

责任编辑：张玉平
封面设计：马莉



“开卷”全国教辅畅销书排行榜前列

◆ 天利38套经济版 ◆

- 语文 6.80 元 • 数学 6.80 元
- 英语 6.80 元 (另配磁带 3 盒: 24.00 元)
- 文科综合 6.80 元
- 理科综合 6.80 元



QQ 教育推荐用书

讀天利書 圓名校夢

ISBN 7-223-01710-4



9 787223 017107 >

定价 (全 5 册): 34.00 元

读者网上论坛 www.TL100.com

媒体推荐

搜狐教育 Learning.sohu.com

新浪教育 edu.sina.com.cn

腾讯教育 edu.qq.com

网易教育 education.163.com



牛皮卷

2006
全国各省市

高考模拟试题精粹

天利 38 套

经济版

北京天利考试信息网 编
全国高考试题研究组
全国学习科学研究会考试研究中心 审

数学



西藏人民出版社

致读者

对考生来说,高考实在太重要了。高考成绩的好坏是决定考生能否升学的关键,高考的失败也许会影响到他个人未来的发展,甚至于一生的事业。正因为如此,无论是考生,还是学校的老师以及考生家长都极为重视。于是乎,进入高三后准考生们就开始盘算着高考,到了高三下学期,全体同学就开始了实际意义上的备考复习。高考不同于一般的考试,高考者高考十分关键,复习得法能使考试成绩有较大提升。众多教育专家及高考成功者从大量的实例中总结出了一套成功的复习经验及把握的原则,其中最核心的内容可以归纳成以下4点,这对于复习阶段的学生来说称得上是无价之宝。

首先,高考复习应依据《考试大纲(说明)》及自主命题省市教委编写的《考试大纲》的补充说明,他们是高考命题的依据,也是考生复习备考的指针。

其次,复习最根本的是要抓住双基,夯实基础。掌握好基础知识,才能融会贯通,举一反三,才能应用自如。

第三,不同复习阶段应有不同的目标和侧重。第一轮复习要紧扣教材,全面照顾,步步为营,不留死角,侧重于吃透教材内容。第二轮复习要收缩战线,侧重于重点、难点、热点问题。第三轮复习侧重于查漏补缺,全真模拟。

第四,做题是复习的重要组成部分,适量做题很有必要,但也不必做得太多。做题越多并不意味着高考时就能得分越高,因为这之间没有必然的关系。只有双基扎实、基础牢固、重点吃透,能应用自如才能在考试中获得高分。因此复习中做题不在于多,而在于精,重要的是选择好的试题,并且每做一题都进行总结,达到触类旁通。再就是要做各种类型的试题,特别是做重要考点的典型题,这样才既不敢于陷于题海之中,又能取得事半功倍的效果。

从近几年高考试题来看,无论是教育部考试中心命题,还是各省市自主命题都严格遵循《考试大纲》。另一方面,尽管高考改革在不断深化,但整体上的改革是平稳而循序渐进的,反映在《考试大纲》和命题原则上都没有大的变化,试题难度和难度也不会大起大落,由此可以推断2006年的高考仍将保持平稳,但会平稳地推进。自主命题省市还会增加,高考会更加注重能力和综合素质的考查,在试题设计上将更注意人文内涵和知识的综合应用。

天利考试信息网一直密切关注高考政策规定和改革的任何变化,并将其精神融入到相关的图书中。所以,《“天利38套”全国各省市高考模拟试题汇编》出版以来,一直能受到广大师生的欢迎和喜爱,并已成为众多著名示范高中和全国众多考生的必备复习用书,才能连续几年一直名列全国权威权威图书调查机构开基图书调查研究所“开基”全国各省市高中教辅行榜首。本书是应广大要求而编的“天利38套”全国各省市高考模拟试题汇编的经济版,虽然各科册的题量少些,但是所选试题均具有

典型性和代表性。如前所述,由于教材相同,考纲相同,因此本书适用于全国各省市的考生。除此而外,还有如下几点需要说明:

1. 本书包含语文、数学、英语、文科综合、理科综合、物理、化学、生物、政治、历史和地理11科册,教育部规定2005年起英语是否考听力及如何考可由各省市自己决定,现已知道2005年有部分省不考听力,本书为经济版,故英语科全部为含听力的试题,但配有听力磁带,由美国专家朗读。发音、语速及朗读遍数等均完全按照高考的实际要求,供相关省市的考生选用。

2. 物理、化学、生物、政治、历史和地理6个单科,因考试模式不同,上海、江苏、广东考生将选考其中一些科目,其他省市只在文科综合或理科综合中涉及到相关科目的内容,两者考查的深度和广度都不尽相同。因此,本书在选题时兼顾了两方面考生的需要,选编了部分单科考试模拟试题,更多地选编综合科目下各单科的模拟试题,供不同需要的考生选用。

3. 数学文理科试题已作了合卷处理,凡题号后标有(文)的试题只供文科考生做;标有(理)的试题只供理科考生做;题号后未标(文)或(理)的试题,文科考生和理科考生都做。相应地,参考答案中也相应地标有(文)、(理)或什么都不标,与试题一一对应以便查阅。

4. 本书在编写时充分注意到各地区教育水平的差别及不同复习阶段、不同水平考生的需要,各科册收集了各复习阶段使用的和不同难度的模拟试题,建议读者根据自身水平、不同复习阶段选用,也可在教师指导下分阶段选用。

本书所述试题均来自于全国各地的实际模拟试题,具有较好的普遍性和代表性。限于编者水平和篇幅限制,在选编时难免有错误或不妥,读者对本书有任何意见、建议及对应试题的评价等,请来信告知。来信寄:北京市朝阳区东土城路8号林达大厦A座13层C区天利38套编委会收 邮编:100013,或登陆“天利考试信息网”(www.TL100.com)留言。

本书能如期出版,得益于各地教研室、重点中学及老师们的大力支持和帮助,在此一并致谢。

编者
2005年6月

天利考试信息网(www.TL100.com)

读者论坛

为帮助读者及时了解最新高考动态,交流复习做题经验,讨论试题解法,天利考试信息网开通了“读者论坛”。西藏人民出版社“天利·读者”可免费提供各种高考模拟、试题,免网上网交流。网上还将对本书的修订补充和使用(如网上听听力训练等)不断发布信息。

www.TL100.com

西藏人民出版社2006年高考用书

天利38套《2006年全国各省市高考模拟试题汇编》

语文、英语、数学、理科、文科每册定价:14.80元;另配英语磁带6盒:48元;英语(不含听力)、物理、化学、生物、政治、历史、地理每册定价:11.80元;大综合每册定价:9.80元;8开试卷,2005年7月出版。

2006年天利38套《经济版》(全国高考模拟试题精粹)

含各科,每册定价:6元;英语磁带2盒:16元。

《2006年最新五年高考真题汇编》

含2001—2005年各省市区及详解:语文、英语、数学、理科、文科,每册定价:12元;其他各科每册定价:6.80元;英语磁带1盒:8元。

《2005年全国及各省市高考真题》
含2005年全国及各省市真题及其详解:语文、英语、数学每册定价:6.80元;理科、化学、物理、生物、文科(含政治、历史、地理)每册定价:8元。

《最新五年高考试题分类解析》

按专题,考点对2001—2005年高考试题进行分类分析,共9科册,每册定价:12元。

《2006年高考真题——常考易错典型试题》

按考点编入最常用、易错典型典型试题,附有走出误区、举一反三。共9科册,每册定价:10元。

《3年高考+3年模拟——高考考点专题训练》

按专题将近3年的高考真题和模拟试题汇编成模拟试题作练习,共9科册,每册定价:6.80元。

《全国各省市高中会考真题汇编》

精选8—10套会考真题,共9科册,每册定价:6.80元。

《全国名校联考真题》(第1—6辑)

第1辑(高中三年):共9册,2005年8月出版,每册定价:3.80元。
第2辑(高中三年):共9册,2005年10月出版,每册定价:3.80元。
第3辑(高中三年):共9册,2005年12月出版,每册定价:3.80元。
第4辑(高中三年):共9册,2006年2月出版,每册定价:3.80元。
第5辑(高中三年):共9册,2006年3月出版,每册定价:3.80元。
第6辑(高中三年):共9册,2006年4月出版,每册定价:3.80元。

《2006年高考复习大纲》

含复习纲要、考点提示、复习方法策略等,共9科册,每册定价:3.80元。

《2006年高考英语词汇规范解析》

各省市通用,规范、准确,每册定价:4.80元。

《2006年高考考试大纲》

大纲解析、要点提示,可作大略用。共9科册,每册定价:3.80元。

《2006年高考时事政治》

含时政及文综题背景等,上册:2005年12月出版,定价:5.80元;下册:2006年3月出版,定价:3.80元。

《2006年高考真题汇编》

《新编高校招生录取及填报志愿指南》34.80元

《高校录取规则》19.80元

《热门专业资讯》80元

《军事院校报考须知》9.80元

《艺术院校报考须知》9.80元

《高考满分作文点评》12元

订阅办法

本套图书详细内页请索取 www.TL100.com,并填写到各地新华书店办理。如办理邮购另加15%邮费。

通讯地址:100013 北京市东土城路8号林达大厦A座13层

西藏人民出版社北京发行部

联系电话:010-64465482,64465472,51655511

传真:010-64465399 E-mail:info@TL100.com

图书在版编目(CIP)数据

高考模拟试题精粹 / 北京天利考试信息网编.

