

中等数学

标准化题选

周玉政 王铁铮 编

人民教育出版社

中等数学标准化题选

周玉政 王铁铮 编

天津人民出版社

中等数学标准化题选

周玉政 王铁铮编

*

天津人民出版社出版

(天津市赤峰道130号)

天津新华印刷一厂印刷 新华书店天津发行所发行

*

787×1092毫米 32开本 15.125印张 609千字

1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷

印数：1—11,500

ISBN: 7-201-00025-X/G·3

定 价：3.20元

前 言

近年来，标准化题日益成为各级各类学校日常教学和升学考试的重要题型，但目前这类书籍尚少。我们将这本书奉献给读者，企望它能满足中等学校师生这方面的需要。

本书是参考国内外多种书刊杂志并结合我们多年的教学实践而写成的。每部分有填空、选择两大类型的问题，在题目后边，附了每题的提示与答案，所选的问题，种类繁多，题目新颖，难易适中，其中较难或综合性技巧性强的问题都作了简单提示。在写此书的过程中，得到李壮、陈杰、朴相国等老师的大力帮助，特此表示感谢。

由于我们能力所限、难免出现错误和缺陷，请批评指正。

周玉政 王铁铮

1986年2月

目 录

代 数

一、代数式	1
二、方程与方程组	24
(一) 一元方程	24
(二) 方程组	35
三、指数与对数	41
(一) 指数与对数的计算	41
(二) 指数方程与对数方程	52
四、不等式	58
(一) 解不等式	58
(二) 与不等式有关的问题	62
五、函数	73
(一) 集合与映射	73
(二) 函数的定义域、值域及其性质	78
(三) 函数的极值与图象	89
六、数列	96
(一) 等差数列	96

(二) 等比数列	102
(三) 其它数列	111
七、行列式与线性方程组	115
(一) 行列式	115
(二) 线性方程组	122
八、数的问题	126
(一) 有关实数的问题	126
(二) 有关复数的问题	132
九、排列组合、二项式定理	147
(一) 排列组合	147
(二) 二项式定理	157

平 面 三 角

一、三角函数求值与恒等变换	163
二、反三角函数与三角方程	181
三、解三角形	193

几 何

一、平面几何	202
二、立体几何	222
三、平面解析几何	238

初等微积分与概率

一、函数的极限和连续	261
二、导数及其应用	268

三、积分及其应用	282
四、概率	298

提示与答案

一、代数	309
二、平面三角	393
三、几何	418
四、初等微积分与概率	445

代 数

一、代 数 式

填 空

1. 将下列各式写成质因式相乘积的形式:

$$(1) (2x-3y)^3 + 3y(3y-2x)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) x^8 + 4x^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) a^4 + b^4 + (a+b)^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(4) 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(5) 6x^4 - 23x^2y^2 + 20y^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(6) x^7 - x^4y^3 - x^3y^4 + y^7 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(7) x^5 + x^4 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(8) a^2 - b^2 - \frac{1}{2}b - \frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(9) x^4 - 3x^2 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(10) 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(11) (x^2 + x - 3)(x^2 + x + 2) - 6 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(12) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)+x^2=$ _____.

2. $x^4-6x^3+13x^2-12x+4$ 是一个整式的完全平方,它等于_____.

3. 已知 x^3+mx+6 有一个因式是 $x+3$, 则 $m=$ _____, 另两个因式是_____.

4. 若 p, q, r 为实数, 则

$xy+px+qy+r$ 能分解为两个一次式的乘积的充要条件为_____.

5. 方程 $x^4-16x^2+2x^2y^2-16y^2+y^4=4x^3+4xy^2-64x$ 所对应的图形是以 $A(\quad, \quad)$ 为圆心, 以 $r_1=$ _____为半径与以 $B(\quad, \quad)$ 为圆心, $r_2=$ _____为半径的两个圆.

6. $m=$ _____时方程 $y^2-5xy+6x^2+2y+x+m=0$ 表示二直线, 此二直线的交点为($\quad, \quad$).

7. 小林的岁数和他父母的岁数三者的乘积是8029, 三者的岁数分别是_____, _____, _____.

