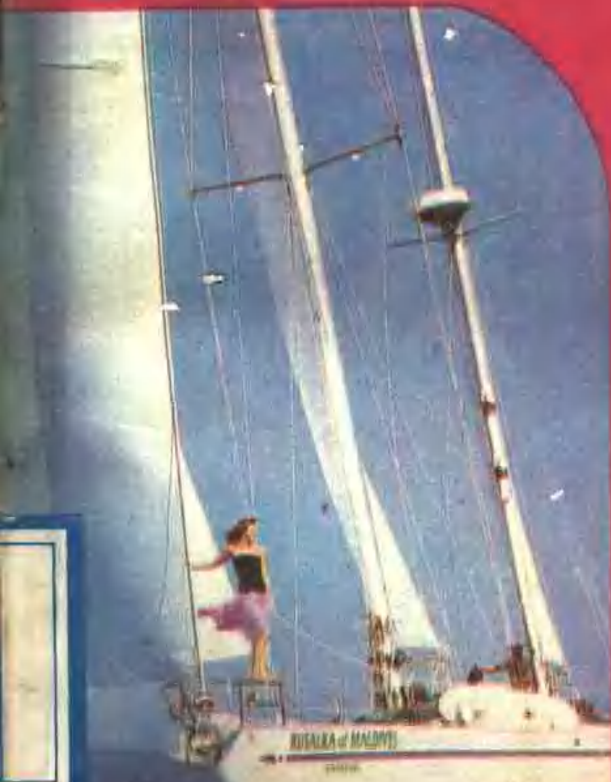
初中数学

综合训练500 例

颜昌辉 编著



初中数学综合训练500例

颜昌辉　　编　著

广西师范大学出版社

初中数学综合训练500例

颜昌辉　编著

☆

广西师范大学出版社出版

（广西桂林市育才路3号）

广西新华书店发行

广西大学印刷厂印刷

*

开本787×1092　1/32　印张8　字数173千字

1989年2月第1版　1989年2月第1次印刷

印　数：00001—14000

ISBN7-5633-0369-3/G·334

定价：2.50元

前　言

《初中数学综合训练500例》与《初中数学概念1500例》为一套书。作者谨怀崇高的敬意，将这套书献给勇于攀登数学高峰的青少年读者。

长期以来，广大初中学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；教师们亦欢迎出版能帮助自己辅导学生学好课本基础知识的书籍。为了搞好初中数学复习的教与学，做到全面复习，巩固基础，进行综合训练。培养学生逻辑思维能力和分析问题、解决问题的能力。作者根据新编的初中数学教材的各章节内容的要求编写了《初中数学综合训练500题》。

本书的例题经过精选，题型新颖，具有独特色彩，并着重指导解题思路，灵活运用基础知识来解答一定难度的问题。对于初中学生进一步加强数学基础，开拓知识领域，促进思维的发展都有一定的帮助。适合于初中各年级阅读与训练。并可以作为教师帮助学生搞好复习“双基”，进行综合训练解决疑难问题的参考书。也是广大知识青年自学数学的好的辅导材料。