- 拉萨: 西藏人民出版社, 2004.7

ISBN 7-223-01710-4

I. 高... II. 北... III. 课程—高中—习题—升学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 049510 号

天利 38 是图书及教育界公认的著名教辅品牌, 订书请认准“西藏人民出版社”和“天利 38 套”标志。
盗版举报电话: 010-64466412 (西藏人民出版社北京发行部)

目 录

1. 北京市海淀区高三年级第二学期期中练习
2. 北京市朝阳区高三第一次统一考试
3. 重庆市高三三联合诊断性考试(一)
4. 长春、沈阳、大连、哈尔滨四市高中毕业班第一次联合考试
5. 江苏省南通市高三第一次调研考试
6. 南京市高三第一次调研考试
7. 石家庄市高中毕业班复习教学质量检测(二)
8. 济南市高三统一考试
9. 广州市普通高中毕业班综合测试(一)
10. 福州市高中毕业班质量检查
11. 江苏省苏州市高三教学调研测试
12. 云南省第一次高三教学质量检测
13. 江西省七所重点中学高三联考
14. 山东省济宁市高三第一次摸底考试
15. 湖南师大附中高三第三次月考
16. 天津实验中学高三年级总复习质量调查(一)

数学参考卷及答案及解答题提示

天利 38 套 经济版



QQ 教育推荐 2006 年高考用书

2005
全国各省市

高考模拟试题精粹¹

天利 38 套 经济版

数 学

(文理合卷)

◆ 全国高中数学竞赛命题研究组
北京天利考试信息网
全国学习科学研究会考试研究中心 编 审

天利 38 套

全国教辅畅销书排行榜前列

读者更多免费试题信息交流: www.TL100.com
CNC.TL100.com

高考模拟试题精粹¹

——天利 38 套经济版(数学)

作 者 北京天利考试信息网

责任编辑 张玉平 王汉添

封面设计 谭仲秋

出 版 西藏人民出版社

社 址 拉萨市林廓北路 20 号

邮政编码 850000

北京发行部: 北京市东土城路 8 号林达大厦 A 座 13 层

电 话: 010-64466482, 64466473, 51655511-858

刷 天津市凯旭印刷有限公司

经 销 全国新华书店

印 本 8 开(787×1092)

开 数 15000

印 次 2005 年 7 月第 2 版第 1 次印刷

标准书号 ISBN 7-223-01710-4/G·731

定 价 34.00 元(全 5 册)

西藏人民出版社

数 学

参考公式:

如果事件 A, B 互斥, 那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立, 那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P , 那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一. 选择题 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的

1. (文) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是 ()

- A. $[-1, +\infty)$
B. $[-1, 0)$
C. $(-1, +\infty)$
D. $(-1, 0)$

(理) 复数 $z = \frac{1}{1+i}$ 所对应的点在 ()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

2. 下列函数中周期为 2 的函数是 ()

- A. $y = 2\cos^2 \pi x - 1$
B. $y = \sin^2 \pi x + \cos 2\pi x$
C. $y = \tan(\frac{\pi}{2} x + \frac{\pi}{3})$
D. $y = \sin x \cos x$

3. 若 $(3x^2 - \frac{1}{2x})^n$ 的展开式中含有常数项(非零), 则正整数 n 的可能值是 ()

- A. 6
B. 5
C. 4
D. 3

4. (文) 若命题 $p: x = 2$ 且 $y = 3$, 则 $\neg p$: ()

- A. $x \neq 2$ 或 $y \neq 3$
B. $x \neq 2$ 且 $y \neq 3$
C. $x = 2$ 或 $y = 3$
D. $x = 2$ 且 $y = 3$

(理) 若双曲线 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{m^2} = 1 (m \neq 0)$ 的一条准线与抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线重合, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$
B. $2\sqrt{2}$
C. 4
D. $4\sqrt{2}$

5. (文) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 = 10$, $a_2 + a_4 = \frac{5}{4}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ()

- A. $a_n = 2^{n-1}$
B. $a_n = 2^{1-n}$
C. $a_n = 2^{n-1}$
D. $a_n = 2^{1-n}$

(理) 若命题 $p: x \in A \cap B$, 则 $\neg p$: ()

- A. $x \in A$ 且 $x \notin B$
B. $x \notin A$ 或 $x \notin B$
C. $x \notin A$ 且 $x \in B$
D. $x \in A$ 或 $x \in B$

C. $x \notin A$ 且 $x \notin B$

一条准线与该抛物线的准线重合, 则 m 的值为

(理) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项的和为 21, 前 6 项的和为 24, 则其首项为

_____. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} =$ _____.

14. 函数 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[-1, 1]$ 上单调递增, $f(-1) = -1$, 则 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值为 _____, 又若 $f(x) \in [-1, 1]$ 对所有的 $x \in [-1, 1]$ 及 $a \in [-1, 1]$ 都成立, 则 t 的取值范围是 _____.

三. 解答题 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15. (本小题满分 13 分)

已知 a 为锐角, 且 $\sin^2 a - \sin a \cos a - 2 \cos^2 a = 0$.

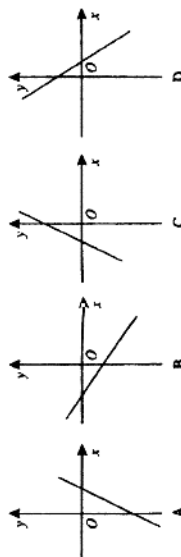
(I) 求 $\tan a$ 的值;

(II) 求 $\sin(a - \frac{\pi}{3})$ 的值.

其中正确的命题是 ()

- A. ②③
B. ①③
C. ②④
D. ③④

7. 若函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的图像的顶点在第四象限, 则其导函数 $f'(x)$ 的图像可能是 ()



8. 已知直线 $ax + by - 1 = 0 (a, b \text{ 不全为 } 0)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 50$ 有公共点, 且公共点的横、纵坐标均为整数, 那么这样的直线共有 ()

- A. 66 条
B. 72 条
C. 74 条
D. 75 条

二. 填空题 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上

9. (文) 若棱长为 $\sqrt{3}$ 的正方形的各个顶点都在同一个球面上, 则正方体的体对角线长是 _____, 该球的表面积为 _____.

(理) 已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

那么 ξ 的数学期望 $E\xi =$ _____, 设 $\eta = 2\xi + 1$, 则 η 的数学期望 $E\eta =$ _____.

10. (文) 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \leq 2, \end{cases}$ 那么目标函数 $z = x + 3y$ 的最大值是 _____.

(理) 若棱长为 $\sqrt{3}$ 的正方形的各个顶点都在同一个球面上, 则该球的表面积为 _____.

11. (文) 在锐角三角形 ABC 中, 已知 $|\vec{AB}| = 4, |\vec{AC}| = 1, \triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $\angle BAC =$ _____, $|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|$ 的值为 _____.

(理) 同 10(文)

12. (文) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项的和为 21, 前 6 项的和为 24, 则其首项为 _____, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和等于 _____.

(理) 同 11(文)

13. (文) 抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线方程为 _____, 若双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$ 的

16. (本小题满分 13 分)

(文) 已知函数 $f(x) = ax^3 + (2a-1)x^2 + 1$, 当 $x = -1$ 时函数

$f(x)$ 取得极值.

(I) 求实数 a 的值;

(II) 确定函数 $f(x)$ 在哪个区间上是增函数, 哪个区间上是减函数.

(理) 已知函数 $f(x) = 2x^3 + ax$ 与 $g(x) = bx^3 + c$ 的图像都过点 $P(2, 0)$, 且在点 P

处有相同的切线.

(I) 求实数 a, b, c 的值;

(II) 设函数 $F(x) = f(x) + g(x)$, 求 $F(x)$ 的单调区间, 并指出函数 $F(x)$ 在该区间上的单调性.

18. (本小题满分 14 分)

(文) 同 17(理)

(理) 已知 $A(-2, 0), B(2, 0)$, 点 C , 点 D 满足 $|AC| = 2, |CD| = \frac{1}{2}(|AB| + \sqrt{2})$.

(I) 求点 D 的轨迹方程;

(II) 过点 A 作直线 l 交以 A, B 为焦点的椭圆于 M, N 两点, 线段 MN 的中点到 y 轴的距离为 $\frac{4}{5}$, 且直线 l 与点 D 的轨迹相切, 求该椭圆的方程.

20. (本小题满分 13 分)

集合 A 是由适合以下性质的函数 $f(x)$ 构成的: 对于任意的 $u, v \in (-1, 1)$, 且 $u \neq v$, 都有 $|f(u) - f(v)| \leq 3|u - v|$.

