



高等数学(二)

双色印刷

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

主 编 / 全国高等教育自学考试命题研究组
审 / 中央财经大学 吴秉坚副教授

(最新版)



北大燕园

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
经济管理类公共课

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

高等数学(二)

组 编 全国高等教育自学考试命题研究组

主 审 中央财经大学 吴秉坚副教授

图书在版编目 (CIP) 数据

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类/吴秉坚
主审. —北京:人民日报出版社, 2004. 10
ISBN 7-80153-955-9

I. 全… II. 吴… III. 公共课—高等教育—自学考试—自学
参考资料 IV. G726.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 069165 号

书 名: 全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类
高等数学(二)

主 审: 吴秉坚
责任编辑: 紫 玉
装帧设计: 赵鹏丽
文稿统筹: 谭伟红
项目统筹: 杨铁军

出版发行: 人民日报出版社(北京金台西路2号 邮编:100733,
电话:010-65369529, 65369527)

经 销: 新华书店
印 刷: 北京市朝阳区印刷厂

开 本: 880mm × 1230mm 1/32
字 数: 4320 千字
印 张: 180 印张
印 数: 0001—5000 册
印 次: 2005 年 5 月第 1 版 第 2 次印刷

书 号: ISBN 7-80153-955-9/G·524
定 价: 285.00 元

前言

本书是与全国高等教育自学考试《高等数学(二)一、二分册》自学考试大纲、教材相配套的辅导用书。

编写依据:

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学(二)一、二分册自学考试大纲》;
2. 全国高等教育自学考试指导委员会组编的教材《高等数学(二)一、二分册》(武汉大学出版社,姚慕生、高汝熹、唐国兴主编)。

本书的特点:

1. 以考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索,按最新体例分章节进行编写。每章均列有考点透视,并将每一章节可能出现的所有考核知识按考试题型编写同步跟踪强化训练题,以便考生扎实、准确掌握本章内容。

2. 对每一章的重点、难点部分进行解答并举例点评,又将本章近年出现过的题型进行题解,这对于考生全面把握教材内容,掌握重点、难点,正确解答各种题型,富有切实的指导意义。

3. 附录部分包括两套模拟试题、一套最新全真试题及参考答案,以便考生及时了解最新考试动态及方向。

为保证您顺利通过考试,我们建议您将本书与学苑出版社出版的《全国高等教育自学考试标准预测试卷》配套使用。

编者

于中央财经大学

目录

线性代数

第一章 行列式	(1)
考点透视	(1)
同步跟踪强化训练	(1)
参考答案	(5)
重点难点举例点评	(8)
历年考题分析	(13)
第二章 矩阵	(17)
考点透视	(17)
同步跟踪强化训练	(17)
参考答案	(22)
重点难点举例点评	(26)
历年考题分析	(33)
第三章 线性方程组	(42)
考点透视	(42)
同步跟踪强化训练	(42)
参考答案	(48)
重点难点举例点评	(55)
历年考题分析	(65)
第四章 线性空间	(77)
考点透视	(77)
同步跟踪强化训练	(77)

参考答案	(79)
重点难点举例点评	(79)
第五章 特征值问题与实二次型	(84)
考点透视	(84)
同步跟踪强化训练	(84)
参考答案	(88)
重点难点举例点评	(94)
历年考题分析	(101)

概率统计

第六章 描述统计	(114)
考点透视	(114)
同步跟踪强化训练	(114)
参考答案	(115)
重点难点举例点评	(117)
历年考题分析	(119)
第七章 概率的基本概念	(121)
考点透视	(121)
同步跟踪强化训练	(121)
参考答案	(127)
重点难点举例点评	(132)
历年考题分析	(140)
第八章 随机变量与概率分布	(153)
考点透视	(153)
同步跟踪强化训练	(153)
参考答案	(160)
重点难点举例点评	(169)
历年考题分析	(182)

●第九章 抽样和抽样分布	(199)
考点透视	(199)
同步跟踪强化训练	(199)
参考答案	(201)
重点难点举例点评	(204)
历年考题分析	(208)
●第十章 参数估计	(211)
考点透视	(211)
同步跟踪强化训练	(211)
参考答案	(215)
重点难点举例点评	(220)
历年考题分析	(223)
●第十一章 假设检验	(233)
考点透视	(233)
同步跟踪强化训练	(233)
参考答案	(236)
重点难点举例点评	(239)
历年考题分析	(244)
●第十二章 工序质量控制和抽样检验	(250)
考点透视	(250)
同步跟踪强化训练	(250)
参考答案	(251)
重点难点举例点评	(251)
●第十三章 回归分析与相关分析	(254)
考点透视	(254)
同步跟踪强化训练	(254)
参考答案	(256)

