WEISHEN MECUO

为什么错

高一数学习题错解评析

程 敢 编写

湖 北
教育出版社

为什么错

——高一数学习题错解评析

程 敢 编

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

为什么错:高一数学习题错解评析/程敢编.一武汉:湖北教育出版社,1998
(为什么错丛书)
ISBN 7-5351-2297-3

Ⅰ.为… Ⅱ.程… Ⅲ.数学课-解题-高中 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 06221 号

出版发行:湖北教育出版社　汉口解放大道新育村 33 号
邮编:430022　电话:85830435

经　销:新　华　书　店
印　刷:湖北教育出版社印刷厂(433100·潜江市环城路 62 号)
开　本:787mm×1092mm　1/32　14.25 印张
版　次:1998 年 6 月第 1 版　1998 年 6 月第 1 次印刷
字　数:326 千字　印数:1—5 000

ISBN 7—5351—2297—3/G·1876　定价:12.30 元

前　言

在中学数理化各科教学实践中，解答习题，错误常难避免，发生错误和改正错误贯穿于整个教学过程．为什么错？错在哪里？如何解决这一问题？这就需要我们找出产生错误的原因，研究纠正和避免错误的方法，从而吸取有益的教训，加深基础知识的理解，提高分析问题和解决问题的能力．基于以上目的，我们编写了这套《为什么错》丛书．

本套丛书高中部分根据现行数理化各科教材和新的教学大纲进行编写，按学科分为高一、高二两册．考虑到高三年级在教学中实际上都转入了复习应考阶段，所以各学科高三的主要内容我们都提前到高二分册中进行了讲解，请读者们在使用中特别注意．

本书的编写特色是，对每道例题以错解、剖析、正确解答三个层次进行编写．其中错解多收集于日常教学中学生的作业或答卷，颇具典型性和代表性；对错解的剖析，既指明错误，又找出产生错误的原因，极具对症性；其正确解答；对照错解，正误鲜明，具有批判性．在每章之后，还配备有一定数量的练习题，书末附有全部练习题的正确答案或提示．

当你读完这本书后，一定会有所启发，有所收获，在学习——研究——理解——实践诸方面更上一层楼．

由于时间和水平所限，书中错误难免，敬请读者指正．

编　者

目　录

代　数

立体几何

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

一、基本内容

本章主要内容是集合的概念、分类、表示法及集合运算性质;映射与函数的概念、性质;幂函数、指数函数和对数函数及其图像、性质.

集合是只能描述不加定义的原始概念,表示所研究的一些对象的全体.这些对象称为集合元素.集合元素具有确定性、互异性、无序性.表示集合有列举法、描述法、图形法.集合与元素的关系是属于或不属于的关系,用符号$\in$或$\notin$表示;集合与集合之间的关系是包含或不包含关系,用符号$\subseteq$、$\subset$或$\nsubseteq$、$\not\subset$表示.集合按元素数量分类,分为有限集和无限集.空集、单元素集是有限集的特例,用专门字母$\varnothing$表示空集.集合按元素属性分类是十分广泛的,数集是其中重要的一种,我们需要学习的主要有自然数集N、整数集Z、有理数集Q、实数集R和复数集C.集合按包含关系分类有子集、真子集.按运算关系分类有交集、并集、全集及补集,一般用I表示全集.

设A、B、C是三集合,A与B的交集$A\cap B=\{x|x\in A$且$x\in B\}$,交集具有性质:(1)$A\cap\varnothing=\varnothing$;(2)$A\cap A=A$;(3)$A\cap\overline{A}=\varnothing$;(4)若$A\subseteq B$则$A\cap B=A$;(5)$A\cap B=B\cap A$;(6)$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.$A$与$B$的并集$A\cup B=\{x|x\in A$或$x\in B\}$,并集具有性质:(1)$A\cup\varnothing=A$;(2)$A\cup A=A$;(3)$A\cup\overline{A}=I$;(4)若$A\subseteq B$,则$A\cup B=B$;(5)$A\cup B=B\cup A$;(6)$(A\cup B)\cup C=A$

$\cup(B\cup C)$；(7)$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$. 集合 A 的补集表示 $\overline{A}=\{x|x\in I$ 且 $x\notin A, A\subseteq I\}$，补集具有性质：(1)$A\cup\overline{A}=I$；(2)$A\cap\overline{A}=\varnothing$；(3)$\overline{\overline{A}}=A$.

