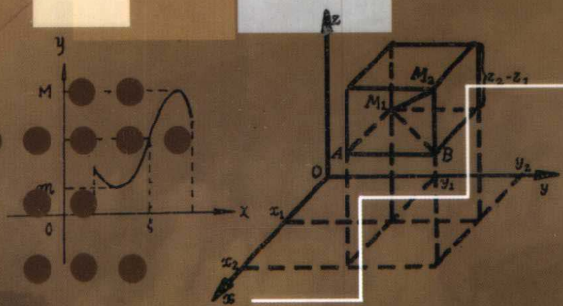
军队院校统编教材

主编 汪名杰

黄河出版社



（上册）

GAODENGSHUXUE

高等数学

军队院校统编教材

高等数学

（上册）

江苏工业学院图书馆
藏书章

主　编　汪名杰
编写者　杨生镐　郜　彪　倪志强
　　　　陆克斌　吴建国

黄河出版社

责任编辑　胡耀武
封面设计　张宪峰

书　　名　高等数学(上、下)
主　　编　汪名杰
出版发行　黄河出版社
社　　址　(250002)山东省济南市英雄山路19号
电　　话　(0531)2053974地线;(0421)87215军线
印 刷 者　莱芜市圣龙印务书刊有限责任公司
开　　本　850×1168毫米　1/32
印　　张　20
字　　数　500千字
版　　次　2002年7月第1版
印　　次　2002年7月第1次印刷
统一书号　780152·18
定　　价　28.00元(上、下册)

版权所有·请勿擅自制作或翻印本书·违者必究
如发现印装质量问题,请与本社联系调换

前言

“高新技术本质上是数学技术.”随着科学技术的飞速发展，数学的地位和作用日益提高，数学课程的教学不仅是为后继课程的学习提供知识基础，更主要的是培养学员的科学思维品质、提高学员的科学文化素养.正因如此，所有军队院校均将高等数学列为一门重要的基础公共课.

为了适应军队院校培养应用型人才的需要，并结合教学实际，我们组织了几位长期从事一线教学的优秀教员编写了这套《高等数学》教材. 本教材主要依据国家教委颁发的高等工程专科学校《高等数学课程教学基本要求》，贯彻“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，精选教学内容，科学编排，注重基本概念、基本理论和基本方法的介绍，力求用通俗的数学语言讲清概念，用简易的方法引证理论，用不同类型的例题归纳方法，以达到培养学员发现问题、分析问题和解决问题的能力.

本教材分上、下两册. 上册包括函数、极限、连续，导数与积分，导数的应用，不定积分，定积分，定积分的应用，常微分方程；下册包括向量代数与空间解析几

何，多元函数及其微分，多元函数与积分，无穷级数.各章配有习题，书末附有各习题参考答案.

本教材在编写、出版过程中，黄河出版社胡耀武编辑倾注了大量心血，在此表示衷心感谢. 由于编者水平有限，加之时间仓促，书中定有不妥之处，敬请使用本教材的同行和广大读者批评指正.

编 者

2002 年 7 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一章 函数 极限 连续

函数是高等数学研究的主要对象.极限是贯穿高等数学始终的一个重要概念,是高等数学研究问题的基本工具.连续则是函数的一个重要性态.本章将介绍函数、极限、连续等基本概念,以及它们的一些性质.

第一节 函 数

一 函数的概念

在中学里我们已经学过有关函数的基本知识,为了更好地学习高等数学,我们将有关的内容系统地再回顾一下.

定义 设 D 为一个非空实数集合,如果存在确定的对应法则 f,使得对于 D 中的任意一个数 x,按照法则 f 都有确定的实数 y 与之对应,则称 f 是定义在集合 D 上的函数. x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为函数的定义域. x 所对应的 y 称为 x 的函数值,记为

$$y = f(x).$$

集合 $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 f 的值域. $f(x)$ 与 f 二者并不相同.但是人们往往是通过函数值来研究函数,因此也称 $y = f(x)$ 是 x 的函数.

不难看出,函数是由定义域和对应法则所确定的.对于两个函

数而言,当且仅当它们的定义域和对应法则都相同时,才表示同一函数.而与自变量及因变量用什么字母表示无关,如函数 $y=f(x)$ 也可用 $y=f(t)$ 表示.

如果 $x_0\in D$,称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处有定义.函数 f 的函数值记为

$$y\big|_{x=x_0} \text{ 或 } f(x_0).$$

不同的对应法则表示不同的函数,如 $y=f(x)$、$y=g(x)$、$y=\varphi(x)$ 等等.

通常函数有三种表示法:公式法、表格法、图示法.公式法是以数学式子表示函数的方法,如 $y=x^2, x\in(-\infty,+\infty)$;表格法是以表格形式表示函数的方法,如三角函数表、对数表等;在坐标系中,以图形表示函数的方法称为图示法.

在实际应用中,有时会遇到函数在定义域的不同范围具有不同表达式的情形,这样的函数叫做**分段函数**.例如,符号函数

$$\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1\ , x>0,\\ 0\ , x=0,\\ -1, x<0.\end{cases}$$

它的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,值域为 $\{-1,0,1\}$.它的图形如图1−1所示.