8. (1) $17-2\sqrt{30}$ 的相反数是_____.

(2) $17-2\sqrt{30}$ 的算术平方根是_____.

9. 比 a 的相反数小3的数是_____.

10. (1) a _____时, $\frac{|a|-1}{a-1}$ 的值为0.

(2) $a=$ _____时, $\frac{\sqrt{a^2}-4}{a^2-a-12}$ 的值为0.

(3) $x=$ _____或_____时 $\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ 无意义.

(4) $x =$ _____ 时 $\frac{x^3 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ 的值为 0.

11. 若 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ 则 $\frac{x + 2y + 3z}{x - 2y - 3z} =$ _____.

12. 若 a, b, c 互不相等, 且 $\frac{a-b}{x} = \frac{b-c}{y} =$
 $\frac{c-a}{z}$ 则 $x + y + z =$ _____.

13. 若 $x^2 + 8x = 11$, 则 $\frac{2x-1}{x-2} =$ _____ 或 _____.

14. 若 a, b, c 满足 $(a^2 - ab + b^2)^2 + (c+3)^2 = 0$, 则
 $a^3 + b^3 + c^3 =$ _____.

15. 若 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$, 则 $a - \frac{1}{a} =$ _____ 或 _____.

16. 若 $(a+2)(\sqrt{10}+3)=1$, 则 $\frac{1}{a-1} - \frac{2a+1}{a^2+a-2} +$
 $1 =$ _____.

17. 若 $-5 < x < 5$, $y = \frac{\sqrt{\frac{5+x}{5-x}} + \sqrt{\frac{5-x}{5+x}}}{\sqrt{\frac{5+x}{5-x}} - \sqrt{\frac{5-x}{5+x}}}$ 则
 $xy =$ _____.

18. 若 $x = b + c - 2a$, $y = c + a - 2b$, $z = a + b - 2c$ 则
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx =$ _____.

19. 若 $x < 0$, 则 $|x - \sqrt{x^2}| =$ _____.

20. 若 $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$, 则 $z + \frac{1}{x} =$ _____.

21. 若 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$, 则 $x^8 + 3x^2 - x - 6 =$ ____.

22. 若 $\frac{3y-2x}{2x-4y} = 2$, 则 $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} =$ ____.

23. 若 $a^{2x} = 4$, 则 $\frac{a^{8x} - a^{-8x}}{a^x - a^{-x}} =$ ____.

24. x^4 被 $x^2 - \sqrt{2}x + 1$ 除得的商为____, 余数为____.

25. 已知 $(x^3 + ax^2 + x + 1) \div (x + 1) = x^2 - bx + 1$, 则 $a =$ ____, $b =$ ____.

26. 若 $ax^3 + bx^2 + (1-a)x + b$ 除以 $x^2 + bx + a$ 所得的商式和余式相等, 则 $a =$ ____, $b =$ ____.

27. 设 $f(x) = ax^3 + b$, 若 $f(10) = 100$, $f(11) = 120$, 则 $f(12) =$ ____.

28. 若 $f(x) = x^{10} + 2x^9 - 2x^8 - 2x^7 + x^6 + 3x^2 + 6x + 1$, 则 $f(\sqrt{2} - 1) =$ ____.

29. 若 $x + \sqrt{5x+10} = 8$, 则 $x =$ ____, $\sqrt{5x+10} =$ ____.

30. 若 $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$, 则

$$\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} = \text{____}.$$

31. 已知 $f_1(x) = x^n + a^n$, $f_2(x) = x^n - a^n$, 则

(1) 当 n 是奇数时, $f_1(x)$ 能被____整除; $f_2(x)$ 能被____整除.

(2) 当 n 是偶数时, $f_2(x)$ 能被____整除.

32. 已知 $x^2 - 4xy + 5y^2 - 2y + 1 = 0$, 则满足 $\sin \alpha = \frac{y}{x}$ 的

钝角 $\alpha =$ _____.

33. 若 $x, y, z \in R$, 且 $x^2 + y^2 + z^2 = 2y - 4x - 6z - 14$,
则 $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____.