学习集合的重点在于进行集合运算，难点在于区别“且”与“或”的不同含义，关键是要理解交集、并集、补集的概念，性质以及图形表示.

映射是两集合元素间的一种特殊对应关系. 在对应法则 f 的作用下，对于集合 A 中的每一个元素 a，在集合 B 中都有唯一元素 b 与之相对应，这种对应叫做从 A 到 B 的映射，记作 f：$A\rightarrow B$. b 叫 a 在 B 中的象，a 叫 b 在 A 中的原象. 集合 B 中每一个元素 b 在 A 中都有原象的映射称为从 A 到 B 上的映射. 如果 A、B 都是非空数集，那么从 A 到 B 上的映射叫做函数. A 叫函数的定义域，B 或 B 的子集叫做函数的值域. 函数的定义域、值域及对应法则是构成函数的三要素. 一一映射是一种特殊的映射，它要求集合 A 中每一个不同的元素在 B 中都有不同的象，并且 B 中每一个元素在 A 中都有原象. 如果 A 到 B 的一一映射存在某一法则 f^{-1}，使 B 中的元素 b 在 A 中的原象 a 与之相对应，那么这种对应叫做 A 到 B 的一一映射的逆映射，记作 f^{-1}：$B\rightarrow A$. 逆映射所确定的函数叫做原来函数 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $y=f^{-1}(x)$. 函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 为对称. 反函数的定义域是原来函数的值域.

函数一般研究它的定义域、值域、图像、单调性、奇偶性、周期性. 以函数图像为中心，可以直观形象地反映函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、周期性，并且函数图像应受定义域的制约.

函数的单调性是指函数在某一区间上的递增性或递减性.

若 x_1、x_2 是函数 $f(x)$ 在定义域或某一区间上的两个自变量的值，且 $x_1<x_2$，则有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$）成立，就称函数 $f(x)$ 在定义域或某区间上是严格递增（或递减）的. 统称函数 $f(x)$ 在定义域或某区间上是严格单调函数. 单调函数的图像在定义域（或单调区间）上是连续上升或连续下降的.

函数 $f(x)$ 在定义域上对于任意 x 的值恒有 $f(-x)=-f(x)$ 或 $f(-x)=f(x)$ 成立，则称该函数是奇函数或偶函数. 奇函数的图像关于坐标原点为中心对称，偶函数的图像关于 y 轴为轴对称.

若存在一个非零常数 T，对于函数 $f(x)$ 的任意 x 的值，恒有 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称这样的函数为周期函数，常数 T 叫函数的周期. 函数的周期可取无数个值，其最小的正值称为最小正周期. 各个周期是最小正周期的整数倍.

本章运用函数的一般知识理论，具体剖析了幂函数、指数函数与对数函数的定义式、定义域、值域、图像及其性质.

形如 $y=x^n(n\in Q)$ 的函数叫幂函数. 幂函数限于 $x>0$ 的条件下，当 $n>0$ 为增函数；当 $n<0$ 为减函数，对于有理数 n 表示成为 $\frac{p}{q}$ 的形式，其中 p、q 为互质数，根据 p、q 取奇偶数的情况探讨其定义域. 幂函数在可定义反函数的情况下，其反函数仍然是幂函数.

形如 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的函数叫指数函数. 指数函数的反函数称为对数函数，记作 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$. 指数函数的定义域为 $x\in R$，值域为 $y\in R^+$，而对数函数的定义域为 $x\in R^+$，值域 $y\in R$，正好与指数函数的值域和定义域相一致.

学习函数知识重点放在具体探求函数的定义域、值域、图像及性质，特别是复合型的函数. 难点一是对满足某种条件的抽象

函数对应法则的探求;二是对复合型函数的图像、性质的研讨.关键是掌握具体函数的基本形态及构成复合函数的层次法则.

二、易出现的错误

集合问题通常易出现下列错误:

1. 不能正确地将一般性语言描述转换为数学语言描述.

2. 对集合元素的确定性、互异性、无序性不能正确理解、具体落实.

3. 对集合间的包含关系与集合和元素间的属于关系概念不清.

4. 对用"且"与"或"分别刻画集合间的交并关系缺乏深刻的理解.