(I) 分别判断函数 $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ 及 $f_1(x) = \log_2(x+1)$ 是否在集合 A 中? 并说明理由;

(II) (文) 设函数 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $f(x) \in A$, 求证: 当 $x \in [-2, 2]$ 时, $|f(x)| \leq 6$;

(理) 设函数 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $f(x) \in A$, 试求 $|2a + b|$ 的取值范围;

(III) (理) 在 (II) 的条件下, 若 $f(2) = 6$, 且对于满足 (II) 的每个实数 a , 存在最小的实数 m , 使得当 $x \in [m, 2]$ 时, $|f(x)| \leq 6$ 恒成立, 试求用 a 表示 m 的表达式.

19. (本小题满分 13 分)

(文) 同 18(理)

(理) 某种电子玩具按下按钮后, 会出现红球或绿球. 已知按钮第一次按下后, 出现红球与绿球的概率都是 $\frac{1}{2}$. 从按钮第二次按下起, 若前次出现红球, 则下一次出现红球、绿球的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$; 若前次出现绿球, 则下一次出现红球、绿球的概率分别为 $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$. 记将 $n (n \in \mathbb{N}, n \geq 1)$ 次按下按钮后出现红球的概率为 P_n .

(I) 求 P_2 的值;

(II) 当 $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ 时, 求用 P_{n-1} 表示 P_n 的表达式;

(III) 求 P_n 关于 n 的表达式.

17. (本小题满分 13 分)

(文) 分别标有号码 1, 2, 3, ..., 9 的 9 个球装在一个口袋中, 从中任取 3 个.

(I) 求取出的三个球中有 5 号球的概率;

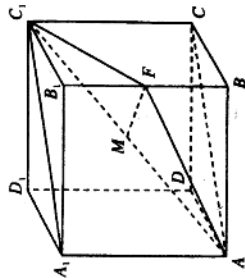
(II) 求取出的三个球中有 5 号球, 其余两个球的号码一个小于 5, 另一个大于 5 的概率.

(理) 已知直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, 且 $\angle DAB = 60^\circ, AD = AA_1$, F 为棱 BB_1 的中点, M 为线段 AC_1 的中点.

(I) 求证: 直线 $MF \parallel$ 平面 $ABCD$;

(II) 求证: 直线 $MF \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;

(III) 求平面 AFC_1 与平面 $ABCD$ 所成二面角的大小.



数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 40 分)

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题 本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. 不等式 $|3x-2| > 4$ 的解集是

A. $\{x|x > 2\}$

C. $\{x|x < -\frac{2}{3} \text{ 或 } x > 2\}$

2. 在下列给定的区间中,使函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 单调递增的区间是

A. $[0, \frac{\pi}{4}]$

B. $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$

C. $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$

D. $[-\pi, 0]$

3. 已知直线 a, b 和平面 M , 则 $a \parallel b$ 的一个必要不充分条件是

A. $a \parallel M, b \parallel M$

C. $a \parallel M, b \subset M$

D. a, b 与平面 M 成等角

4. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + 2n - 1$, 则这个数列一定是

A. 等差数列

B. 非等差数列

C. 常数列

D. 等差数列或常数列

5. (文)二项式 $(x-1)^n$ 的展开式中 x 的系数为

A. -5

B. 5

C. 10

D. -10

(理)设 e, e' 分别是双曲线的半焦距和离心率, 则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

的一个顶点到它的一条渐近线的距离是

A. $\frac{a}{c}$

B. $\frac{b}{c}$

C. $\frac{a}{c}$

D. $\frac{b}{c}$

6. (文)同(5)理

(理)定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 则符合条件 $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ x & x \end{vmatrix} = 4 + 2i$ 的复数 z 为

A. $3-i$

B. $1+3i$

C. $3+i$

D. $1-3i$

7. (文)定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 则符合条件 $\begin{vmatrix} x-1 & 1-2y \\ 1+2y & x-1 \end{vmatrix} = 0$ 的点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为

A. $(x-1)^2 + 4y^2 = 1$

B. $(x-1)^2 - 4y^2 = 1$

C. $(x-1)^2 + y^2 = 1$

D. $(x-1)^2 - y^2 = 1$

(理)已知函数 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 10x^2 - 10x^2 + 5x - 1$, 则 $f(x)$ 的反函数为

A. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 1 (x \in \mathbb{R})$

B. $f^{-1}(x) = (x-2)^3 + 1 (x \in \mathbb{R})$

C. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} + 1 (x \in \mathbb{R})$

D. $f^{-1}(x) = (x-2)^3 + 1 (x \in \mathbb{R})$

8. 有一个正四棱锥, 它的底面边长与侧棱长均为 a , 现用一张正方形包装纸将其完全包住(不能裁剪纸, 但可以折叠), 那么包装纸的最小边长应为

A. $(\sqrt{2} + \sqrt{6})a$

B. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}a$

C. $(1 + \sqrt{3})a$

D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}a$

第 II 卷(非选择题 共 110 分)

二、填空题 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。把答案填在题中横线上

9. (文)函数 $y = \sin x + \cos x$ 的最小正周期是

(理)其图像的相邻两条对称轴之间的距离是

10. 将棱长为 1 的正方体木块加工成一个体积最大的球, 则这个球的体积为

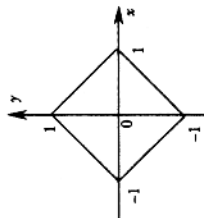
球的表面积为 (不计损耗)。

11. 圆 $C: \begin{cases} x = 1 + \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)的普通方程为

12. 设 $P(x, y)$ 是右图中四边形内的点或四边形边界上的点(即 x, y 满足的约束条件), 则 $z = 2x + y$ 的最大值是

13. (文)某年级一班有学生 54 人, 二班有 42 人, 现要用分层抽样的方法从两个班抽出一部分人参加 4×4 方阵进行军训表演, 则一班和二班被抽取的人数分别是

(理)某人进行射击, 每次中靶的概率均为 0.8. 现规定: 若中靶就停止射击; 若没中靶, 则继续射击。如果只有 3 发子弹, 则射击次数 ξ 的数学期望为 (用数字作答)。



14. 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的减函数, $A(0, -3), B(-2, 3)$ 是其图像上的两点, 那么不等式 $1/f(x-2) \geq 3$ 的解集是

三、解答题 本大题共 6 小题, 共 80 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

15. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x$.

(I) 证明: 函数 $f(x)$ 是奇函数;

(II) (文) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 内是增函数.

(理) 求 $f(x)$ 的单调区间.

16. (本小题满分 14 分)

已知 $a = (\cos \alpha, \sin \alpha), b = (\cos \beta, \sin \beta), 0 < \alpha < \beta < \pi$.

(I) 求 $|a|$ 的值;

(II) 求证: $a+b$ 与 $a-b$ 互相垂直;

(III) (文) 设 $|a+b| = |a-b|$, 求 $\beta - \alpha$ 的值.

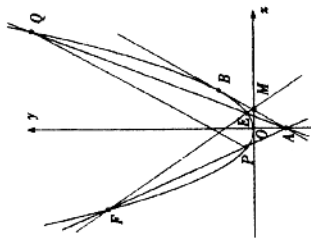
(理) 设 $|ka+b| = |a-b|, k \in \mathbb{R}$ 且 $k \neq 0$, 求 $\beta - \alpha$ 的值.

自点 $A(0, -1)$ 向抛物线 $C: y = x^2$ 作切线 AB , 切点为 B , 且点 B 在第一象限, 再过线段 AB 的中点 M 作直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 E, F , 直线 AF, AE 分别交于抛物线 C 于 P, Q 两点.

- 3 5 7 9 11

设 $a_j(i, j \in \mathbb{N}^*)$ 是位于这个三角形数表中从上往下数第 i 行, 从左往右数第 j 个数.

- (1) 若 $a_{2005} = 2005$, 求 m, n 的值;
(2) 已知函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = 8^x$ ($x > 0$), 若记三角形数表中从上往下数第 n 行各数的和为 b_n , 求数列 $\{f(b_n)\}$ 的前 n 项和 S_n .

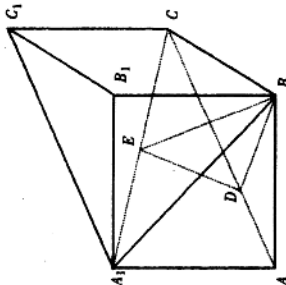


18. (本小题满分 14 分)

直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, E 是 A_1C 的中点, $ED \perp A_1C$ 且交 AC 于 D ,

$$A_1 A = AB = \frac{\sqrt{2}}{2} BC.$$

- 即(文)求二面角 $B-A_1C-A$ 的余弦值.