对于给定的 x 值,对应的 y 值有多个时,称函数为**多值函数**,对于给定的 x 值,对应的 y 值惟一时,称函数为**单值函数**.例如,方程 $y^2=x$ 在 $(0,+\infty)$ 内确定一个多值函数,而 $y=\sqrt{x}$ 与 $y=-\sqrt{x}$ 是它的两个单值分支.

我们在给出一个函数时,一般都应标明其定义域.函数的定义域是使函数有意义的自变量取值范围.但对于反映实际现象的函数,其定义域要根据问题的实际意义来确定.如圆的面积公式

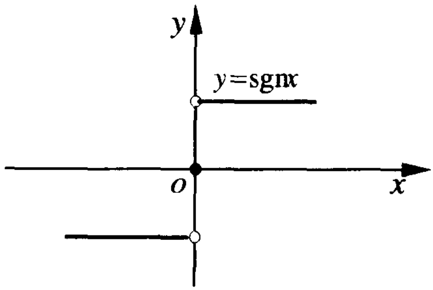


图1－1

$S=\pi r^2$，r 的定义域应为 $(0,+\infty)$ 而非 $(-\infty,+\infty)$.通常用不等式、区间或集合形式来表示定义域.

例1　确定函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$ 的定义域.

解　使该函数有意义的 x 应满足不等式组

$$\begin{cases} x\neq 0, \\ 1-x^2\geq 0. \end{cases}$$

解此不等式组,得其定义域为:

$$-1\leq x<0 \text{ 或 } 0<x\leq 1\text{,即:}[-1,0)\cup(0,1].$$

用集合形式表示为 $D=\{x|x\in[-1,0)\cup(0,1]\}$.

例2　设函数 $f(x)=\sqrt{4+x^2}$,求 $f(0)$, $f(1)$, $f(\dfrac{1}{a})$, $f(t^2)$, $[f(t)]^2$ (其中 $a\neq 0$).

解　$f(0)=\sqrt{4+0^2}=2$;

$f(1)=\sqrt{4+1^2}=\sqrt{5}$;

$$f(\frac{1}{a})=\sqrt{4+\frac{1}{a^2}}=\sqrt{\frac{4a^2+1}{a^2}}=\frac{1}{|a|}\sqrt{4a^2+1};$$

$$f(t^2)=\sqrt{4+(t^2)^2}=\sqrt{4+t^4};$$

$$[f(t)]^2=(\sqrt{4+t^2})^2=4+t^2.$$

二 函数的几种特性

1．有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义,若存在一个正数 M ,当 $x\in I$ 时,恒有

$$|f(x)|\leq M$$

成立,则称函数 $f(x)$ 为区间 I 上的**有界函数**;如果不存在这样的正数 M ,则称函数 $f(x)$ 为区间 I 上的**无界函数**.

例如,函数 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界函数,因为对任意 $x\in(-\infty,+\infty)$ 都有 $|\sin x|\leq 1$ 成立.而函数 $f(x)=tgx$ 在 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 内是无界函数.

有的函数在定义域的某一部分有界,而在另一部分无界.例如,函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 上有界,在区间 $(0,1)$ 内无界.因此我们说一个函数是有界还是无界,应该同时指出其自变量的相应取值范围.

2．单调性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 内有定义,如果对于区间 I 内的任意两点 x_1 和 x_2 ,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调增加**;如果对于区间 I 内的任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1 < x_2$ 时,恒有

$$f(x_1) > f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调减少**.

例如,函数 $y=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 内单调增加,在区间 $(-\infty,0]$ 内单调减少;而在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内函数 $y=x^2$ 既不是单调增加也不是单调减少(图1－2).

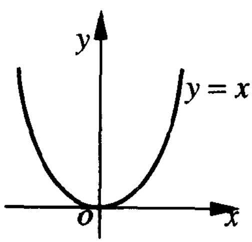


图1－2

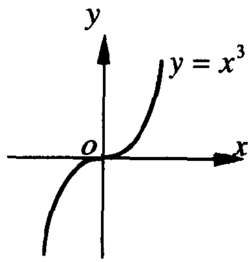


图1－3

又例如,函数 $f(x)=x^3$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的(图1－3).

单调增加和单调减少函数统称为**单调函数**.从几何直观来看,函数单调增加,就是当 x 自左向右变化时,函数的图形上升;函数单调减少,就是当 x 自左向右变化时,函数的图形下降.

3．**奇偶性**

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称,如果对于定义域中的任意 x,都有 $f(-x)=f(x)$,则称 $y=f(x)$ 为**偶函数**;如果对于定义域中的任意 x,都有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $y=f(x)$ 为**奇函数**.偶函数的图形关于 y 轴对称,奇函数的图形关于原点对称.

例如,$y=x^2$ 与 $y=\cos x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是偶函数, $y=x^3$ 与 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是奇函数.而 $y=x+\cos x$ 则既非奇

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com