5. 对集合间的交、并、补的运算性质掌握不熟练.

6. 不能正确地借助于图形表示集合间的交、并、补关系.

映射及一般函数理论问题中易出现的错误:

1. 对映射是两集合元素间的特殊对应关系理解不深,对"从 A 到 B 上的映射"、"一一映射"、"逆映射"的概念缺乏认识.

2. 不理解函数就是从非空数集 A 到非空数集 B 上的映射.

3. 对构成函数的三要素——函数的对应法则、定义域、值域缺乏整体认识,不明确"两函数相同当且仅当它们的对应法则、定义域、值域三者完全相同"的关系.

4. 对函数的图像要受函数的三要素的制约认识不足.

5. 不会根据函数单调性的定义证明、判断具有奇偶性的函数的单调性.

6. 不能运用函数的周期性来求函数在某点的函数值.

在解决具体函数的问题上常易出现的错误:

1. 对幂函数的单调性容易忽视 $x>0$ 的条件.

2. 对幂函数的定义域不能正确地按 $n=\frac{p}{q}$（p、q 互质），由 p、q 取奇、偶的情况进行分类讨论.

3. 在比较两个方幂的大小时不明确是运用幂函数还是指数函数的单调性进行判断.

4. 对复合型函数的单调性区间的确定方法和法则不能正确地掌握.

5. 求反函数时，把逆映射与反函数混为一谈.

6. 在解对数方程时忽略了对数函数定义域的要求.

7. 对幂函数与指数函数的基本形态混淆不清.

8. 在求一个函数的反函数时缺乏定义区间的意识，没有认识到只有在函数的单调区间上确定函数的映射才是一一映射，才有逆映射，相应才可以定义反函数.

三、例题与评析

【例 1】 设 $M=\{x|x=a^2+1,a\in N\}$，$N=\{y|y=b^2-4b+5,b\in N\}$，则下列关系正确的是（　　）.

(A) $M\cap N=\varnothing$　　　(B) $M\subset N$

(C) $M=N$　　　(D) $N\subset M$

错误解答 1　选(A). $\because x\in M$ 且 $x\notin N$，$y\in N$ 且 $y\notin M$，$\therefore M\cap N=\varnothing$.

错误解答 2　选(C). $\because x\in M$ 且 $x\geqslant 1$，$y\in N$ 且 $y=(b-2)^2+1\geqslant 1$，$\therefore M=N=[1,+\infty)$.

错误解答 3　选(D).

评析　错误解答 1 是根本不理解两个集合 M、N 的元素是什么意思，而只注意表示元素的字母不同，从而断定两集合的交集是空集；错误解答 2 是忽视 $a\in N$，$b\in N$ 的条件；错误解答 3

是把包含关系颠倒了.

正确解答 选(B). 因为 $M=\{x|x=a^2+1,a\in N\}=\{x|x>1\}$, $N=\{y|y=b^2-4b+5,b\in N\}=\{y|y=(b-2)^2+1,b\in N\}=\{y|y\geqslant 1\}$, 即 M 表示区间为 $(1,+\infty)$, 而 N 表示区间为 $[1,+\infty)$, 所以 $M\subset N$.

【例 2】 已知集合 $A=\{y|y=-1+x-2x^2,x\in R\}$, 若 $z\in A$, 则有(　　).

(A)$z\in Q$　　(B)$z\in Q^-$　　(C)$z\in R^+$　　(D)$z\in R^-$

错误解答 1 选(A). $\because y=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{7}{8}$, 表示有理数, $z\in A$, $\therefore z\in Q$.

错误解答 2 选(B). $A=\{y|y=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{7}{8},x\in R\}=\{y|y\leqslant -\frac{7}{8}\}$, $\therefore z\in Q^-$.

错误解答 3 选(C).

评析 错选(A)或(B)是不该发生的, 都忽视了 $x\in R$ 的条件; 错误解答 3 是对 A 表示什么范围的集合不清楚, 即不清楚 A 表示区间 $(-\infty,-\frac{7}{8}]$.

正确解答 选(D). 因为 $A=\{y|y=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{7}{8},x\in R\}=\{y|y\leqslant -\frac{7}{8}\}$. 由 $z\in A$, 即知 z 是小于或等于 $-\frac{7}{8}$ 的实数, 所以 $z\in R^-$.