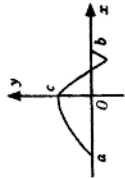
数 学

本试题分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

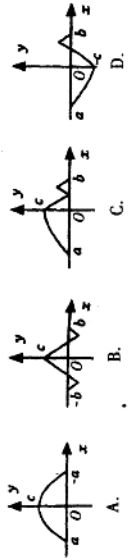
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分

- (文)已知集合 $M = \{x | x - 2 < 0\}$, $N = \{x | |x - 1| < 2\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{x | -1 < x < 2\}$
 B. $\{x | 1 < x < 2\}$
 C. $\{x | -1 < x < 2\}$
 D. $\{x | -1 < x < 2\}$
 (理)若集合 $M = \{x | |x - 1| > 1\}$, $N = \{x | x^2 < 0\}$, 那么 ()
 A. $M \cap N = M$ B. $M \subseteq N$ C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = N$
- (文)数 $a = 0.3^3$, $b = 3^{0.3}$, $c = \log_3 0.3$ 的大小关系是 ()
 A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$
 (理)已知公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$, 若 $b_n = a_n + 2a_{n+1}$, $a_n \in \mathbb{N}^+$, 则数列 $\{b_n\}$ 是 ()
 A. 公比为 q 的等比数列 B. 公比为 q^2 的等比数列
 C. 公差为 q 的等差数列 D. 公差为 q^2 的等差数列
- (文)条件 p : 不等式 $\log_2(x-1) < 1$ 的解; 条件 q : 不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
 (理)设集合 $M = \{x | x > 2\}$, $P = \{x | x < 3\}$, 那么 " $x \in M$ 或 $x \in P$ " 是 " $x \in M \cap P$ " 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
- 若 $l_1: x + (1+m)y = 2 - m$, $l_2: 2mx + 4y + 16 = 0$ 的图像是两条平行直线, 则 m 的值是 ()
 A. $m = 1$ 或 $m = -2$
 B. $m = 1$
 C. $m = -2$
 D. m 的值不存在
- 在 $(0, 2\pi)$ 内使 $\sin x > \cos x$ 成立的 x 的取值范围是 ()
 A. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
 B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
 C. $(\frac{\pi}{4}, \pi) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
 D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$
- (文)若函数 $f(x)$ 的图像过点 $(0, 1)$, 则函数 $f(4-x)$ 的图像必过点 ()
 A. $(4, 1)$
 B. $(1, 4)$
 C. $(3, 0)$
 D. $(0, 3)$
 (理)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 函数 $y = f(x)$



的图像如右图所示, 则函数 $f(x+1)$ 的图像是 ()



- (文)在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_3, a_{90} 是方程 $x^3 - 10x + 16 = 0$ 的两个根, 则 $a_{30} a_{60}$ 的值为 ()
 A. 32 B. 64 C. ± 64 D. 256
 (理)已知函数 $y = \frac{2-x}{1+x}$, 按向量 a 平移此函数图像, 使其化简为反比例函数的解析式, 则向量 a 为 ()
 A. $(-1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, -1)$ D. $(1, 1)$

8. 若函数 $f(x+2) = \begin{cases} \tan x & (x \geq 0) \\ \lg(-x) & (x < 0) \end{cases}$, 则 $f(\frac{\pi}{4} + 2) \cdot f(-98)$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

9. 已知直线 $l_1: y = x, l_2: ax - y = 0$, 其中 a 为实数, 当这两条直线的夹角在 $(0, \frac{\pi}{12})$ 内变动时, a 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$ B. $(1, \sqrt{3})$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3})$ D. $(\sqrt{3}, 3)$

10. 已知 $f(x)$ 是 R 上的增函数, 点 $A(-1, 1), B(1, 3)$ 在它的图像上, $f^{-1}(x)$ 是它的反函数, 那么不等于 $f^{-1}(\log_2 x) < 1$ 的解集为 ()

- A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 2 < x < 8\}$ C. $\{x | 1 < x < 3\}$ D. $\{x | 10 < x < 3\}$

11. (文)已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (m > 0, n > 0)$ 有相同的焦点 $(-c, 0)$ 和 $(c, 0)$, 若 e 是 a, m 的等比中项, $n^2 = 2m^2$ 与 c^2 的等差中项, 则椭圆的离心率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

(理)某金店用杆不准确的天秤(两边臂不等长)称黄金, 某顾客购买 10g 黄金, 售货员先将 5g 的砝码放在左盘, 将黄金放于右盘使之平衡后给顾客; 然后又将 5g 的砝码放于右盘, 将另一黄金放于左盘使之平衡后又给顾客, 则顾客实际所得黄金 ()

- A. 大于 10g B. 小于 10g C. 大于等于 10g D. 小于等于 10g

12. (文)同 11(理)

(理)在数列 $\{a_n\}$ 中, 如果存在非零常数 T , 使得 $a_{n+T} = a_n$, 对于任意的非零自然数 m 均成立, 那么就称数列 $\{a_n\}$ 为周期数列, 其中 T 叫做数列 $\{a_n\}$ 的周期. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = 1 - x_n, 1(n \geq 2, n \in \mathbb{N})$, 如果 $a_1 = 1, x_2 = a(a \in \mathbb{R}, a \neq 0)$, 当数列 $\{x_n\}$ 的周期最小时, 该数列前 2005 项的和是 ()

- A. 608 B. 669 C. 1336 D. 1337

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 只填结果, 不要过程

13. (文)已知平面向量 $a = (0, 1), b = (x, y)$, 若 $a \perp b$, 则实数 $y =$ _____.

(理)已知向量 $a = (\cos 75^\circ, \sin 75^\circ)$, 向量 $b = (\cos 15^\circ, \sin 15^\circ)$, 则 $|a - b|$ 的值等于 _____.

14. (文)已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 3y - x \geq 2 \end{cases}$, 则 $Z = y - x + 1$ 的最大值是 _____.

(理)已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 3y - x \geq 2 \end{cases}$, 则 $Z = 2y - 2x + 3$ 的最大值是 _____.

15. (文)已知 A 点是圆 $x^2 + y^2 - 2ax + 4y - 6 = 0$ 上任一点, A 点关于直线 $x + 2y + 1 = 0$ 的对称点也在圆上, 那么实数 a 等于 _____.

(理)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $m > 1, m \in \mathbb{N}$, 且 $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0$, $S_{m-1} = 38$, 则 m 等于 _____.

16. (文)同 15(理)

(理)已知曲线 $y^2 = ax$ 与其关于点 $(1, 1)$ 对称的曲线有两个不同的交点 A 和 B , 如果过这两个交点的直线的倾斜角是 45° , 则实数 a 的值是 _____.

三、解答题 本大题 6 个小题, 共 74 分. 各题解答必须写出必要的文字说明、推证过程或计算步骤

17. (12 分)

(文)在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 是角 A, B, C 所对的边, S 是该三角形的面积, 且 $4\cos B \cdot \sin^2 \frac{B}{2} + \cos 2B = 0$.

(1)求角 B 的度数;

(2)若 $a = 4, S = 5\sqrt{3}$, 求 b 的值.

(理)在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 是角 A, B, C 所对的边, S 是该三角形的面积, 且 $4\sin B \cdot \sin^2 (\frac{\pi}{4} + \frac{B}{4}) + \cos 2B = 1 + \sqrt{3}$.

(1)求角 B 的度数;

(2)若 B 为锐角, $a = 4, S = 5\sqrt{3}$, 求 b 的值.



18. (12分)

(文)已知实数 a 满足不等式 $(a+1) < 3$, 解关于 x 的不等式:

$$[x - (a+1)](x+1) > 0.$$

(理)解关于 x 的不等式: $a|x^2 - 1| > a + 2 (a < 0)$.

20. (12分)

某商场只设有超市部、服装部、家电部三个部门,共有 200 名售货员,计划三个部门日营业额共为 55 万元,各部门的商品每 1 万元营业额所需售货员人数如表(1),每 1 万元营业额所得利润如表(2).若商场预期每日的总利润为 a 万元,且满足 $18.21 \leq a \leq 18.8$,又已知商场分配给三个部门的日营业额为正整数万元,问商场怎样分配营业额给三个部门?各部门分别安排多少名售货员?

表(1)

部门	每 1 万元营业额所需人数
超市部	4
服装部	5
家电部	2

表(2)

部门	每 1 万元营业额所得利润
超市部	0.3 万元
服装部	0.5 万元
家电部	0.2 万元

19. (12分)

(文)已知函数 $f(x) = \log x$.(1)若关于 x 的方程 $f(ax) \cdot f(ax^2) = f(3)$ 的解都在区间 $(0, 1)$ 内,求实数 a 的范围;(理)若函数 $f(x^2 - 2ax + 3)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上单调递增,求正实数 a 的取值范围.(理)定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4) = f(x)$,当 $2 \leq x \leq 6$ 时

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} + n, f(4) = 31.$$

(1)求 m, n 的值;(理)比较 $f(\log m)$ 与 $f(\log n)$ 的大小.

21. (12分)

(文)设抛物线过定点 $A(2, 0)$,且以直线 $x = -2$ 为准线.(1)求抛物线顶点的轨迹 C 的方程;(理)已知点 $B(0, -5)$,轨迹 C 上是否存在满足 $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NB} = 0$ 的 M, N 两点?证明你的结论.(理)已知抛物线、椭圆和双曲线都经过点 $M(1, 2)$,它们在 x 轴上有共同焦点,椭圆和双曲线的对称轴是坐标轴,抛物线的顶点为坐标原点.

(1)求这三条曲线的方程;

(理)已知动直线 l 过点 $P(3, 0)$,交抛物线于 A, B 两点,是否存在垂直于 x 轴的直线 l' 被 l 以 AP 为直径的圆截得的弦长为定值?若存在,求出 l' 的方程;若不存在,说明理由.