34. 若 $x, y \in N$, 且满足方程 $2xy - 4x - 3y + 4 = 0$,
则 $x =$ _____, $y =$ _____.

35. 已知 $x - \frac{1}{x} = 1$, 则 $x^5 + \frac{1}{x^5} =$ _____.

36. 若 $|x - \sqrt{2}| = \sec 30^\circ$, 则 $x =$ _____.

37. 已知 $x, y, z \in R$, 且满足

$$\frac{1}{2}|x - y| + \sqrt{z^2 - z + \frac{1}{4}} + 4y^2 - 4yz + z^2 = 0,$$

则 $(x + y)^z =$ _____.

38. 如 x 与它的绝对值的和为 0,

$$\text{则 } \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \text{_____}.$$

39. 如 $a < -1$, 则 $\sqrt{(a+1)^2} + |a| =$ _____.

40. 已知 $m^2 - 5m + 1 = 0$,

$$\text{则 } (1)m^2 + \frac{1}{m^2} = \text{_____}.$$

$$(2)m^3 + \frac{1}{m^3} = \text{_____}.$$

$$(3)m - \frac{1}{m} = \text{_____}.$$

41. 已知 $abc = 1$, 则

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = \text{_____}.$$

42. 已知 $x:y:z = 1:(-1):2$, 则

$$\frac{x^2 + xy + yz}{y^2 + xz + z^2} \text{ 的值是 } \underline{\quad}.$$

43. 若 x 是 $x^2 - 15 < 0$ 的最大整数解, 则

$$\frac{x^{n+2} + 2x^{n+1} - 3x^n}{x^n + 3x^{n-1}} = \underline{\quad}.$$

44. 若 $x = \frac{a + \frac{1}{a}}{2}$, 且 $0 < a < 1$, 则

$$\frac{2x}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = \underline{\quad}.$$

45. 已知 $a + b = 1$, 则 $a^3 + 3ab + b^3 = \underline{\quad}$.

46. 已知 $a = (2 - \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, 则
 $(a+1)^{-2} + (b+1)^{-2} = \underline{\quad}$.

47. 若 $x = \sqrt{7} - \sqrt{5}$, 则
$$\frac{2 + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{x + \frac{x}{x^2-1}}$$

 $= \underline{\quad}.$

48. 设 $\sqrt{2} = a$, 这个无理数的小数部分为 b , 则 $a - b^{-1} = \underline{\quad}$.

49. 计算 $\sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} = \underline{\quad}$.

50.
$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21}} = \underline{\quad}.$$

51.
$$\sqrt{3 + 2\sqrt{5 + 12\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}} = \underline{\quad}.$$

52.
$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \underline{\quad}.$$

$$\sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}.$$

53. $(\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

54. 若 $a - b = 2 + \sqrt{3}$, $b - c = 2 - \sqrt{3}$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \underline{\hspace{2cm}}.$

55. 若 $a = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$, $b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, 则 $\sqrt{a^3 + b^3 - 4} = \underline{\hspace{2cm}}.$

56. 若 $4x^2 - 4x - 15 \leq 0$, 则 $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 20x + 25} = \underline{\hspace{2cm}}.$

57. 若 $\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} = x + y\sqrt{2}$, 且 x, y 为有理数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}.$

58. $\sqrt{45} + \sqrt{8} - \sqrt{80} - \sqrt{18} + \sqrt{7} + \sqrt{40} = \underline{\hspace{2cm}}.$

59. $(\sqrt{10 + \sqrt{51}} + \sqrt{10 - \sqrt{51}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

60. $\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

61. $\frac{1}{\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}} + \frac{3}{\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}} + \frac{4}{\sqrt{8 + 4\sqrt{3}}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

62. 若 $a\sqrt{1 - b^2} + b\sqrt{1 - a^2} = 1$, 则 $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

63. 若 $2x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$, 则 $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

= ____.

