

求 (1)  $A \cup B$ ; (2)  $A \cap B$ ; (3)  $\overline{A \cup B}$ ;

(4)  $\overline{A \cap B}$ ; (5)  $\overline{A \cap B}$ .

解 (1)  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 9\} \cup \{3, 6, 7, 8, 10\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \Omega$ .

$$(2) A \cap B = \{1, 2, 4, 5, 9\} \cap \{3, 6, 7, 8, 10\} = \phi.$$

$$(3) \because \bar{A} = \{3, 6, 7, 8, 10\}, \quad \bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 9\},$$

$$\therefore \bar{A} \cup \bar{B} = \{3, 6, 7, 8, 10\} \cup \{1, 2, 4, 5, 9\} = \Omega.$$

$$(4) \overline{A \cup B} = \Omega - (A \cup B)$$

$$= \Omega - \Omega = \phi.$$

$$(5) \overline{A \cap B} = \Omega - (A \cap B) = \Omega - \phi = \Omega.$$

9. 设集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ ,

$B = \{(x, y) | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}, -1 < y < 1\}$ , 在坐标平面

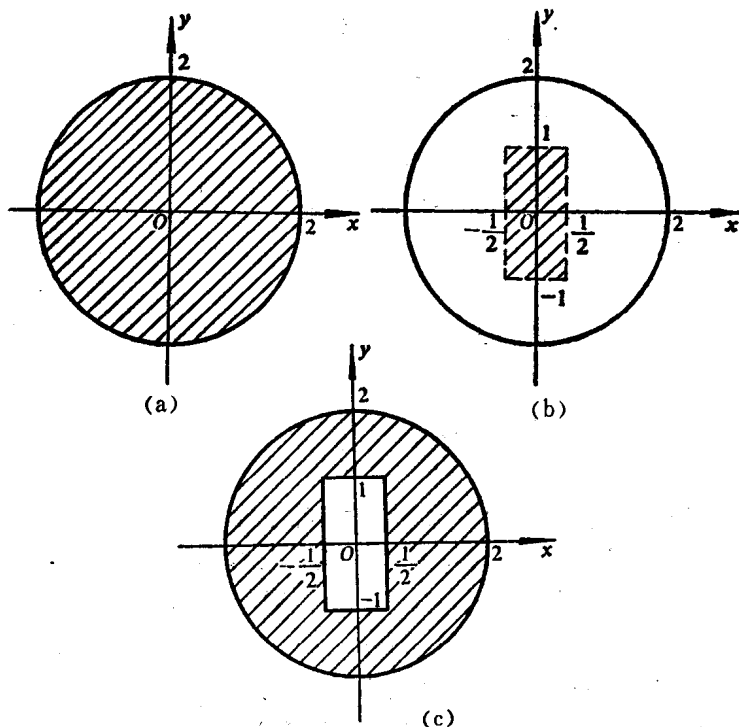


图1-2

内画出下列集合：(1)  $A \cup B$ ； (2)  $A \cap B$ ；  
(3)  $A - B$ 。

**解** 图1-2(a), (b), (c)中的阴影部分分别表示集合  $A \cup B$ 、 $A \cap B$ 、 $A - B$ 。阴影部分中边界为实线的表示其上的点属于该集合，边界为虚线的表示其上的点不属于该集合。

### 习题1-3 函数

1. 如图1-3，把一个直径  $d = 50$  厘米的圆木截成横截面为长方形的木料。若此长方形截面的一条边长为  $x$ ，截面的面积为  $A$ ，求以  $x$  为自变量时，面积  $A$  的函数，并求出它的定义域。

**解** 据题意，知长方形截面的另一条边长为

$$\sqrt{d^2 - x^2} = \sqrt{2500 - x^2}.$$

因此截面的面积  $A = x \cdot \sqrt{2500 - x^2}$ 。

解不等式组 
$$\begin{cases} x > 0, \\ 2500 - x^2 > 0. \end{cases}$$

得  $0 < x < 50$ 。

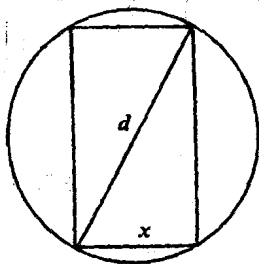


图1-3

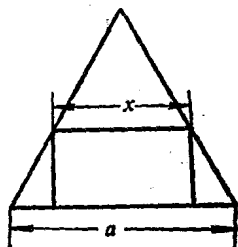


图1-4

即函数的定义域为

$$\{x|0 < x < 50\}.$$

2. 如图1-4, 从边长为 $a$ 的正三角形铁皮上剪下一个矩形. 把矩形的周长 $p$ 和面积 $A$ 分别表示为其一条边长 $x$ 的函数, 并写出它们的定义域.

解 设矩形的另一条边长为 $y$ , 则 $y = \frac{a-x}{2} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x).$$

$$\therefore \text{矩形的周长 } p = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x)$$

$$= (2 - \sqrt{3})x + \sqrt{3}a;$$

矩形的面积  $A = x \cdot y = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x(a-x)$ , 它们的定义域都是 $(0, a)$ .

3. 已知函数  $F(x) = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ , 求  $F(3)$ ,  $F(-\frac{1}{2})$ ,

$$F(a).$$

解  $F(3) = \frac{3^2 - 4}{|3 - 2|} = 5$ ,  $F(-\frac{1}{2}) = \frac{(-\frac{1}{2})^2 - 4}{|-\frac{1}{2} - 2|}$

$$= -\frac{3}{2},$$

$$F(a) = \frac{a^2 - 4}{|a - 2|}, \text{ 当 } a > 2 \text{ 时, } F(a) = \frac{a^2 - 4}{a - 2} = a + 2,$$

$$\text{当 } a < 2 \text{ 时, } F(a) = \frac{a^2 - 4}{-(a - 2)} = -a - 2.$$



$$4. \text{ 已知函数 } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ (x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-1, & x \geq 2. \end{cases}$$

求  $f(2)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(1)$  及  $f(\sqrt{5})$  的值。

**解** 当  $x=2$  时,  $f(x)=x-1$ ,  $\therefore f(2)=2-1=1$ ,

当  $x=-3$  时,  $f(x)=x+1$ ,  $\therefore f(-3)=-3+1=-2$ ,

当  $x=1$  时,  $f(x)=(x-1)^2$ ,  $\therefore f(1)=(1-1)^2=0$ ,

当  $x=\sqrt{5}$  时,  $f(x)=x-1$ ,  $\therefore f(\sqrt{5})=\sqrt{5}-1$ .

5. (1) 已知函数  $f(x)=x^2+1$ , 求证  $f(a)=f(-a)$ .

(2) 已知函数  $F(x)=x^3-x$ , 求证  $F(-a)=-F(a)$ .

**证** (1)  $\because f(a)=a^2+1$ ,  $f(-a)=(-a)^2+1=a^2+1$ ,

$$\therefore f(a)=f(-a).$$

(2)  $\because F(-a)=(-a)^3-(-a)=- (a^3-a)$ ,  $-F(a)=- (a^3-a)$ ,

$$\therefore F(-a)=-F(a).$$

6. 已知函数  $f(x)=ax+b$ , 且  $f(2)=1$ ,  $f(-1)=0$ , 求  $a$  和  $b$  的值。

**解**  $\because f(2)=2a+b=1$ ,  $f(-1)=-a+b=0$ ,

$$\therefore a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{3}.$$

7. 设  $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$ ,