编写本书，时间较仓促，由于水平有限，书中有不妥之处，请读者批评指正。

编著者

1986年1月

目　　录

第一章　实　数

【1】．计算：$(-1)^{1987}+(-1)^{1988}$所得的结果是（　　）．

（A）．1；　（B）．−1；　（C）．0；

（D）．−2．

解：应选（C）．

分析：用直接法．

$\because (-1)^{1987}=-1,\ (-1)^{1988}=1.$

$\therefore (-1)^{1987}+(-1)^{1988}=0.$

说明：直接法就是直接从题设的条件出发，通过合理的运算，严格的推理，从而得出正确的结果．

【2】．在整数0、1、2、3、4、5、6、7、8、9中，质数的个数为x，偶数的个数为y，完全平方数为z，则$x+y+z$等于（　　）．

（A）．14；　（B）．13；　（C）．12；

（D）．11．

解：应选（B）．

分析：用直接法．

$\because$ 2、3、5、7为质数，故$x=4$；

0、2、4、6、8为偶数，故$y=5$；

0、1、4、9为完全平方数，故$z=4$．

$\therefore x+y+z=13$

【3】．不论字母a取什么数值，下列说法中正确的是（　　）．

（A）．$(a+1)^2$的值总是正的；

（B）．a^2+1的值总是正的；

（C）．$-(a+1)^2$的值总是负的；

（D）．$-a^2+1$的值总比1小．

解：应选（B）．

分析：用筛选法，条件a为实数，隐含着a可以是正数、负数或零．因此（A）、（C）、（D）不能保证成立，故被淘汰，于是选择（B）．

说明：筛选法与直接法区别于利用题目中的隐含条件或已有的概念、性质、法则对选择支中的错误项进行逐个淘汰，最终达到选出正确答案的目的．

【4】．零是（　　）．

（A）．最小的整数；　　（B）．最小的非负有理数；

（C）．最小自然数；　　（D）．最小的有理数．

解：应选（B）．

分析：用筛选法，零不是自然数，也不是最小的有理数，可淘汰（C）、（D）．零是整数，但不是最小的整数，也淘汰（A），因此零是最小的非负有理数．

【5】．$2^{48}-1$可以被60和70之间的某两数所整除，这两个数是（　　）．

（A）．61，63；　　（B）．61，65；

（C）．63，65；　　（D）．67，69．

解：应选（C）．

分析：用分析法．

$\because 2^{48}-1=(2^{24}+1)(2^{12}+1)(2^{6}+1)(2^{6}-1)$

$=(2^{24}+1)(2^{12}+1)\cdot 65\times 63$

说明： 分析法是指从结论出发，经过推理，寻求正确的答案。

【6】．当 a 为任意实数时，a 与 $-a$ 的大小关系是（　　）．

（A）．$a>-a$；　　（B）．$a\geqslant -a$；

（C）．$a<-a$；　　（D）．以上答案都不对．

解： 应选（D）．

分析： 用分析法，题中的 a 是任意实数，当 a 等于零时，（A）、（C）都不成立；当 a 为负数时，（B）也不成立．根据上述的分析，本题应选（D）．

【7】　三个质数 p、q、r 满足 $p+q=r$ 及 $p<q$，则 p 等于（　　）．

（A）．3；　　（B）．7；　　（C）．13；

（D）．2．

解： 应选（D）．

分析： 由条件 $p+q=r$ 及 q、r 均为质数，可知 $p+q$ 必为奇数，则 p、q 不能同为奇数，而 2 是质数中唯一偶数，同时又满足 $p<q$，故 $p=2$，这时自然选择（D）．

【8】．若 $|a|=-a$，能使等式成立的条件是（　　）．

（A）．正数；　　（B）．非负数；

（C）．负数；　　（D）．非正数．

解： 应选（D）．

说明： 本题容易错选（C）．产生错误的原因是考虑不全面，忽略了 $a=0$ 也符合题目条件的情况．

【9】．在3.14，$\frac{22}{7}$，$-\sqrt{3}$，0.12，cos45°，tg45°，0.1010010001…这七个数中，无理数的个数有（　　）．

（A）．4个；　　（B）．3个；

（C）．2个；　　（D）．1个．

解：应选（B）．

说明：本题容易将0.1010010001…误为无限循环小数，以致误选（C）作答案．

【10】．和数轴上所有的点具有“一一对应”关系的是（　　）．

（A）．全体整数；　　（B）．全体有理数；

（C）．全体无理数；　　（D）．全体实数．

解：应选（D）．

说明：实数包括有理数和无理数，如果考虑不全，可能错选(B)、(C)．

【11】．一个数等于它的倒数的四倍，这个数是（　　）．

（A）．2；　　（B）．1；

（C）．$\frac{1}{2}$；　　（D）．2或－2．

解：应选（D）．

分析：用检验法，经检验（B）、（C）都不适合，应排除，又 $2=4\times\frac{1}{2}=2$，$-2=4\times(-\frac{1}{2})=-2$，可知(A)不完整．故选（D）．

说明：检验法就是通过适当的手段进行检验或将各个选择支的答案逐一进行检验，以判定选择支的正误．

【12】．计算：$-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{3}{5}\right)\div(-2)\right]$

解：原式 $=-3-\left[-5+\frac{22}{25}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$$=-3+5+\frac{11}{25}=2\frac{11}{25}.$$

说明：去括号时，要注意括号前面为负号时，括号中的每一个数都要变号．去括号后，先进行三级运算（乘方、方根）；次进行二级运算(乘、除)；最后进行一级运算（加、减）．

【13】．计算：$-1^4-(1-0.5)\times\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$

解：原式 $=-1^4-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times(-7)$

$$=-1+\frac{7}{6}$$

$$=\frac{1}{6}.$$

说明：连乘积的符号由乘数中负数个数来决定．有偶数个负数时，积为正．有奇数个负数时，积为负．

【14】．计算：

$$\frac{\left(2.4+1\frac{5}{7}\right)\times4.375}{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}}-\frac{\left(2.75-1\frac{5}{6}\right)\times21}{8\frac{8}{20}-0.45}\div\frac{67}{200}$$

