历届高考数学试题精选与解析

主　编　李庆胜　邵丽云

副主编　孙承巽　杨育红　龚洪戈

说　　明

本书汇集了1978年以来全国普通高校招生统一考试的数学试题(包括全国卷、上海卷、广东卷、湖南、云南、海南卷),内容详尽.这些试题体现了高考对基础、能力和数学思想方法的要求,其中不少题目堪称典型问题,是每一位高中数学教师和高中学生必须领悟和把握的.因此,本书是高中学生和高中数学教师难得的宝贵资料.

本书分代数、立体几何、解析几何三个科目,并按教学顺序分章编写,每章又按内容(知识点或方法)分专题编排.这样,既适合于高考复习使用,又适合于高一、高二章节练习及复习使用.本书对每个问题除给出答案外,一般都有精炼的分析或解答,并给出多种常见的思路和方法,以有利于提高学生分析和解决问题的能力,有利于培养学生思维的广阔性、灵活性和针对性,也便于学生自学使用.因而,本书是为高中学生复习和学习数学提供的一把"钥匙",是一本得力的自学辅导参考书.

本书在编写与出版过程中,山东教育出版社给予了大力支持和帮助.王金勇、田广明、高桂珍等同志也为本书的编写提供了热心的帮助.在此表示衷心的感谢.

因水平和篇幅所限,书中必有很多缺点、不足,敬请专家和广大读者指正.

编　者

目　　录

第二部分　立体几何 …………………………………… 415

第三部分　解析几何 …………………………………… 553

第一部分

代　　　数

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

一　集合

(一)子集个数

1. ('88)　集合$\{1,2,3\}$的子集总共有(　　).

(A)7 个　(B)8 个　(C)6 个　(D)5 个

【分析】对子集按所含元素个数进行分类,分别列举出含有 1 个、2 个、3 个等元素的子集,而空集是任何集合的子集,所以子集共有 8 个.

另外,也可对子集按是否含有某元素进行分类.

一般地,应用组合数和二项式定理的知识,可推出含有 n 个元素的集合的子集个数为

$$C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=(1+1)^n=2^n.$$

答案:B.

2. ('92)　设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S,其中由 3 个元素组成的子集数为 T,则$\frac{T}{S}$的值为______.

【分析】全部子集数 $S=2^{10}$,由 3 个元素组成的子集数 $T=C_{10}^3$,所以$\frac{T}{S}=\frac{120}{2^{10}}=\frac{15}{128}$.

答案:$\frac{15}{128}$.

【说明】一般地,含有 n 个元素的集合的含有 m 个元素的子集数为 C_n^m.

(二)元素与集合的关系,集合的关系与运算

3. ('83) 设 $M=\{x\mid x\leqslant\sqrt{2}\}$,$a=\sqrt{11}$,则下列关系式中正确的是(　　).

(A)$a\subset M$ (B)$a\notin M$ (C)$\{a\}\in M$ (D)$\{a\}\subset M$

答案:B.

【说明】元素与集合的关系具有两歧性:或属于,或不属于.

4. ('84) 数集 $X=\{(2n+1)\pi, n$ 是整数$\}$与数集 $Y=\{(4k\pm1)\pi, k$ 是整数$\}$之间的关系是(　　).

(A)$X\subset Y$ (B)$X\supset Y$ (C)$X=Y$ (D)$X\neq Y$

【分析】数集 X、Y 都表示 π 的奇数倍组成的集合,X、Y 还可表示为$\{(2n-1)\pi, n\in Z\}$,这是因为$\{2n-1, n\in Z\}=\{2n+1, n\in Z\}=\{4k\pm1, k\in Z\}$.

证明如下:

设 $A=\{2n+1, n\in Z\}$,$B=\{4k\pm1, n\in Z\}$.

(1)设 $a\in A$,则 $a=2n+1$,$n\in Z$.

(i)若 $n=2k$,$k\in Z$,则 $a=2n+1=4k+1$,即 $a\in B$.

(ii)若 $n=2k-1$,$k\in Z$,则 $a=2n+1=4k-1$,即 $a\in B$.

由(i)、(ii)可知 $A\subseteq B$.

(2)设 $b\in B$,则 $b=4k+1$ 或 $4k-1, k\in Z$.

(i)若 $b=4k+1$,则 $b=2(2k)+1$.

$\because 2k\in Z$,

$\therefore b\in A$.

(ii)若 $b=4k-1$,则 $b=2(2k-1)+1$,

$\because 2k-1\in Z$,

$\therefore b\in A$.