22. (14分)

(文)设 $f(x) = \frac{x}{a(x+2)}$, $x = f(x)$ 有唯一解, $f(x_1) = \frac{1}{1003}, f(x_2) = x_{1003} (n \in \mathbb{N}^+)$.(1)求 x_{2005} 的值;(理)若 $a_n = \frac{4}{x_n} - 4009$, 且 $b_n = \frac{a_1^2 + a_2^2}{2a_1 \cdot a_2} (n \in \mathbb{N}^+)$, 求证: $b_1 + b_2 + \dots + b_n - n < 1$;(理)是否存在最小整数 m , 使得对于任意 $n \in \mathbb{N}^+$ 有 $x_n < \frac{m}{2005}$ 成立,若存在,求出 m 的值;若不存在,说明理由.(理)已知正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 6$, 点 $A_n(a_n, \sqrt{a_{n+1}})$ 在抛物线 $y^2 = x + 1$ 上;数列 $\{b_n\}$ 中, 点 $B_n(n, b_n)$ 在过点 $(0, 1)$, 以方向向量为 $(1, 2)$ 的直线 l 上.(1)求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;(理)若 $f(n) = \begin{cases} a_n & (n \text{ 为奇数}) \\ b_n & (n \text{ 为偶数}) \end{cases}$, 问是否存在 $k \in \mathbb{N}$, 使 $f(k+27) = 4f(k)$ 成立,若存在,求出 k 值;若不存在,说明理由;(理)对任意正整数 n , 不等式

$$\frac{a^{n-1}}{(1 + \frac{1}{b_1})(1 + \frac{1}{b_2}) \cdots (1 + \frac{1}{b_n})} - \frac{a^n}{\sqrt{n-2+a_n}} \leq 0$$

立,求正数 a 的取值范围.

教 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,试卷满分为 150 分,考试时间为 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

- (文)函数 $y = (\frac{1}{2})^{x+1}$ 的反函数是
 A. $y = \log_2 x + 1$ B. $y = \log_2 x - 1$ C. $y = \log_2(x - 1)$ D. $y = \log_2(x + 1)$
 (理) $\frac{(1-i)(-2+i)}{i}$
 A. $3+i$ B. $-3-i$ C. $-3+i$ D. $3-i$
- 直线 l_1 的方程为 $y = -2x + 1$, 直线 l_2 与直线 l_1 关于直线 $y = x$ 对称, 则直线 l_2 经过点
 A. $(-1, 3)$ B. $(1, -3)$ C. $(3, -1)$ D. $(-3, 1)$
- 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 任意的 $n \in \mathbb{N}^+$, 点 $P_n(n, a_n)$ 都在直线 $y = 3x + 2$ 上, $\{a_n\}$ 为等差数列”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知平面 α, β, γ , 直线 l, m , 且 $l \perp m, \alpha \perp \gamma, \gamma \cap \alpha = m, \gamma \cap \beta = l$, 给出下列四个结论: ① $\beta \perp \gamma$; ② $m \perp \beta$; ③ $m \perp \alpha$; ④ $\beta \perp \alpha$, 则其中正确的个数是
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 i, j 是平面直角坐标系内分别与 x 轴, y 轴方向相同的两个单位向量, 且 $\vec{OA} = 4i + 2j, \vec{OB} = 3i + 4j$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于
 A. 15 B. 10 C. 7.5 D. 5
- 锐角三角形 ABC 中, a, b, c 分别是三内角 A, B, C 的对边, 设 $B = 2A$, 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围是
 A. $(-2, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(\sqrt{2}, 2)$ D. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$
- (文)若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 2 \end{cases}$, 则 $x + 2y$ 的最小值和最大值分别为
 A. 2.6 B. 2.5 C. 3.6 D. 3.5
 (理)不等式组 $\begin{cases} (x-y+1)(x+y-1) \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域是一个
 A. 三角形 B. 梯形 C. 矩形 D. 菱形

- (文) $(-1)^5 + 5(-1)^4 + 10(-1)^3 + 10(-1)^2 + 5(-1) + 1$ 等于
 A. x^3 B. $x^2 - 1$ C. $x^3 + 1$ D. $(x-1)^2 - 1$
 (理)已知 $(x - \frac{a}{x})^n$ 展开式中的常数项为 1120, 其中实数 a 是常数, 则展开式中各项系数的和为
 A. 2^n B. 3^n C. 1 或 3^n D. 1 或 2^n
- 设 A, B 是非空集合, 定义 $A \times B = \{x | x \in A \cup B, \text{且 } x \notin A \cap B\}$, 已知 $A = \{x | x = \sqrt{2x - x^2}\}, B = \{y | y = \frac{2^x}{2^x - 1}, (x > 0)\}$, 则 $A \times B$ 等于
 A. $[0, 1] \cup (2, +\infty)$ B. $[0, 1) \cup (2, +\infty)$
 C. $[0, 1]$ D. $[0, 2]$
- (文)函数 $y = \frac{3x}{x^2 + x + 1}$ (其中 $x < 0$) 的值域是
 A. $[-3, 0)$ B. $[-3, 1]$ C. $(-\infty, -3]$ D. $(-\infty, 0)$
 (理)若点 P 在曲线 $y = x^3 - 3x^2 + (3 - \sqrt{3})x + \frac{3}{4}$ 上移动, 经过点 P 的切线的倾斜角为 α , 则 α 的取值范围是
 A. $[0, \frac{\pi}{2})$ B. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{2\pi}{3}, \pi)$
 C. $[\frac{2\pi}{3}, \pi)$ D. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$
- 过抛物线 $y^2 = ax (a > 0)$ 的焦点 F 作一直线交抛物线于 A, B 两点, 若线段 AF, BF 的长分别为 m, n , 则 $\frac{m+n}{mn}$ 等于
 A. $2a$ B. $4a$ C. $\frac{1}{2a}$ D. $\frac{4}{a}$
- (文)同 10(理)
 (理)定义在区间 $[2, 4]$ 上的函数 $f(x) = 3^{x-m}$ (m 是常数) 的图像过点 $(2, 1)$, 则函数 $F(x) = [f^{-1}(x)]^2 - f^{-1}(x^2)$ 的值域为
 A. $[2, 5]$ B. $[1, +\infty)$ C. $[2, 10]$ D. $[2, 13]$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

- 填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分
 13. 若一个正方体的顶点都在同一球面上, 则球与该正方体的体积之比为_____.
 14. 已知椭圆的方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{m} = 1 (m > 0)$, 直线 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ 与该椭圆的一个交点 M 在 x 轴上的射影恰好是椭圆的右焦点 F , 则 m 的值为_____.
 15. 直线 $x = m, y = x$ 将圆面 $x^2 + y^2 \leq 4$ 分成若干块, 现在用 5 种不同的颜色给这若干块涂色, 每块只涂一种颜色, 且任意两块不同色, 若共有 120 种不同的涂法, 则实数 m 的取值范围是_____.
 16. 下面有四个命题:
 (1) 若 a, b 为一平面内两非零向量, 则 $a \perp b$ 是 $|a + b| = |a - b|$ 的充要条件;
 (2) 一平面内两条曲线的方程分别是 $f_1(x, y) = 0, f_2(x, y) = 0$, 它们的交点是 $P(x_0, y_0)$, 则方程 $f_1(x, y) + f_2(x, y) = 0$ 的曲线经过点 P ;

- 经过一定点且和一条已知直线垂直的所有直线都在同一平面内;
 (4)(文)若函数 $f(x-1)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 则 $f(x)$ 为偶函数.
 (理) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + b}{x - 1} = 2$, 则 $b = -1$.
 其中真命题的序号是_____. (把符合要求的命题序号都填上).
 三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤
 17. (本小题满分 12 分)
 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) - \sqrt{3} \sin^2 x + \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 (I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
 (II) 求 $f(x)$ 的最小值及此时 x 的值;
 (III) (文) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.
 (理) 若当 $x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 求 $f^{-1}(1)$ 的值.

(文) 一名学生在军训中练习射击项目, 他射击一次, 命中目标的

概率是 $\frac{1}{3}$, 若连续射击6次, 且各次射击是否命中目标相互之间没有影响.

(I) 求这名学生在第3次射击时, 首次命中目标的概率;

(II) 求这名学生在射击过程中, 恰好命中目标3次的概率.

(理) 从5名女生和2名男生中任选3人参加英语演讲比赛, 设随机变量 ξ 表示所选3人中男生的人数.

(I) 求 ξ 的分布列;

(II) 求 ξ 的数学期望;

(III) 求“所选3人中男生人数 $\xi \leq 1$ ”的概率.

已知数列 $\{a_n\}$, 设 S_n 是数列的前 n 项和, 并且满足 $a_1 = 1$, 对任意正整数 n ,

$$S_{n+1} = 4a_n + 2.$$

(I) 令 $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列, 并求 $|b_n|$ 的通项

公式;

(II) (文) 令 $c_n = \frac{b_n}{3}$, T_n 为数列 $\left\{ \frac{1}{\log c_{n+1}}, \frac{1}{\log c_{n+2}}, \dots, \frac{1}{\log c_{n+100}} \right\}$ 的前 n 项和, 求 T_n .