解：原式 $=\left[\left(\frac{12}{5}+\frac{12}{7}\right)\times\frac{35}{8}\div\frac{1}{2}-\left(\frac{11}{4}-\frac{11}{6}\right)\times21\right.$

$$\left.\div\left(8\frac{3}{20}-\frac{9}{20}\right)\right]\div\frac{67}{200}$$

$$=\left(18\div\frac{1}{2}-\frac{77}{4}\div\frac{77}{10}\right)\div\frac{67}{200}$$

$$=100\ .$$

说明： 繁分数实际上是分数除法的另一种写法，所以可化成分数除法的一般形式，按除法法则及分数的基本性质进行运算.

【15】. 计算：$-(-3)^3\times(-2)^2+(-6)^2\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

$-\left(-\frac{1}{8}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

解： 原式 $=27\times4+(-6)\times5-\left(-\frac{1}{8}\right)\div\left(-\frac{1}{8}\right)$

$$=108-30-1$$

$$=77\ .$$

注意： 要防止如下错误：

$$(-6)^2\times\left(-\frac{5}{6}\right)=(-1)^2\times(-5)=-5\ .$$

【16】. 计算：

$$1\frac{1}{2}\times\left[3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-1\right]$$

$$-\frac{1}{3}\times\left[(-2)^2-(-3.5\div3)\right]$$

解： 原式 $=\frac{3}{2}\times\left[3\times\frac{4}{9}-1\right]-\frac{1}{3}\times\left[4+\frac{1}{2}\right]$

$$=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}$$

$$=-1.$$

说明：在有理数混合运算中，要注意运算顺序和去括号的顺序，同级运算要从左到右依次进行。

【17】．（1）．两个有理数相乘，在什么情况下是正数？是负数？是零？

（2）．两个有理数相除，在什么情况下商是1？是-1？是零？无意义？

解：（1）．两个有理数相乘，两数同号时积为正；两数异号时积为负；被乘数或乘数中有一为零者其积为零．

（2）．两个有理数相除，被除数与除数相同（但不为零）时商为1；两个互为相反数（零除外）相除时商为-1；被除数为零而除数不为零其商为零；除数为零的两个有理数相除没有意义．

【18】．有理数中有没有最小的数？有没有绝对值最小的数？有没有绝对值最大的数？有没有最小的正整数？有没有最大的负整数？如果有，它们各是什么数？

解：有理数中没有最小的数；绝对值最小的数是0；没有绝对值最大的数；最小的正整数是1，最大的负整数是-1．

【19】．判断3599不是质数．

分析：我们设法将3599进行分解，如能分解成功，则可说明它不是质数了．

解：$\because\ 3599=60^2-1=61\times 59$

$\therefore$ 3599不是质数．

【20】．证明：$\sqrt{3}$是无理数．

证明：若$\sqrt{3}$为有理数，可记作$\sqrt{3}=\frac{p}{q}$，其中p、q

为自然数且二者没有公因数，于是$3q^2=p^2$，因为3是质数，可知p是3的倍数，设$p=3m$（m为整数），代入$3q^2=p^2$，得$q^2=3m^2$。这样q又是3的倍数，p、q就至少有一个公因数3。与两者互质矛盾，因此$\sqrt{3}$是无理数。

说明： 本例的证明中，应用反证法，它是先假定论题结论不成立，然后推导出和已经证明的定理或公理、定义、题设等相矛盾的结果，说明假定结论不成立是不允许的，所以结论必须成立，这种推理方法证明命题叫做反证法。