重点难点举例点评	(259)
历年考题分析	(262)
●第十四章 经济预测与决策	(266)
考点透视	(266)
同步跟踪强化训练	(266)
参考答案	(267)
重点难点举例点评	(267)

附录:

●模拟试题(一)	(270)
模拟试题(一)参考答案	(274)
●模拟试题(二)	(278)
模拟试题(二)参考答案	(282)
●2005 年(下)高等教育自学考试全国统一命题考试	
高等数学(二)试卷	(287)
●2005 年(下)高等教育自学考试全国统一命题考试	
高等数学(二)试卷参考答案	(293)

线性代数



第一章 行列式

● 考点透视

本章主要考核行列式的定义、性质和行列式的展开、一些简单的行列式计算和运用克莱姆法则求解代数方程组。

● 同步跟踪强化训练

一、单项选择题

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ ()

A. 0

B. -1

C. 1

D. 5

2. 若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & a \end{vmatrix} = 0$, 则 $a =$ ()

A. 2

B. 3

C. -2

D. -3

3. 若行列式 $D_1 = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, $D_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 9 & 6 & 0 \end{vmatrix}$ 则 ()

A. $D_1 = 6, D_2 = 12$

B. $D_1 = 6, D_2 = -12$

C. $D_1 = -6, D_2 = -12$

D. $D_1 = -6, D_2 = 12$

4. 行列式 $\begin{vmatrix} k-2 & 3 \\ 2 & k-1 \end{vmatrix} \neq 0$ 的充分必要条件是 ()

A. $k \neq -1$

B. $k \neq 3$

C. $k \neq -1$ 且 $k \neq 4$

D. $k \neq -1$ 或 $k \neq 3$

5. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ ()

A. 0

B. 21

C. 42

D. -42

6. 行列式 $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix} =$ ()

A. $a^4 - b^4$

B. $(a^2 - b^2)^2$

C. $b^4 - a^4$

D. $a^4 + b^4$

7. 行列式 $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 7 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 10 & 6 \\ 3 & -1 & \lambda & 1 \end{vmatrix}$ 中元素 λ 的代数余子式的值为

A. 24

B. 42

C. -42

D. -24

8. 若行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

则行列式 $\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix} = \quad (\quad)$

A. -D

B. $(-1)^n \cdot D$

C. D

D. D^{-1}

9. 行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_1+x \\ a_1 & a_2 & a_3+x & a_4 \\ a_1 & a_2+x & a_3 & a_4 \\ a_1+x & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0$ 的根为 $(\quad)$

A. $a_1 + a_2, a_3 + a_4$ B. $0, a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ C. $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4, 0$ D. $0, -a_1 - a_2 - a_3 - a_4$

二、计算题

10. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 427 & 327 \\ 5 & 543 & 443 \\ 7 & 721 & 621 \end{vmatrix}$.

11. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 3 & -6 \end{vmatrix}$.

12. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}.$$

13. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}.$$

14. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{vmatrix}.$$

15. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} a & a+d & a+2d \\ a+d & a+2d & a \\ a+2d & a & a+d \end{vmatrix}.$$

16. 计算行列式 $A = \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}.$

三. 证明题

17. 证明 $D = \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} \\ -a_{13} & -a_{23} & 0 \end{vmatrix} = 0.$

18. 证明 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0.$

● 参考答案

一、单项选择题

1. B 2. B 3. D 4. C 5. D 6. B 7. B 8. B 9. D

二、计算题

$$10. \text{解: } \begin{vmatrix} 4 & 427 & 327 \\ 5 & 543 & 443 \\ 7 & 721 & 621 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 100 & 327 \\ 5 & 100 & 443 \\ 7 & 100 & 621 \end{vmatrix}$$

$$= 100 \begin{vmatrix} 4 & 1 & 327 \\ 5 & 1 & 443 \\ 7 & 1 & 621 \end{vmatrix} = 100 \times \begin{vmatrix} 4 & 1 & 327 \\ 1 & 0 & 116 \\ 3 & 0 & 294 \end{vmatrix}$$

$$= -100 \begin{vmatrix} 1 & 116 \\ 3 & 294 \end{vmatrix} = -100(294 - 3 \times 116)$$

$$= -100 \cdot (-54) = 5400$$

$$11. \text{解: } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 3 & -6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -7 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & -11 & 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -7 & -1 \\ -5 & -11 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -6 & -4 \\ -5 & -16 & 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6 & -4 \\ -16 & 12 \end{vmatrix} = -136$$

$$12. \text{解: } \begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+(n-1)b & b & \cdots & b \\ a+(n-1)b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a+(n-1)b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

$$= [a+(n-1)b] \begin{vmatrix} 1 & b & \cdots & b \\ 1 & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

