教育统计学初阶

高安民　主编

陕西师范大学出版社

教育统计学初阶

主编　高安民
编写　刘新平　王四万

陕西师范大学出版社

教育统计学初阶

高安民 主编

•

陕西师范大学出版社出版

（西安市陕西师大120信箱）

陕西省新华书店经销　　西安7226厂印刷

•

开本850×1168　1/32　印张19.625　插页2　字数486千字

1989年12月第1版　1989年12月第1次印刷

印数：1—1500

ISBN7-5613-0306-8

G·265　定价：4.65元

前　言

《教育统计学》是运用数理统计方法研究教育问题、探索教育规律、制定教育决策的一门科学，是广大教育工作者必备的一种重要科学工具。随着教育改革的深入发展，教育统计学已列为高等院校教育学科各专业的主要基础课程之一，其目的在于培养学生初步掌握一些必要的统计方法和善于独立分析教育统计资料、处理数据的能力。

本书是在总结我校近几年开设教育统计学经验教训的基础上，邀请教育学科各专业和数学系有关的教授、专家以及长期从事教育统计学教学的教师进行座谈论证，根据教育学科各专业的培养目标和教学大纲的要求编写的。由高安民同志担任主编，刘新平，王四万同志参加编写。全书共分三篇，十七章。第一篇高等数学基础，分五章，主要介绍一元函数微积分的基本知识，由高安民同志执笔。第二篇$BASIC$程序设计，分四章，由王四万同志执笔。第三篇教育统计初步，分八章，主要介绍现代教育科学中最常用的统计方法，由刘新平同志执笔。第一篇是学习后两篇最基本的数学基础，对文科学生来说尤其重要。第二篇是教育统计的现代工具。第三篇是教育统计的主要手段。三篇既相互独立，又构成一个统一的整体。这样编排较好的体现了本书的实用性和针对性，既压缩了教育学科各专业围绕教育统计所开设课程的门类，又系统化了围绕教育统计所需的各种知识，也压缩了一些课时。经过两年来的实践，读者反映良好。本书亦可以作为文科其它各专业的参考教材，特别是前两篇可以作为各专业的基础数学教材。

本书是针对学年课程6学时的需要编写的，在学时较紧的情

况下，有些附有“*”的章节或附表可以略去，这样并不影响本教材的系统。

在本书编写过程中，我们参考了国内外有关书籍和教材，吸收了各书的编写经验，引用了其中的一些材料和各种统计表，在此，谨向各书的作者和出版者表示深切的感谢。

对参与本书讨论和提出宝贵意见的同志致以谢意。

由于我们水平有限，编写经验不足，加上时间仓促，书中缺点、错误在所难免，欢迎读者批评指正。

编者

1989年2月于西安

目　录

第一篇　高等数学基础

第三篇 教育统计初步

第十章 数据整理

第一篇　高等数学基础

第一章　极 限 理 论

§1　数列的极限

1．数列及其简单性质

我们来考察下面几个数列

$$2,\ 4,\ 8,\ \cdots,\ 2^n,\ \cdots; \tag{1}$$

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \cdots,\ \frac{1}{2^n},\ \cdots; \tag{2}$$

$$1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \cdots,\ \frac{1}{n},\ \cdots; \tag{3}$$

$$1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \cdots,\ (-1)^{n-1}\frac{1}{n},\ \cdots; \tag{4}$$

$$1,\ -1,\ 1,\ -1,\ \cdots,\ (-1)^{n-1},\ \cdots; \tag{5}$$

$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{7}{8},\ \cdots,\ \left(1-\frac{1}{2^n}\right),\ \cdots; \tag{6}$$