由(i)、(ii)可知 $B\subseteq A$.

综合(1)、(2)得 $A=B$.

答案:C.

5. ('88,广东,文) 设 $P=\{x\mid x=\sin\frac{m\pi}{6}, m\in N\}$, $Q=\{x\mid x=\sin\frac{n\pi}{12}, n\in N\}$,那么( ).

(A)$P\subset Q$ (B)$P\supset Q$ (C)$P=Q$ (D)$P\cap Q=\phi$

【分析】$\because \frac{m}{6}=\frac{2m}{12}$, $\therefore$ 对 $\sin\alpha$ 比较 $\alpha=\frac{2m\pi}{12}(m\in N)$ 与 $\alpha=\frac{n\pi}{12}(n\in N)$所取的值,显然 $P\subset Q$.具体说来 $\sin\frac{m\pi}{6}$、$\sin\frac{n\pi}{12}$的值可在单位圆上表示出来,也可直接给出 P 和 Q:$P=\{0,\pm\frac{1}{2},\pm\frac{\sqrt{3}}{3},\pm 1\}$, $Q=\{0,\pm\frac{1}{2},\pm\frac{\sqrt{3}}{2},\pm 1,\pm\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{2}}{4}\}$.

答案:A.

【说明】确定两非空集合的关系的方法有:

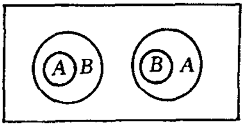
(1)比较两集合的元素的特征条件;

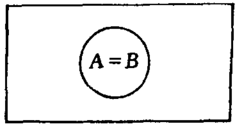
(2)列举两集合的全部或部分元素,比较判断;

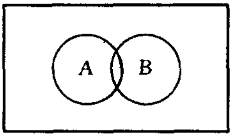
(3)利用文图.

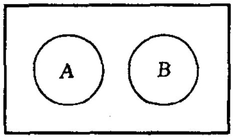
具体解题时,可灵活掌握.

两非空集合的从属关系可用文图表示如下:

①


②


③


④


6. ('85,文) 设集合 $X=\{0,1,2,4,5,7\}$,$Y=\{1,3,6,8,9\}$,$Z=\{3,7,8\}$,那么集合$(X\cap Y)\cup Z$ 是( ).

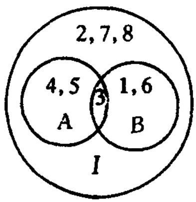
(A)$\{0,1,2,6,8\}$ (B)$\{3,7,8\}$

(C)$\{1,3,7,8\}$ (D)$\{1,3,6,7,8\}$

【分析】用列举法给出即可.

答案:C.

7. ('86) 已知全集 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$,$A=\{3,4,5\}$,$B=\{1,3,6\}$,那么集合$\{2,7,8\}$是( ).



(A)$A\cup B$ (B)$A\cap B$

(C)$\overline{A}\cap\overline{B}$ (D)$\overline{A}\cup\overline{B}$

【分析】用列举或文图检验.

答案:C.

8. ('89) 如果 $I=\{a,b,c,d,e\}$,$M=\{a,c,d\}$,$N=\{b,d,e\}$,其中 I 是全集,那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于( ).

(A)ϕ (B)$\{d\}$ (C)$\{a,c\}$ (D)$\{b,e\}$

答案:A.

9. ('94) 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$,集合 $A=\{0,1,2,$

$3\}$,集合 $B=\{2,3,4\}$,则 $\overline{A}\cup\overline{B}=($　　$)$.

(A)$\{0\}$　(B)$\{0,1\}$　(C)$\{0,1,4\}$　(D)$\{0,1,2,3,4\}$

答案:C.

10. ('96,文)　全集 $I=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,集合 $A=\{1,3,5,7\}$,$B=\{3,5\}$,则(　　).

(A)$I=A\cup\overline{B}$　(B)$I=\overline{A}\cup B$

(C)$I=A\cup B$　(D)$I=\overline{A}\cup\overline{B}$

答案:A.

11. ('96)　已知全集 $I=N$,集合 $A=\{x\mid x=2n,n\in N\}$,$B=\{x\mid x=4n,n\in N\}$,则(　　).

(A)$I=A\cup B$　(B)$I=\overline{A}\cup B$

(C)$I=A\cup\overline{B}$　(D)$I=\overline{A}\cup\overline{B}$

答案:C.