(理) 令 $c_n = \frac{b_n}{3}$, T_n 为数列 $\left\{ \frac{1}{\log c_{n+1}}, \frac{1}{\log c_{n+2}}, \dots, \frac{1}{\log c_{n+100}} \right\}$ 的前 n 项和, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$.

(文) 问 21(理)

(理) F_1, F_2 分别是双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的两个焦点, O 为坐标原点, 圆 O 是以 F_1, F_2 为直径的圆, 直线 $l: y = kx + b$ 与圆 O 相切, 并与双曲线交于 A, B 两点, 向

量 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$ 在向量 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 方向上的投影是 ρ .

(I) 根据条件求出 b 和 k 满足的关系式;

(II) 当 $(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}) \cdot \rho^2 = 1$ 时, 求直线 l 的方程;

(III) 当 $(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}) \cdot \rho^2 = m$, 且满足 $2 \leq m \leq 4$ 时, 求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.

(文) F_1, F_2 分别是双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的两个焦点, O 是坐标原点, 圆 O 是以

F_1, F_2 为直径的圆, 直线 $l: y = kx + b$ 与圆 O 相切, 与双曲线交于 A, B 两点.

(I) 根据条件求出 b 和 k 满足的关系式;

(II) 当 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}$ 时, 求直线 l 的方程.

(理) 已知定义在实数集 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 其中 a, b, c, d 是实数.

(I) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 和 $(3, +\infty)$ 上都是增函数, 在区间 $(-1, 3)$ 上是减函数, 并且 $f(0) = -7, f'(0) = -18$, 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(II) 若 a, b, c 满足 $b^2 - 3ac < 0$, 求证: 函数 $f(x)$ 是单调函数.

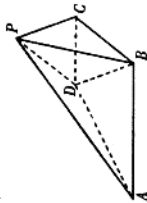
如图所示, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是直角梯形, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$.

$AB = BC = PB = PC = 2CD$, 侧面 $PBC \perp$ 底面 $ABCD$.

(I) 证明: $PA \perp BD$;

(II) 求二面角 $P-BD-C$ 的大小;

(III) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 PAB .



数 学

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,全卷满分150分,考试时间120分钟.

第I卷(选择题 共60分)

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

正棱锥、圆锥的侧面积公式 $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2}cl$, 其中 c 表示底面周长, l 表示斜高或母线长

球的体积公式 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$, 其中 R 表示球的半径

一. 选择题 本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的

1. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 那么 $(C_I M) \cap (C_I N) =$

A. $\emptyset$ B. $\{4\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{2, 5\}$

2. 若向量 $\vec{AB} = (3, -1)$, $m = (2, 1)$, 且 $m \cdot \vec{AC} = 7$, 那么 $m \cdot \vec{BC} =$

A. -2 B. 2 C. -2 或 2 D. 0

3. 与圆 $(x-8)^2 + (y-7)^2 = 1$ 相切, 且在 x 轴与 y 轴上的截距相等的直线有 ()

A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

4. 一组数据中的每一个数据都减去80, 得一组新数据, 若这组新数据的平均数是1.2, 方差是4.4, 则原来一组数据的平均数和方差分别是

A. 81, 2.4, 4 B. 78.8, 4.4 C. 81, 2.84, 4 D. 78.8, 75.6

5. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$, $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{22}$, 那么 $\tan(\beta - \frac{\pi}{4}) =$ ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{13}{18}$ D. $\frac{13}{22}$

6. 将边长为1的正方形 $ABCD$ 相对角线 BD 折起, 使得点 A 到点 A' 的位置, 且 $A'C = 1$, 则折起后二面角 $A'-DC-B$ 的大小为 ()

A. $\arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\arctan \sqrt{2}$ D. $\frac{\pi}{3}$

7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $4(a_3 + a_4 + a_5) + 3(a_6 + a_7 + a_8 + a_9) = 36$, 那么该数列的前14项之和是 ()

A. 7 B. 14 C. 21 D. 42

8. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 和椭圆 $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1$ ($a > 0, m > b > 0$) 的离心率互为倒数, 那么

A. $a^2 + b^2 = m^2$ B. $a^2 + b^2 > m^2$ C. $a^2 + b^2 < m^2$ D. $a + b = m$

9. 一个三位数, 其十位上的数字既小于百位上的数字也小于个位上的数字(如735, 414等), 那么这样的三位数共有 ()

A. 240个 B. 249个 C. 285个 D. 330个

10. 已知 $b > a > 0$, 且 $a + b = 1$, 那么

A. $2ab < \frac{a^2 - b^2}{a - b} < \frac{a + b}{2} < b$ B. $2ab < \frac{a + b}{2} < \frac{a^2 - b^2}{a - b} < b$ C. $\frac{a^2 - b^2}{a - b} < 2ab < \frac{a + b}{2} < b$ D. $2ab < \frac{a + b}{2} < b < \frac{a^2 - b^2}{a - b}$

11. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 在区间 $[-1, 2]$ 上是减函数, 那么 $b + c$ ()

A. 有最大值 $\frac{15}{2}$ B. 有最大值 $-\frac{15}{2}$ C. 有最小值 $\frac{15}{2}$ D. 有最小值 $-\frac{15}{2}$

12. 对于任意整数 x, y , 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy + 1$. 若 $f(1) = 1$, 那么 $f(-8) =$ ()

A. -1 B. 1 C. 19 D. 43

第II卷(非选择题 共90分)

二. 填空题 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分

13. 不等式 $x + \frac{6}{x-1}$ 的解集是 _____.

14. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的高为4, 侧棱与底面所成的角为 60° , 则该正四棱锥的侧面积是 _____.

15. 函数 $f(x) = (1 + \sin x)^{10} + (1 - \sin x)^{10}$ 的最大值是 _____.

16. 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 $x - my + m = 0$ 与抛物线交于 A, B 两点, 且 $\triangle OAB$ (O 为坐标原点) 的面积为 $2\sqrt{2}$, 则 $m^2 + m^4 =$ _____.

三. 解答题 本大题共6小题, 共74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分12分)

已知 A, B, C 三点的坐标分别是 $A(3, 0), B(0, 3), C(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 其中 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

(I) 若 $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$, 求角 α 的值;

(II) 若 $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = -1$, 求 $\frac{2\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \tan \alpha}$ 的值.

18. (本小题满分12分)

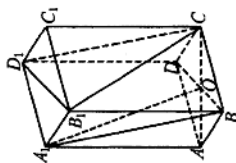
甲、乙两队在了一场五局三胜制的排球比赛中, 规定先赢满三局的队获胜, 并且比赛就此结束. 现已知甲、乙两队每比赛一局甲队取胜的概率是0.6, 乙队取胜的概率为0.4, 且每局比赛的胜负是相互独立的. 问:

(I) 甲队以3:2获胜的概率是多少?

(II) 乙队获胜的概率是多少?

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 a 的菱形, 且 $\angle ABC = 60^\circ$, 侧棱 AA_1 的长等于 $3a$, O 为底面 $ABCD$ 对角线的交点.

- (I) 求证: $OA_1 \parallel$ 平面 B_1CD_1 ;
- (II) 求异面直线 AC 与 A_1B 所成的角的大小;
- (III) 在棱 AA_1 上取一点 F , 问 AF 为何值时, $C_1F \perp$ 平面 BDF ?



20. (本小题满分 12 分)

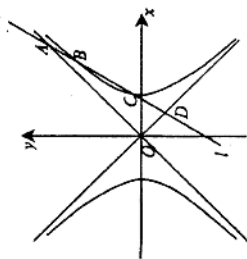
设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_3 = 6$.

- (I) 当 $a_3 = 3$ 时, 请在数列 $\{a_n\}$ 中找一项 a_m , 使得 a_1, a_3, a_m 成等比数列;
- (II) 当 $a_3 = 2$ 时, 若自然数 $n_1, n_2, \dots, n_t, \dots (t \in \mathbb{N}^+)$ 满足 $5 < n_1 < n_2 < \dots < n_t < \dots$, 使得 $a_1, a_3, a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_t}, \dots$ 成等比数列, 求数列 $\{n_t\}$ 的通项公式.

21. (本小题满分 12 分)

已知双曲线 $M: x^2 - y^2 = 1$, 直线 l 与双曲线 M 的实轴不垂直, 且依次交直线 $y = x$, 双曲线 M , 直线 $y = -x$ 于 A, B, C, D 四点, O 为坐标原点.

- (I) 若 $\vec{AB} = \vec{DC}$, 求 $\triangle AOD$ 的面积;
- (II) 若 $\triangle BOC$ 的面积等于 $\triangle AOD$ 面积的 $\frac{1}{3}$, 求证: $\vec{AB} = \vec{DC}$.



22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} - x$.