【例 3】 设全集 $I=\{x|1\leqslant x<9,x\in N\}$, 则满足 $\{1,3,5,7,8\}\cap\overline{B}=\{1,3,5,7\}$ 的所有集合 B 的个数是(　　).

(A)1 个　　(B)4 个　　(C)5 个　　(D)8 个

错误解答 (A); (B); (C).

评析 错选(A)是认为 B 只是$\{8\}$,而忽视 B 是全集 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$的子集.因为 2、4、6 满足条件,都有可能是 B 中元素,8 必定是 B 的元素;错选(B)或(C)是在计算上有遗漏.

正确解答 选(D).依据条件,1、3、5、7 必定是 $\bar{B}$ 中元素,8 肯定不是 B 中的元素,因此 8 必定是 B 中元素.由于 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$是全集,B、$\bar{B}$ 都是 I 的子集,所以 2、4、6 均有可能是 B 中元素,那么 B 集就有可能是$\{8\}$,$\{8,2\}$,$\{8,4\}$,$\{8,6\}$,$\{8,2,6\}$,$\{8,2,4\}$,$\{8,4,6\}$,$\{8,2,4,6\}$共 8 个.也可用计算集合的子集的公式得到:集合$\{2,4,6,8\}$都含元素 8 的子集个数为 $2^3=8$.

【例 4】 集合 $A=\{x\mid(a-1)x^2+3x-2=0\}$中只有一个元素,则实数 $a=$______.

错误解答 1 $\underline{a=1}$.

错误解答 2 $\underline{a=-\frac{1}{8}}$.

评析 错误解答 1 是认为当 $a-1=0$ 即 $a=1$ 时,方程是关于 x 的一次方程,只有一个根 $x=\frac{2}{3}$,即集合 A 只有一个元素;错误解答 2 是理解为方程有等根时,$\Delta=9+8(a-1)=0$,即 $a=-\frac{1}{8}$.

正确解答 $\underline{a=1\text{ 或 }-\frac{1}{8}}$.从两个方面考虑的,一方面当二次项系数为 0 时,方程化为一次的,仅有一个根;另一方面当二次项系数不为 0 时,当且仅当判别式为 0 时方程才有等根(即一个根),由 $\Delta=9+8(a-1)=0$ 得 $a=-\frac{1}{8}$.

【例 5】 已知集合 $A=\{x\mid 10+3x-x^2\geqslant 0\}$,$B=\{x\mid x^2-2x$

$+2m<0\}$，若 $A\cap B=B$，求实数 m 的取值范围.

错误解答 $B=\{x|x^2-2x+2m<0\}$

$$=\left\{x|1-\sqrt{1-2m}<x<1+\sqrt{1-2m},m\leqslant\frac{1}{2}\right\},$$

因为 $A\cap B=B$，所以 $B\subseteq A$，则必须有

$$\begin{cases}1-\sqrt{1-2m}\geqslant-2\Rightarrow\sqrt{1-2m}\leqslant3\\1+\sqrt{1-2m}\leqslant5\Rightarrow\sqrt{1-2m}\leqslant4\\m\leqslant\frac{1}{2}\end{cases}$$

解得 $-4\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$.

评析 以上错误在于没有对 $B\subseteq A$ 进行分类讨论，即漏掉 $B=\varnothing$ 的情况. 当 $B=\varnothing$ 时，对于 B 中 $x^2-2x+2m<0$ 无解，即使 $x^2-2x+2m\geqslant0$ 对于一切实数 x 恒成立，所以必须使 $\Delta=4-8m\leqslant0$，即 $m\geqslant\frac{1}{2}$.

正确解答 由 $A\cap B=B$，得 $B\subseteq A$，分两种情况讨论：

(i)当 $B=\varnothing$ 时，得到 $m\geqslant\frac{1}{2}$.

(ii)当 $B\neq\varnothing$ 时，由 $B\subseteq A$ 得到

$$\begin{cases}1-\sqrt{1-2m}\geqslant-2\\1+\sqrt{1-2m}\leqslant5\Rightarrow-4\leqslant m<\frac{1}{2}\\m<\frac{1}{2}\end{cases}$$

综合(i)，(ii)得 m 的取值范围是$[-4,+\infty)$.