【21】。证明：任何奇数的平方减1能被8整除。

证明：设奇数为$2n+1$（n为整数）

$$\because (2n+1)^2-1=4n^2+4n+1-1$$
$$=4n(n+1)$$

又n与$n+1$是两个连续整数，其中必有一个为偶数，

$\therefore$ $4n(n+1)$一定能被8整除。

说明： 奇数一般用$2n-1$或$2n+1$表示，偶数用$2n$表示（n为整数）。

【22】。试确定$2^{1988}+3^{1988}$的个位数字是多少？

解：$\because$ $2^{1988}=2^{4\times497}=(2^4)^{497}=16^{497}$

而16无论多少次幂，个位数字都是6。

又 $\because$ $3^{1988}=3^{4\times497}=(3^4)^{497}=81^{497}$

而81无论多少次幂，个位数字都是1。

$\therefore$ $2^{1988}+3^{1988}$的个位数字为7。

【23】。求 $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{100\times101}$ 的值。

分析：每一项都能拆成两项：$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

可利用互为相反数的关系合并同类项，即可求得。

解：原式$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots$

$$+\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)$$

$$=1-\frac{1}{101}$$

$$=\frac{100}{101}.$$

【24】. 如果$\sqrt{5}=a$，b是它的小数部分，求$a-\frac{1}{b}$的值。

解：b既然是$\sqrt{5}$的小数部分，那么，$\sqrt{5}$减去它的整数部分2，就应该是它的小数部分．即有：

$b=\sqrt{5}-2$，从而有

$$a-\frac{1}{b}=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{5-2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}$$

$$=\frac{-2(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2}=-2.$$

说明：无理数的运算，一般来说借助于它的有理近似值来进行。但有些问题，借助于推理可以使无理数直接参加运算，而得到准确的结果。如此例的推演是较为巧妙的．

【25】. 计算$\underbrace{99\cdots9}_{n个}\times\underbrace{99\cdots9}_{n个}+1\underbrace{99\cdots9}_{n个}$.

解：原式$=(10^n-1)\times(10^n-1)+2\times10^{n}-1$

$=10^{2n}-2\times10^{n}+1+2\times10^{n-1}-1$

$=10^{2n}+10^{n-1}(-20+2)$

$=10^{2n}-18\times10^{n-1}$.

【26】. a是三位正奇数$88a$的个位数，且$88a$能被3整除，求a的值。

解：由a是三位正奇数$88a$的个位数分析得：

a可能是1，3，5，7，9。

又 ∵ $88a$能被3整除，

∴ a只能是2，5，8。

故同时满足以上两个条件的只有$a=5$。

【27】. 已知a、b、c是实数，试求满足下式中的a、b、c的值。$a^2+b^2+c^2+26=2a+6b+8c$。

分析：把等式的右边各项移到等式的左边，经过配方变形为几个平方的和等于零的形式，由每个平方项必为零即可求得a，b，c的值。

解：由$a^2+b^2+c^2+26=2a+6b+8c$移项，得

$$a^2-2a+1+b^2-6b+9+c^2-8c+16=0$$

即 $$(a-1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=0$$

∵ $(a-1)^2\geqslant0$，$(b-3)^2\geqslant0$，$(c-4)^2\geqslant0$

∴ $a=1$，$b=3$，$c=4$。

【28】. 若三角形的三边a、b、c之间有关系，$a^4+b^4+c^4-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2=0$，问这是怎样的三角形？

证明：由$a^4+b^4+c^4-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2=0$，得

$$2(a^4+b^4+c^4-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2)=0$$

$$a^4-2a^2b^2+b^4+a^4-2a^2c^2+c^4+b^4-2b^2c^2+c^4=0$$

$$(a^2-b^2)^2+(b^2-c^2)^2+(a^2-c^2)^2=0$$

$\therefore\ a^2=b^2$、$a^2=c^2$、$b^2=c^2$。

即　$a=b$；　$a=c$；　$b=c$。

即　$a=b=c$，这是一个等边三角形。

第二章 代数式

【29】. 如果 $a-b=2$，$a-c=\frac{1}{2}$，那么 $(b-c)^2+3(b-c)+\frac{9}{4}$ 的值是（ ）。

(A). $-\frac{3}{2}$；(B). 0；(C). $\frac{3}{2}$；(D). $\frac{9}{4}$.

解：应选(B)。

分析：用直接法，由 $a-b=2$，$a-c=\frac{1}{2}$ 得 $b-c=-\frac{3}{2}$.

$$\therefore (b-c)^2+3(b-c)+\frac{9}{4}=\left[(b-c)+\frac{3}{2}\right]^2$$

$$=\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)^2=0.$$

【30】. 设 $d=a^2+b^2+c^2$，其中 a、b 为连续整数，且 $c=ab$，则 $\sqrt{d}$ 是（ ）.

(A). 偶数；(B). 无理数；(C). 奇数；(D). 奇数或偶数.

解：应选(C)。

分析：用分析法，因为 a、b 是连续的整数，则 a、b 其中必有一个是偶数，一个是奇数．那么 ab 必为奇数．由于奇数的平方是奇数，偶数的平方是偶数．所以 $a^2+b^2+c^2$ 必定是奇数，即 $\sqrt{d}$ 为奇数．故选(C)。

【31】. 当 $a<b<c$，$x<y<z$ 时，下面四个代数式的值最大的是（ ）.