$$0,\ 1,\ 0,\ \frac{1}{2},\ \cdots,\ \frac{1+(-1)^n}{n},\ \cdots. \tag{7}$$

为了直观起见，我们把这七个数列中的前几项分别在数轴上表示出来（图1—1）：

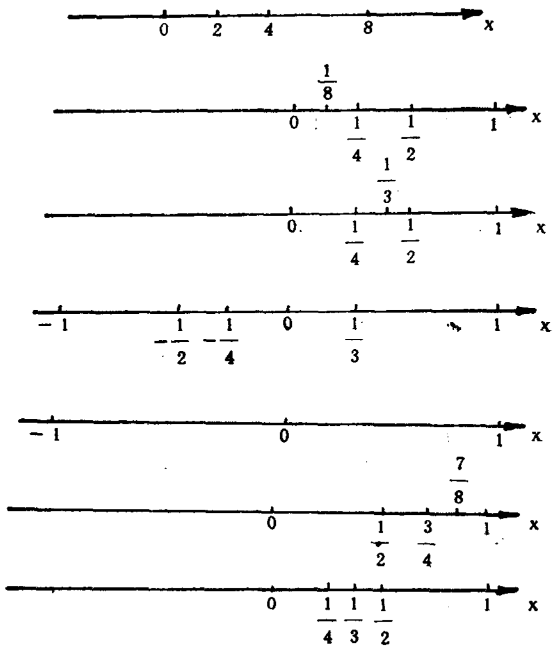

图 1-1

一般地我们把一个数列表示为$\{x_n\}$或

$$x_1,\ x_2,\ x_3\cdots,\ x_n,\ \cdots. \tag{8}$$

x_n称为数列的一般项（或通项），x_n的表达式称为通项公式。显然我们可以把一个数列看成自变量为正整数n的一个函数，即

$$x_n=f(n) \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots). \tag{9}$$

数列既然是函数，当然也具有与函数相类似的某些性质。

1）数列的单调性　若数列(8)满足

$$x_1\leqslant x_2\leqslant x_3\leqslant\cdots\leqslant x_n\leqslant\cdots,$$

则称该数列是**单调增大的**，若满足

$$x_1\geqslant x_2\geqslant x_3\geqslant\cdots\geqslant x_n\geqslant\cdots$$

数列称为是**单调减小**的。单调增大和单调减小数列通称为**单调数列**。数轴上对应单调数列的点x_n向一个方向移动：如果数列单调增大，就向右方移动；如果数列单调减小，就向左方移动。

2）数列的有界性　对于数列$\{x_n\}$，如果存在着正数M，使得一切的x_n，都满足不等式

$$|x_n| \leqslant M$$

则称数列是**有界**的。如果这样的正数M不存在，就说数列是**无界**的。

2．数列极限的定义

从图1-1容易看出，当项数n无限增大时，数列(2)，(3)，(4)，(6)，(7)不但是有界的，而且表示数列的点都逐渐聚集在某个定点的周围，或者说聚集在某一个定点的近傍。把上边的意思用数学式子表示出来，就是说，无论预先指定多么小的一个正数ε，总能在数列中找到这样一项N，使得这一项后面所有各项与某个定数差的绝对值都小于ε。例如在数列(2)中，那个定数$A=0$，当$\varepsilon=\dfrac{1}{100}$时，从第$N=6$项以后所有各项都满足

$$|x_n-0|<\varepsilon=\frac{1}{100} \qquad n=7,\ 8,\ \cdots. \tag{10}$$

同理在数列(3)，(4)，(7)中都有$A=0$，在数列(6)中$A=1$，我们把这些数列统称为**收敛数列**，A叫做它的极限（或极限值）。同样我们可以看出，数列(1)不但无界而且也不具备上边说的性质，数列(5)虽然有界，但也不具备那样的性质。我们把它们称为**发散数列**，发散数列当然无极限可言。从而我们有：

定义1　对于数列(8)，如果存在一个常数A，对于每一个预先给定的任意小的正数ε，总存在着一个正整数N，使得对于$n>N$的一切x_n，不等式

$$|x_n - A| < \varepsilon$$

恒成立，则常数A就叫做数列(8)当$n\to\infty$时的极限，或者说数列(8)**收敛**于A。记为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = A^{[1]} \quad (\text{或简记为} x_n \to A, \text{当} n\to\infty).$$