【例 6】 在映射 $f:A\rightarrow B$ 作用下，集合 A 中的元素(x,y)对应集合 B 中的元素$(2x-y,x-2y)$，则$(2,1)$的原象是______.

错误解答 $(3,0)$.

评析 以上错误主要产生于对象与原象的概念不清，把(2，1)看成了(x,y)，即$x=2$、$y=1$，代入$(2x-y,x-2y)$得(3,0).

正确解答 因为(2,1)是象，所以$(2,1)=(2x-y,x-2y)$，即得方程组$\begin{cases}2x-y=2\\x-2y=1\end{cases}$. 解之得$x=1,y=0$. 所求原象$(x,y)=(1,0)$.

【例7】 下面四个命题：

(1)$f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{1-x}$是函数；

(2)函数是从其定义域到值域的映射；

(3)函数$y=2x(x\in N)$的图像是一条直线；

(4)函数$y=\begin{cases}x^2(x\geqslant 0)\\-x^2(x<0)\end{cases}$的图像是一条抛物线.

其中正确的有( ).

(A)1个 (B)2个 (C)3个 (D)4个

错误解答1 选(B). 其中(1)和(2)正确.

错误解答2 选(C). (2),(3),(4)正确，(1)错.

错误解答3 选(D). 4个命题都对.

评析 错误解答1是对构成函数的三要素缺乏整体认识，特别是对定义域及值域要求是非空数集尚未谨记，对(1)没有定义域尚未察觉；错误解答2是对函数定义域与函数图像的制约关系不清楚，函数$y=2x(x\in N)$的图像是分布在直线上的间断点，函数(3)的图像是两条半抛物线. 这些函数的图像都是由定义域决定的.

正确解答 选(A). 用映射的概念定义函数. 否定(1)、(3)、(4)因为(1)函数无定义域，(3)、(4)函数的图像与函数定义域相矛盾.

【例8】 在下列给定的四组函数中：

(1)$f(x)=x,g(x)=(\sqrt{x})^2$;(2)$f(x)=x,g(x)=\sqrt[3]{x^3}$;

(3)$f(n)=2n+1,g(n)=2n-1(n\in z)$;

(4)$f(x)=x^2-2x-1,g(t)=t^2-2t-1$.

表示同一函数的是(　　).

(A)(1)、(2)　　　　(B)(2)

(C)(2)、(4)　　　　(D)(2)、(3)、(4)

错误解答　(A);(B);(D).

评析　错选(A)是只注意两函数的对应法则相同,值域相同而忽略了(1)中两函数的定义域不相同;错选(B),是漏选了,(4)组函数也是相同的;错选(D)把第(3)组函数也视为相同的,只注意到定义域、值域相同,而忽视了对应法则不相同的特点.

正确解答　选(C).因为这两组函数满足两个函数相同当且仅当构成函数的三要素都相一致的条件.

【例 9】　已知函数 $f(x)=\dfrac{cx}{2x+3}(x\neq-\dfrac{3}{2})$满足.$f[f(x)]=x$,则 c 等于(　　).

(A)3　　(B)　3　　(C)3 或-3　　(D)5 或-3

错误解答　(A);(C);(D).

评析　错选(A)或(D)是不该发生的,属于计算性的疏忽;错选(C)是由于根据条件 $f[f(x)]=x$ 得到$\dfrac{c^2}{2cx+6x+9}=1$,得到 $c^2=2(c+3)x+9$,利用系数比较法得到 $c^2=9$,所以 $c=\pm3$.而忽略了 $c+3=0$,即 $c=-3$,最后应取交集得 $c=-3$,却错取并集得 $c=\pm3$.

正确解答　选(B).由条件 $f[f(x)]=x$ 得$\dfrac{c^2}{2(c+3)x+9}=1$.即 $c^2=2(c+3)x+9$.比较系数得方程组$\begin{cases}c^2=9\Rightarrow c=\pm3\\c+3=0\Rightarrow c=-3\end{cases}$,

得方程组的解 $c=-3$.

【例 10】 已知 $f(x)=2|x|+3, g(x)=4x-5$. 若 $f[p(x)]=g(x)$,求 $p(3)$.

错误解答 1 $\underline{p(3)=-2}$.

错误解答 2 $\underline{p(3)=\pm 2}$.