$$= [a+(n-1)b] \begin{vmatrix} 1 & b & \cdots & b \\ 0 & a-b & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a-b \end{vmatrix}$$

$$= [a+(n-1)b] \begin{vmatrix} a-b & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a-b)^{n-1} [a+(n-1)b]$$

$$13. \text{解: 原式} = a \begin{vmatrix} a & b & \cdots & 0 \\ 0 & a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix} + (-1)^{n-1} b \begin{vmatrix} b & 0 & \cdots & 0 \\ a & b & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b \end{vmatrix}$$

$$= a^n + (-1)^{n-1} \cdot b^n$$

14. 解: 由于方阵乘积的行列式等于行列式的乘积, 且方阵的行列式与转置方阵的行列式相等, 因此

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{vmatrix}^2 \\
&= \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & d & -c \\ c & -d & a & b \\ d & c & -b & a \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} a^2+b^2+c^2+d^2 & & & \\ & a^2+b^2+c^2+d^2 & & 0 \\ & 0 & a^2+b^2+c^2+d^2 & \\ & & & a^2+b^2+c^2+d^2 \end{vmatrix} \\
&= (a^2+b^2+c^2+d^2)^4
\end{aligned}$$

$$\text{故原式} = (a^2+b^2+c^2+d^2)^4$$

$$\begin{aligned}
15. \text{解: 原式} &= \begin{vmatrix} 1 & a+d & a+2d \\ 1 & a+2d & a \\ 1 & a & a+d \end{vmatrix} \\
&= 3(a+d) \begin{vmatrix} 1 & a+d & a+2d \\ 0 & d & -2d \\ 0 & -d & -d \end{vmatrix} \\
&= 3(a+d) \begin{vmatrix} d & -2d \\ -d & -d \end{vmatrix} \\
&= -(a+d)(3d)^2
\end{aligned}$$

16. 解: 将 A 的第二行乘以 1 后加到第一行上去, 再将第三行乘以 1 后加到第一行上去, 这样, 有

$$A = \begin{vmatrix} x+2a & x+2a & x+2a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}$$

从第一行提取公因子 $x+2a$, 得

$$A = (x+2a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}$$

将第一行乘以 $(-a)$ 后加到第二行上去, 同样再将第一行乘以 $(-a)$ 后加到第三行上去, 得

$$A = (x+2a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-a & 0 \\ 0 & 0 & x-a \end{vmatrix} = (x+2a)(x-a)^2$$

三、证明题

17. 证明: 这是一个三阶反对称行列式, 如果从 D 的每一行都提出 -1 , 则 $D = (-1)^3 D$, 即 $D = -D$, 于是, 有 $2D = 0$, 从而 $D = 0$.

18. 证明: 第一个行列式与第二个行列式的差别仅在于行的顺序以及行与列互相交换, 如果把第二个行列式转置并交换第一列与第二列的顺序, 则与第一个行列式相同, 但交换两列后出现一个负号, 故第一个行列式与第二个行列式的和为零.

重点难点举例点评

一、行列式的性质

性质 1 行列式转置后的值不变, 即 $A^T = A$.

这个性质表明: 行列式对行成立的性质, 对列也成立, 反之亦然. 有了这个性质, 可知行列式可以按列展开也可以按行展开.

$$\begin{aligned}\text{推论 } A &= a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \\ &= a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \quad (1 \leq j, j \leq n)\end{aligned}$$

性质 2 用某个数 C 乘行列式的某一行(或某一列),得到的行列式值是原行列式值的 C 倍。

推论 1 若行列式的某一行(或某一列)的元素全为零,则这个行列式的值等于零。

推论 2 若行列式某一行(或列)有公因子 C ,则这个 C 可以提取到行列式外面来。

性质 3 若行列式的两行(或两列)互换,则行列式的值改变符号。

推论 若行列式 A 有两行(或两列)元素相同,则 $A=0$ 。

性质 4 若行列式 A 有两行(或两列)成比例,则 $A=0$ 。

性质 5 若行列式 A 的某一行(或列)的元素 a_{ij} 都可以分解为元素 b_{ij} 与 c_{ij} 的和,即 $a_{ij} = b_{ij} + c_{ij}$ ($j=1, 2, \dots, n$),则 A 可分解为两个行列式的和。

性质 6 把行列式 A 的某一行(或某一列)的元素都乘以一个常数 C 加到另一行(或另一列)上去, A 的值不变。

典型例题分析

求下列行列式的值

$$A = \begin{vmatrix} 1 & a & b & c+d \\ 1 & b & c & d+a \\ 1 & c & d & a+b \\ 1 & d & a & b+c \end{vmatrix}.$$

答案 $A=0$



每一行中出现的字母的和均为 $a+b+c+d$,由此可见,如果将第二列加到第四列上去,再把第三列加到第四列上去,可得