- (I) 若 $y = \log_{\frac{1}{2}}[8 - f(x)]$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调减函数, 求实数 a 的取值范围;
- (II) 设 $a = 1, x + y = k$, 若不等式 $f(x)f(y) \geq \left(\frac{k}{2} - \frac{2}{k}\right)^2$ 对一切 $x, y \in (0, k)$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

数 学

本试卷满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、选择题 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的

1. 设全集是实数集 $R, M = \{x | x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in R\}, N = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(C_R M) \cap N$ 等于

- A. $\{4\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
 2. (文) 若 $|a| = 3, |b| = 4, a$ 与 b 的夹角为 60° , 则 $|a + b|$ 等于
 A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{19}$ D. $\sqrt{37}$

(理) 计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x - 3}$ 等于

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 1 D. 不存在

3. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(1 - x) (x < 1)$ 的反函数是

- A. $y = 1 - 2^{-x} (x \in R)$ B. $y = 1 + 2^{-x} (x \in R)$
 C. $y = 1 - 2^{-x} (x \in R)$ D. $y = 1 + 2^{-x} (x \in R)$

4. 从 4 种蔬菜品种中选 3 种, 分别种在 5 块不同土质的 3 块菜地上, 则不同种法有

- A. 40 种 B. 14 种 C. 240 种 D. 84 种

5. 过原点的直线与圆 $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ 相切, 若切点在第二象限, 则该直线的方程是

- A. $y = \sqrt{3}x$ B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ C. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = -\sqrt{3}x$

6. 若 $a = \frac{\cos(4\pi + \alpha) \cdot \cos(\alpha + \pi) \cdot \sin^2(3\pi + \alpha)}{\tan(\pi + \alpha) \cdot \cos(-\alpha - \pi)}$, 则 $a^2 + a + 1$ 的值等于

- A. 1 B. $\sin^2 \alpha$ C. $\cos^2 \alpha$ D. 3

7. 命题 p : 若平面 $\alpha \perp \beta$, 平面 $\beta \perp \gamma$, 则必有 $\alpha \parallel \gamma$; 命题 q : 若平面 α 上不共线的三点到平面 β 的距离相等, 则必有 $\alpha \parallel \beta$. 对以上两个命题, 下列结论中正确的是

- A. 命题 “ p 且 q ” 为真 B. 命题 “ p 或 $\neg p$ ” 为假
 C. 命题 “ p 或 q ” 为假 D. 命题 “ $\neg p$ 且 $\neg q$ ” 为假

8. 已知 $f(x) = \log_2 x$, 若 $f(x) > f(3.5)$, 则 x 的取值范围是

- A. $(0, \frac{2}{7}) \cup (\frac{7}{2}, +\infty)$ B. $(\frac{2}{7}, \frac{7}{2})$
 C. $(0, \frac{2}{7}) \cup (1, \frac{7}{2})$ D. $(\frac{7}{2}, +\infty)$

9. 已知 $f(\alpha) = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\cos \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}, \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $f(\alpha)$ 取得最大值时 α 的值是

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2}{5}\pi$

10. 已知椭圆 F 的短轴长为 6, 焦点 F 到长轴的一个端点的距离等于 9, 则椭圆 F 的离心率等于

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

11. (文) 设 $n \in N^+$ 且 $a_n \geq 3$, 若 a_n 是 $(1+x)^n$ 展开式中 x^n 项的系数, 则

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{10}}$ 等于

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 1

(理) 若 $0 < a < b$, 且 $a + b = 1$, 则下列四个数中, 最大的是

- A. $-\log(a^2 + a^2b + ab^2 + b^3)$ B. $\log a + \log b + 1$
 C. $\log(a^2 + b^2)$ D. -1

12. (文) 右图中的 (1), (2) 分别表示二次函数 $y = f(x)$ 和分段函数 $y = g(x)$ 的部分图像, $F(x) = f(x) + g(x)$, 则函数 $y = F(x), x \in [0, 5]$ 的最大值是

- A. 7 B. 9 C. 10 D. 12

(理) 右图中的 (1), (2) 分别表示二次函数 $y = f(x)$ 和分段函数 $y = g(x)$ 的部分图像, $F(x) = f(x) \cdot g(x)$, 则函数 $y = F(x), x \in [0, 5]$ 的最大值是

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{2}$ D. 36

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分把答案填在题中横线上

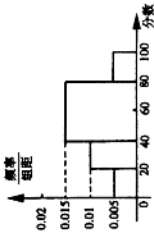
13. 等差数列 $\{a_n\}$ 的第 3, 7, 10 项成等比数列, 那么这个等比数列的公比 $q =$

14. 三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在同一球面上, 若 $PA \perp$ 底面 ABC , 底面 ABC 是直角三角形, $PA = 2, AC = BC = 1$, 则此球的表面积是

15. (文) 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$, 则 $2x + 4y$ 的最小值是

(理) 对于 n 个复数 $z_1, z_2, \dots, z_n$, 如果存在 n 个不全为零的实数 $k_1, k_2, \dots, k_n$, 使得 $k_1 z_1 + k_2 z_2 + \dots + k_n z_n = 0$, 就称 $z_1, z_2, \dots, z_n$ 线性相关, 若要说明复数 $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - i, z_3 = -2$ 线性相关, 那么可取 $k_1, k_2, k_3 =$ (只要写出一组符合条件的值)

16. 下图是一次数学考试成绩的样本频率分布直方图 (样本容量 $n = 200$), 若成绩在 60 分以上为及格, 则样本中及格人数是



三、解答题 共 6 小题, 共 74 分

17. (本小题满分为 12 分)

求函数 $y = \sin^2 x + \sin x \cdot \cos(\frac{\pi}{6} - x)$ 的周期和单调递增区间.

18. (本小题满分为 12 分)

有 10 张卡片, 其号码分别为 1, 2, 3, ..., 10, 从中任取三张

(I) 求恰有一张的号码为 3 的倍数的概率;

(II) (文) 求至少有一张号码为 3 的倍数的概率.

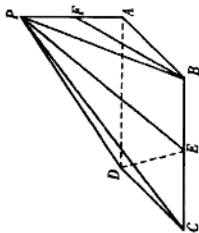
(理) 记号码为 3 的倍数的卡片张数为 ξ , 求 ξ 的数学期望.



19. (本小题满分 12 分)

如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的菱形, 且 $\angle BAD = 60^\circ$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = 1$, E, F 分别是 BC, PA 的中点.

- (1) 求证: $BF \parallel$ 平面 PED ;
(2) 求二面角 $P-DE-A$ 的大小;
(3) 求点 C 到平面 PED 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

(文) 函数 $f(x) = ax^3 + \frac{3}{2}(a-1)x^2 - 3x$ (a 为常数且 $a \geq 0, x \in \mathbb{R}$) 取极小值时, 求 x 的值.

(理) 设 $f(x) = (ax^2 + x - 1) \cdot e^{-x}$ (e 为自然对数的底, a 为常数且 $a < 0, x \in \mathbb{R}$), $f(x)$ 取极小值时, 求 x 的值.

21. (本小题满分 12 分)

(文) 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 8$, 设 $b_n = \log a_n$ ($n \in \mathbb{N}^+$).

- (1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;
(2) 如果数列 $\{b_n\}$ 的前七项和 S_7 是它的前 n 项和 S_n 的最大值, 且 $S_8 \neq S_7$, $S_7 \neq S_8$, 求数列 $\{a_n\}$ 的公比 q 的取值范围.

(理) 已知: 过点 $A(1, 0)$ 且互相垂直的两动直线与直线 $x = -1$ 分别相交于 E, F 两点, O 为坐标原点, 动点 P 满足 $\vec{EP} \parallel \vec{OA}, \vec{FO} \parallel \vec{OP}$.

- (1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程;
(2) 若直线 $l: y = k(x+1)$ 与 (1) 中轨迹 C 交于 M, N 两点, 且 $\vec{AM} \cdot \vec{AN} > 0$, 求 k 的取值范围.

22. (本小题满分 14 分)

(文) 已知: 过点 $A(1, 0)$ 且垂直的两动直线与直线 $x = -1$ 分别相交于 E, F 两点, 动点 P 满足 $\vec{EP} \parallel \vec{OA}, \vec{FO} \parallel \vec{OP}$.

- (1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程;
(2) 若直线 $l: y = k(x+1)$ 与 (1) 中轨迹 C 交于 M, N 两点, 且 $\vec{AM} \cdot \vec{AN} > 0$, 求 k 的取值范围.

(理) 已知点 $P_n(a_n, b_n)$ 满足 $a_{n+1} = a_n \cdot b_{n+1}, b_{n+1} = \frac{b_n}{1 - a_n^2}$ ($n \in \mathbb{N}^+$), 且点 P_1 的坐标是 $(1, -1)$.

- (1) 求过点 P_1, P_2 的直线 l 的方程;
(2) 判断点 P_2 与 (1) 中直线 l 的位置关系, 并用数学归纳法证明你的结论;
(3) 试寻求使不等式 $(1+a_1) \cdot (1+a_2) \cdot \dots \cdot (1+a_n) \geq k \cdot \sqrt{\frac{1}{b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{n+1}}}$ 对所有 $n \in \mathbb{N}^+$ 成立的最大实数 k .