评析 由条件 $f[p(x)]=g(x)$ 得 $2|p(x)|+3=4x-5$,于是 $p(x)=-2x+4$ 所以 $p(3)=-2$,发生错误 1;错误解答 2 就是只顾代值,不考虑函数 $p(x)=\begin{cases}2x-4 & (x\geqslant 2)\\ -2x+4 & (x<2)\end{cases}$ 是分段定义的,未考虑到 $x=3$ 只适合 $p(x)=2x-4$,而不适合 $p(x)=-2x+4$. 得出 $p(3)=\pm 2$.

正确解答 $p(3)=2$,因为由条件 $f(p(x))=g(x)$,可得 $p(x)=\begin{cases}2x-4 & (x\geqslant 2)\\ -2x+4 & (x<2)\end{cases}$, $x=3\in[2,+\infty)$,所以利用函数式 $p(x)=2x-4(x\geqslant 2)$ 即得 $p(3)=2$.

【例 11】 函数 $y=-x^2+4x-2, x\in[0,3]$ 的值域为(　　).

(A)R　　(B)$[-2,1]$　　(C)$[-2,2]$　　(D)$[1,2]$

错误解答 (A);(B);(D).

评析 错选(A)是没有考虑定义域 $x\in[0,3]$,同时抛弃了二次函数有极值的特性;错选(B)是对函数 $y=-(x-2)^2+2$ 在$[0,2]$为增函数,在$[2,3]$上为减函数未能全面考虑,只是概念模糊地在 $x\in[0,3]$上代入端值 $x=0$ 和 $x=3$ 时而求得值域为$[-2,1]$;错选(D)也仅是只在函数 $y=-(x-2)^2+2$ 的递减区间$[2,3]$上代入端值 $x=2$ 和 $x=3$ 而得到值域$[1,2]$,忽视了另一递增区间$[0,2]$的情况及函数在区间$[0,3]$的最值情况,因面得出值域为$[1,2]$.

正确解答 选(C). 由函数 $y=-(x-2)^2+2$ 及定义域 $x\in[0,3]$,易得函数在$[0,2]$上为递增,在$[2,3]$上为递减,且函数在$[0,3]$上可以达到极大值 $y_{\max}=2$,即是在$[0,3]$上的最大值. 而最小值只能取增区间上 $x=0$ 时的函数值 $y=-2$,所以函数的值域为$[-2,2]$.

【例 12】 已知函数 $f(x)=\lg(x^2-3x+2)$的定义域为 F,函数 $g(x)=\lg(x-1)+\lg(x-2)$的定义域为 G,则下列关系成立的是(　　).

(A)$F\cap G=\varnothing$　　(B)$F=G$　　(C)$F\subset G$　　(D)$G\subset F$

错误解答 (A);(B);(C).

评析 错选(A)是交集运算概念不清,$F=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$,$G=(2,+\infty)$只注意到$(-\infty,1)$与$(2,+\infty)$无交集,没有弄清$(2,+\infty)\cap(2,+\infty)=(2,+\infty)=G$;错选(B)是先把 $g(x)$变为 $g(x)=\lg(x-1)(x-2)$,再求 $g(x)$的定义域,这样就扩大了 $g(x)$的定义域,从而得出 $F=G$;错选(C)是把 F 与 G 的包含关系颠倒了.

正确解答 选(D). 因为 $F=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$,$G=(2,+\infty)$,所以 $G\subset F$.

【例 13】 函数 $y=2x-3-\sqrt{4x-13}$的值域为________.

错误解答 1 把原函数变形为 $\sqrt{4x-13}=2x-3-y$,因为 $\sqrt{4x-13}\geqslant 0$,所以得 $2x-3-y\geqslant 0$,即 $y\leqslant 2x-3\left(x\geqslant\frac{13}{4}\right)$. 因此将 $x=\frac{13}{4}$代入 $y\leqslant 2x-3$,得函数值域为$\left(-\infty,\frac{7}{2}\right]$.

错误解答 2 函数值域为$\left[\frac{7}{2},+\infty\right)$.

错误解答 3 把原函数式变形为 $\sqrt{4x-13}=2x-3-y$,两边平方整理得 $4x^2-4(4+y)x+y^2+6y+22=0$,方程较小的根