如果数列没有极限，就说数列是**发散**的。

注意：(1) 上述定义中，正数ε可以任意小是非常重要的，因为只有这样，不等式

$$|x_n - A| < \varepsilon$$

才能表达出x_n与A无限接近的意思。

(2) 定义中的正整数N是与ε有关的，当ε减小时，一般地说，N将会相应的增大。

3. 数列极限的举例

数列极限的定义并未提供如何去求已知数列的极限，因此以后我们还要讨论极限的求法。下边我们先举出几个说明极限概念的例子。

例1 证明数列

$$1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ -\frac{1}{4},\ \cdots,\ (-1)^{n-1}\frac{1}{n},\ \cdots$$

的极限是零。

证 $$|x_n - A| = \left|\pm\frac{1}{n} - 0\right| = \frac{1}{n},$$

为了使 $|x_n - A| < \varepsilon$，只要

$$\frac{1}{n} < \varepsilon$$

注[1] 这个式子读作"当n趋于无穷大时，x_n的极限等于A"。"$\to$"表示"趋向于"，"∞"表示无穷大，"$n\to\infty$"表示n趋向于无穷大"，也就是n无限增大的意思。"$x_n\to A$"表示"x_n无限趋近于A"。

取正整数 $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$，则当$n > N$时，就有

$$\left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon$$

即
$$\lim_{n\to\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n} = 0。$$

例2 证明数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \cdots,\ \frac{1}{2^n},\ \cdots$$

的极限是零。

证 任给正数ε，要使

$$\left|x_n - A\right| = \left|\frac{1}{2^n} - 0\right| < \varepsilon$$

只要
$$\frac{1}{2^n} < \varepsilon，即\quad 2^n > \frac{1}{\varepsilon}$$

或
$$n > \log_2\frac{1}{\varepsilon}\ 成立。$$

取正整数 $N \geqslant \log_2\frac{1}{\varepsilon}$，则当$n > N$时就有

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^n} = 0。$$

例3 证明数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \cdots,\ \frac{n}{n+1},\ \cdots$$

的极限是1。

证 任给$\varepsilon > 0$，要使

$$\left|x_n - A\right| = \left|\frac{n}{n+1} - 1\right| < \varepsilon，$$

只要
$$\frac{1}{n+1} < \varepsilon，即\ n > \frac{1}{\varepsilon} - 1成立。$$

取正整数$N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}-1$，则当$n>N$时，必有

$$\left|\frac{n}{n+1}-1\right|<\varepsilon$$

故

$$\lim_{n \to \infty}\frac{n}{n+1}=1.$$

4. 收敛数列的有界性

定理1 如果数列$\{x_n\}$收敛，那么它一定是有界的。

证 设$\lim\limits_{n \to \infty}x_n=A$，则由收敛性的定义，任给$\varepsilon>0$，必存在正整数$N$，使得对于$n>N$的一切$x_n$，都有

$$|x_n-A|<\varepsilon$$

成立，于是，当$n>N$时

$$|x_n|=|(x_n-A)+A|\leqslant|x_n-A|+|A|<\varepsilon+|A|$$

取 $M=max(|x_1|, |x_2|, \cdots, |x_N|, \varepsilon+|A|)$

于是数列$\{x_n\}$中的一切x_n都满足不等式

$$|x_n|<M.$$

这就是说，数列$\{x_n\}$是有界的。

由收敛数列的有界性可以推得：无界数列一定发散。如数列

$$2, 4, 8, \cdots, 2^n, \cdots$$

就是发散的。

但必须注意：有界数列并不一定收敛。例如数列

$$1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \cdots, (-1)^{n-1}\frac{1}{n}, \frac{n}{n+1}, \cdots$$

是有界的，但它的极限不存在。因为

$$\lim_{n \to \infty}x_{2n-1}=\lim_{n \to \infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}=0.$$

而

$$\lim_{n \to \infty}x_{2n}=\lim_{n \to \infty}\frac{n}{n+1}=1.$$