12. ('95,文)　已知全集 $I=\{0,-1,-2,-3,-4\}$,集合 $M=\{0,-1,-2\}$,$N=\{0,-3,-4\}$,则 $\overline{M}\cap N=($　　$)$.

(A)$\{0\}$　(B)$\{-3,-4\}$

(C)$\{-1,-2\}$　(D)ϕ

答案:B.

13. ('97,上海)　设全集是实数集 R,$M=\{x\mid x\leqslant 1+\sqrt{2},x\in R\}$,$N=\{1,2,3,4\}$,则 $\overline{M}\cap N=($　　$)$.

(A)$\{4\}$　(B)$\{3,4\}$　(C)$\{2,3,4\}$　(D)$\{1,2,3,4\}$

答案:B.

【说明】已知集合 A、B,对 A、B 进行交、并、补运算,一般可用列举法或文图给出,并注意到 $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$,$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$.

14. ('93)　已知集合 $E=\{\theta\mid\cos\theta<\sin\theta,0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$,

$F=\{\theta \mid \operatorname{tg}\theta<\sin\theta\}$,那么 $E\cap F$ 为区间(　　).

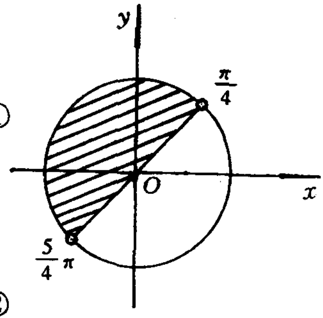
(A)$(\frac{\pi}{2},\pi)$　　(B)$(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$

(C)$(\pi,\frac{3}{2}\pi)$　　(D)$(\frac{3}{4}\pi,\frac{5}{4}\pi)$

【分析】本题的解法很多,应当指出利用单位圆解简单的三角不等式是很方便的,也可利用图象来解.

$\begin{cases}\cos\theta<\sin\theta,\\0\leqslant\theta\leqslant2\pi.\end{cases}$

$\Leftrightarrow\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{5}{4}\pi.$　　①



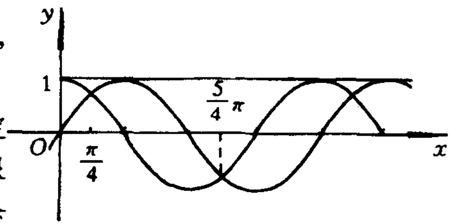
$\operatorname{tg}\theta<\sin\theta$

$\Leftrightarrow\operatorname{tg}\theta(1-\cos\theta)<0$

$\Leftrightarrow\operatorname{tg}\theta<0$

$\Leftrightarrow k\pi-\frac{\pi}{2}<\theta<k\pi,k\in Z.$ ②

由①、②,$E\cap F=(\frac{\pi}{2},\pi)$.



本题也可先确定 F(F 是第二、四象限的角),再根据 E 的条件排除得解.

答案:A.

15.（'86,广东,文）　若 $A=\{x \mid |x-1|<2\}$,$B=\{x \mid \frac{x-2}{x}>0\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

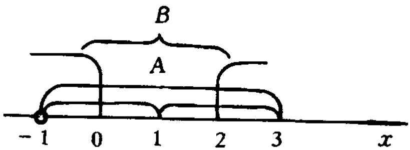
(A)$\{x \mid -1<x<3\}$　(B)$\{x \mid 2<x<3\}$

(C) $\{x \mid -1<x<0\}$　(D) $\{x \mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$

【分析】因为 $A=\{x \mid |x-1|<2\}=\{x \mid -1<x<3\}$，

$B=\{x \mid \frac{x-2}{x}>0\}=\{x \mid x<0$ 或 $x>2\}$，

所以，$A \cap B=\{x \mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.



用数轴来解更为简捷.(如图)

答案:D.

16.（'97） 设集合 $M=\{x \mid 0 \leqslant x<2\}$，集合 $N=\{x \mid x^{2}-2x-3<0\}$，集合 $M \cap N=($　　$)$.

(A) $\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$　(B) $\{x \mid 0 \leqslant x<2\}$

(C) $\{x \mid 0 \leqslant x<1\}$　(D) $\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}$

【分析】$N=\{x \mid (x-3)(x+1)<0\}=\{x \mid -1<x<3\}$，所以 $M \cap N=\{x \mid 0 \leqslant x<2\}$.

答案:B.

17.（'98，上海） 设全集为 R，$A=\{x \mid x^{2}-5x-6>0\}$，$B=\{x \mid |x-5|<a\}$（$a$ 是常数），且 $11 \in B$，则(　　).