64. 化简 $\frac{1}{2}\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

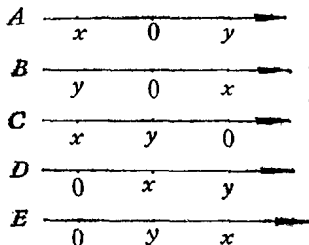
65. 若 α, β 是方程 $(3n+2)x^2 - n(3n+2)x + n^2 = 0$ 的两个根, 则 $\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta} = \underline{\hspace{2cm}}.$

66. $\frac{x^3-1}{x^3+2x^2+2x+1} + \frac{x^3+1}{x^3-2x^2+2x-1} - \frac{2x^2+2}{x^2-1}$
= ____.

67. $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2 - (a+x)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

选 择

1. 若 x 和 y 是非零整数, 且 $x^2 + y^2 = 0, x^3 + y^3 = 0$, 在下列实数轴上表示出的 x, y 和 0 的相对位置中, 正确的是



[]

2. 定义: $\langle a \cdot b \cdot c \times x \cdot y \cdot z \rangle = ax + by + cz$ (其中数都是实数),

那么 $\frac{\langle 2 \cdot 2 \cdot 5 \times 4 \cdot 1 \cdot 6 \rangle}{\langle (-4) \cdot (-1) \cdot (-6) \times 2 \cdot 2 \cdot 5 \rangle}$ 等于

(A) -40; (B) -1; (C) 0; (D) 1;

(E) 198.

[]

3. 如果 $\frac{5}{x} = 1$, $\frac{y}{2} = 3$, 那 $\frac{3+x}{y+3}$ 等于

(A) $\frac{5}{6}$; (B) $\frac{8}{9}$; (C) 1; (D) $\frac{9}{8}$; (E) $\frac{6}{5}$.

[]

4. 如果 $0 < N < 1$, 那么下面哪一个必定大于 N ?

(A) $\frac{1}{\sqrt{N}}$; (B) $\frac{\sqrt{N}}{2}$; (C) N^2 ; (D) $0.9N$;

(E) $\frac{2N}{3}$.

[]

5. 如果 $p = 27 + t$, $r = 27 - t$, $t^2 = 9$, 那么 $\frac{pr}{t^2}$ 等于

(A) 6; (B) 26; (C) 72; (D) 80; (E) 81.

[]

6. 如果 $6 + x + y = 20$, 且 $x + y = k$, 那么 $20 - k$ 等于

(A) 14; (B) 9; (C) 6; (D) 4; (E) 上面任何一个都不是.

[]

7. 若 $x \neq 0$, $\frac{x}{2} = y^2$, $\frac{x}{4} = 4y$, 则 x 等于

(A) 8; (B) 16; (C) 32; (D) 64; (E) 128.

[]

8. 如果 n 是正整数, 那么 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1)$ 的值是

(A) 一定是零; (B) 一定是偶数; (C) 是整数但不一

定是偶数；(D) 不一定是整数。 []

9. 化简 $\frac{a^4 - a^2b^2}{(a-b)^2} \div \frac{a(a+b)}{b^2} \times \frac{b^2}{a}$ 其结果是

(A) $\frac{a^2}{a-b}$; (B) $\frac{a^2}{a+b}$; (C) $\frac{b^4}{a-b}$;

(D) $\frac{b^4}{a+b}$; (E) $\frac{a^3+b^3}{a-b}$. []

10. 多项式 $2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b$ 能被 $x^2 + x - 2$ 整除，
则 $\frac{a}{b}$ 的值是

(A) -2; (B) -12; (C) 6; (D) 4; (E) 3. []

11. 如果 x , y 和 $y - \frac{1}{x}$ 都不为 0, 则 $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 等于

(A) 1; (B) $\frac{x}{y}$; (C) $\frac{y}{x}$; (D) $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$; []

12. 代数式 $[(x-1)^2]^{\frac{1}{2}} + [(1-x)^{\frac{1}{2}}]^2$ 化简结果是
(A) 0; (B) $2x-2$; (C) $2-2x$; (D) 要讨论 x 的范围. []

13. 把 x^5 , $x + \frac{1}{x}$, $1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ 相乘, 其积是一个多项式, 它的次数是

(A) 2; (B) 3; (C) 6; (D) 7. []

14. 等式 $|x-y| = |y-x|$ 成立的条件是

(A) $x > y > 0$; (B) $x < y < 0$; (C) x, y 为任意有