数 学

参考公式:

如果事件 A, B 互斥, 那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

如果事件 A, B 相互独立, 那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P , 那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$, 其中 R 表示球的半径

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 其中 R 表示球的半径

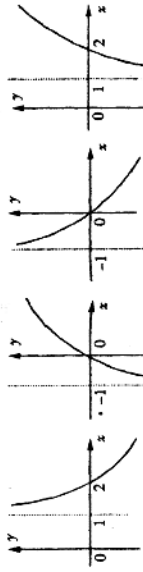
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中,

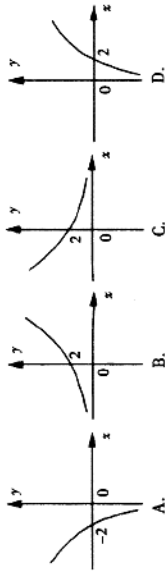
只有一项是符合题目要求的

1. 已知 $f(x) = \sqrt{2} \sin x$, 则 $f(\frac{5\pi}{12})$ 的值为
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}-1$
2. 集合 $A = \{x | |x-3| < 5\}$, $B = \{x | x < a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是
A. $a \geq -5$ B. $a > -5$ C. $a > 8$ D. $a \geq 8$
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 1$, $a_3 + a_4 = 9$, 那么 $a_5 + a_6 =$
A. 27 B. 27 或 -27 C. 81 D. 81 或 -81
4. (文) 和直线 $x-2y+1=0$ 关于 x 轴对称的直线方程为
A. $x+2y+1=0$ B. $x+2y-1=0$
C. $x-2y-1=0$ D. $x-2y+1=0$
(理) 复数 $a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的平方是实数的充要条件是
A. $a^2 + b^2 = 0$ B. $a = b = 0$ C. $a \neq 0, b = 0$ D. $ab = 0$
5. 已知向量 a, b 满足 $|a|=|b|=1, |a+b|=\sqrt{2}$, 则 $|a-b|$ 等于
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & (x > 0) \\ 3^x & (x \leq 0) \end{cases}$, 则 $f(f(4))$ 的值是
A. 9 B. $\frac{1}{9}$ C. -9 D. $-\frac{1}{9}$
7. 将 4 张互不相同的彩色照片与 3 张互不相同的黑白照片排成一排, 任何两张黑白照片都不相邻的排法种数是
A. $A_4^4 A_3^3$ B. $A_4^4 A_3^2$ C. $A_4^4 A_3^1$ D. $A_4^4 A_3^0$
8. 已知正数组成的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的和为 100, 那么 $a_5 \cdot a_{16}$ 的最大值为
A. 2 B. 6 C. 10 D. 16

9. (文) 函数 $y = \lg \frac{1}{x-1}$ 的图像大致是



(理) 已知函数 $f(x) = \log_2 x$, 则函数 $y = f^{-1}(1-x)$ 的图像大致是



10. 奇函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增, 偶函数 $y = g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像与 $y = f(x)$ 的图像重合, 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:

- $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$
- $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$
- $f(a) - f(-b) > g(-a)$
- $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$

其中正确的是

- A. ①③ B. ②③ C. ③④ D. ②④

11. (文) 正方体的棱长为 a , 连接正方体各面的中心构成的几何体的体积是

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

(理) 正四棱锥 $S-ABCD$ 中, 点 E 是 BC 中点, 动点 P 在侧面 SCD 上运动, 且总有 $PE \perp AC$, 则动点 P 的轨迹是

- A. SC 的中点
- B. SC 中点与 CD 中点的连线
- C. 线段 SC
- D. SC 中点与 CD 中点的连线

12. 已知椭圆 E 的离心率为 e , 两焦点分别为 F_1, F_2 , 抛物线 C 以 F_1 为顶点, F_2 为焦点, 点 P 为这两条曲线的一个交点, 若 $|PF_2| = 1$, 则 e 的值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 不能确定

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上

13. 抛物线 $x = 4y^2$ 的焦点坐标为

14. 已知函数 $f(x) = x^2 + (a-1)x (x \leq -1)$ 具有反函数, 则常数 a 的最大值为

15. (文) 某银行在某段时间内, 规定存款按单利计息, 且整存整取的年利率如下:

存期	1 年	2 年	3 年	5 年
年利率(%)	2.25	2.40	2.73	2.88

某人在该段时间内存入 10000 元, 存期两年, 若不计算利息税, 到期后本利和为 _____ 元.

(理) 如图: 某药店有一架不准确的天平(其两臂长不相等)和一个 10 克的砝码. 一个患者想买 20 克的中药, 售货员先将砝码放在左盘上, 放置药品于右盘上, 待平衡后交给患者; 然后又将砝码放在右盘上, 放置药品于左盘上, 待平衡后再交给患者. 设患者这次实际购买的药量为 m (克), 则 m _____ 20 克. (请选择填“ $>$ ”, “ $<$ ”, “ $=$ ”)

16. 如图所示, 平面 $\alpha \cap \beta = EF$, $AD \perp \alpha$ 于 D , $CD \perp \alpha$ 于 D , 又有下列四个条件:

- ① $AC \perp \beta$;
- ② AC 与 α, β 所成角相等;
- ③ AC 与 CD 在 β 内的射影在同一条直线上;
- ④ $AC \parallel EF$.

若增加这四个条件中的一个条件就能得到 $BD \perp EF$, 那么增加条件的序号是 _____ (请把满足条件的序号都添上)

三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 三边 a, b, c 对应的角分别为 A, B, C , 向量 $m = (\cos \frac{C}{2}, \sin \frac{C}{2})$, $n = (\cos \frac{C}{2}, -\sin \frac{C}{2})$, 且 m 与 n 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$.

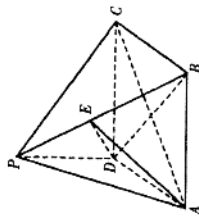
- (I) 求角 C 的大小;
- (II) 已知 $c=7, a=8$, 求 b 的值.

18. (本小题满分12分)

- 一袋中有红球3个,蓝球2个,黄球1个,从这个袋中任取一球,确认颜色后再放回袋中,重复上述操作直到取到红球,但最多取3次,按此要求取球.
- (1)求取的次数不超过两次的概率;
 - (2)其中恰好有两次取到蓝球的概率.

20. (本小题满分12分)

- 如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = AD$.
- (1)求证:平面 $PAC \perp$ 平面 PBD ;
 - (2)求 PC 与平面 PBD 所成的角;
 - (3)求二面角 $P-BC-A$ 的大小.
- (理)在线段 PB 上是否存在一点 E ,使得 $PC \perp$ 平面 ADE ? 若存在,请加以证明,并求此时二面角 $A-ED-B$ 的大小;若不存在,请说明理由.



19. (本小题满分12分)

- (文)已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 在 $x = 0$ 和 $x = 2$ 时都取得极值.
- (1)求实数 a, b 的值;
 - (2)求函数 $y = f(x)$ 的单调区间.
- (理)设函数 $f(x) = (1+x)^2 - \ln(1+x)^2$.
- (1)求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;
 - (2)若当 $x \in [\frac{1}{e} - 1, e - 4]$ (其中 $e = 2.71828, \dots$) 时,不等式 $f(x) < m$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分12分)

- (文)在数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 = 2, a_2 = 3$, 且 $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1} (n \in \mathbb{N}^+)$, 令 $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbb{N}^+)$
- (1)证明数列 $\{b_n\}$ 为等比数列;
 - (2)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (3)若 $a_n < 69$, 求 n 的最大值.

- (理)已知椭圆 C 与双曲线 $x^2 - y^2 = 6$ 有相同的焦点,且过点 $A(2\sqrt{3}, 1)$. 直线 l 过点 $B(6, 4)$, 且以向量 $\mathbf{a} = (-3, 2)$ 为方向向量.
- (1)求椭圆 C 及直线 l 的方程;
 - (2)若点 P 在直线 l 上运动,射线 OP (其中 O 为坐标原点)交椭圆 C 于点 R , 点 Q 在射线 OP 上,且满足 $|\overrightarrow{OP}| \cdot |\overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OR}|^2$, 求点 Q 的轨迹所在的曲线方程.

22. (本小题满分14分)

- (文)已知椭圆 C 与双曲线 $x^2 - y^2 = 6$ 有相同的焦点,且过点 $A(2\sqrt{3}, 1)$. 直线 l 过点 $B(6, 4)$, 且以向量 $\mathbf{a} = (-3, 2)$ 为方向向量.
- (1)求椭圆 C 及直线 l 的方程;
 - (2)若点 P 在直线 l 上运动,射线 OP (其中 O 为坐标原点)交椭圆 C 于点 R , 点 Q 在射线 OP 上,且满足 $|\overrightarrow{OP}| \cdot |\overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OR}|^2$, 求点 Q 的轨迹所在的曲线方程.
- (理)等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 公差 $d \in \mathbb{N}^+$. 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = a_1, b_2 = a_2$.
- (1)试找出一个 d 的值,使 $\{b_n\}$ 的所有项都是 $\{a_n\}$ 中的项;再找出一个 d 的值,使 $\{b_n\}$ 的项不都是 $\{a_n\}$ 中的项(不必证明);
 - (2)试判断当 d 取怎样的正整数时, $\{b_n\}$ 的所有项都是 $\{a_n\}$ 中的项,并加以证明.

附加题 (满分5分,在总分不超过150分时可加分)

- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 \in \mathbb{N}^+, d \in \mathbb{N}^+$. 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = a_1, b_2 = a_2$. 试猜想 a_1, d 满足怎样的关系时,数列 $\{b_n\}$ 的所有项都是 $\{a_n\}$ 中的项(不必证明).