(A) $\overline{A} \cup B=R$　　(B) $A \cup \overline{B}=R$

(C) $\overline{A} \cup \overline{B}=R$　　(D) $A \cup B=R$

答案:D.

18.（'91） 设全集为 R，$f(x)=\sin x$，$g(x)=\cos x$，$M=\{x \mid f(x) \neq 0\}$，$N=\{x \mid g(x) \neq 0\}$，那么 $\{x \mid f(x) \cdot g(x)=0\}$ 等于(　　).

(A) $\overline{M} \cap \overline{N}$　(B) $\overline{M} \cup N$　(C) $M \cup \overline{N}$　(D) $\overline{M} \cup \overline{N}$

【分析】因为 $\{x \mid f(x) \cdot g(x)=0\}=\{x \mid f(x)=0$ 或 $g(x)$

$=0\} = \{x \mid f(x)=0\} \cup \{x \mid g(x)=0\} = \overline{M} \cup \overline{N}$.

答案:D.

19. ('90,文) 设全集 $I=\{(x,y) \mid x,y \in R\}$,集合 $M=\{(x,y) \mid \frac{y-3}{x-2}=1\}$,$N=\{(x,y) \mid y \neq x+1\}$,那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于(　　).

(A)ϕ　(B)$\{(2,3)\}$　(C)$(2,3)$　(D)$\{(x,y) \mid y=x+1\}$

【分析】因为 $I=\{$坐标平面上的点$\}$,$M=\{$直线 $y=x+1$ 上的除点$(2,3)$外的点$\}$,$N=\{$直线 $y=x+1$ 外的点$\}$,因此 $\overline{M}=\{$直线 $y=x+1$ 外的点以及点$(2,3)\}$,$\overline{N}=\{$直线 $y=x+1$ 上的点$\}$,所以 $\overline{M} \cap \overline{N}=\{(2,3)\}$.

答案:B.

【说明】注意到集合的元素为坐标平面内适合某些条件的点.

20. ('96,上海) 已知集合 $M=\{(x,y) \mid x+y=2\}$,$N=\{(x,y) \mid x-y=4\}$,那么集合 $M \cap N$ 为(　　).

(A)$x=3, y=-1$　(B)$(3,-1)$

(C)$\{3,1\}$　　(D)$\{(3,-1)\}$

【分析】解方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ x-y=4. \end{cases}$

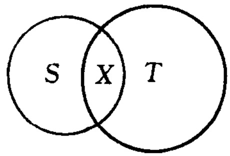
可得 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$

或在直角坐标系中画出直线 $x+y=2$, $x-y=4$,确定其交点为$(3,-1)$,以集合表示即$\{(3,-1)\}$.

答案:D.

21. ('87) 设 S、T 是两个非空集合,且 $S \not\subseteq T$, $T \not\subseteq S$,

令 $X=S\cap T$,那么 $S\cup X$ 等于(　　).

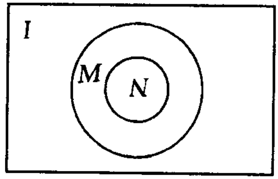


(A)X　(B)T　(C)ϕ　(D)S

【分析】本题可利用文图分析.

答案:D.

22. ('95)　I 为全集,集合 M, $N\subset I$,若 $M\cap N=N$,则(　　).



(A)$\overline{M}\supseteq\overline{N}$　(B)$M\subseteq\overline{N}$

(C)$\overline{M}\subseteq\overline{N}$　(D)$M\supseteq\overline{N}$

【分析】利用文图分析.

答案:C.

23. ('94,上海)　设 I 是全集,集合 P、Q 满足 $P\subset Q$,则下面的结论中错误的是(　　).

(A)$P\cup Q=Q$　　(B)$\overline{P}\cup Q=I$

(C)$P\cap\overline{Q}=\phi$　　(D)$\overline{P}\cap\overline{Q}=\overline{P}$

答案:D.

【说明】对没有给出集合中的具体元素,而只给出了集合之间的关系,一般用文图解比较简单.

二　映射与函数

(一)映射

1. ('89,广东)　设 A 是直角坐标平面上所有的点组成的集合,如果由 A 到 A 的一一对应,映射 f 使象集合的元素 $(y-1,x+2)$ 和原象集合的元素 (x,y) 对应,象点 $(3,-4)$ 的原象是点(　　).

(A)$(-5,5)$　(B)$(4,-6)$　(C)$(2,-2)$　(D)$(-6,4)$