

未  
来  
出  
版  
社

# 初中数学一点通



# 初中数学一点通

刘世基 主编

郭永光 高路平 刘世基 编

未 来 出 版 社

(陕) 新登字 005 号

**初中数学一点通**

---

未来出版社出版发行                   陕西省新华书店经销  
(西安北大街 131 号)                   国营五二三厂印刷  
开本 787×1092 毫米 1/32   印张 16.625   字数 350000  
1992 年 12 月第 1 版                   1992 年 12 月第 1 次印刷  
    印数: 1—5,000

---

ISBN 7-5417-0564-0/G · 324      定价: 5.35 元

## 序　　言

近年来，初中数学教学在“加强基础，发展智力，提高能力”的思想指导下，进行了深入改革，但怎样把知识有效地转化为能力，仍是一个普遍存在的突出问题。

现行数学教学大纲，对教学和学习提出了四个层次的要求：（1）“了解”、“认识”，要求了解单个概念、命题的涵义；（2）“理解”、“弄懂”、“领会”，要求达到理性认识，知道概念、命题的来龙去脉，以及它和其它概念与命题之间的联系；（3）“掌握”、“熟悉”，要求变成自己认识结构的一部分，成为自觉的知识，有了运用的技能；（4）“牢固掌握”、“熟练掌握”、“灵活运用”，要求形成能力，运用自如。要使知识转化为能力，必须在达到前边两个层次要求的基础上，在后两个层次要求上下功夫。

“一点通”，着力在“点”，目的在“通”，笔者力图点得准确，点到要害，真正起到指点、点拨的作用，进而达到“通”的目的——把知识有效地转化为能力。

为了便于学生的学习，体例上按现行课本的顺序编写。本书精采之处是，通过实例把课本中每节内容归纳出知识运用的几个专题和若干方面；部分例题的“指点”，点示了解题的思路、方法、技巧和应引起注意的问题等。本书以中等程度的学生要求为主，也注意了数学基础较好或较差两部分

学生的需要，是帮助学生学好数学的课外读物，也是教师较好的参考资料。

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，书中错误和疏漏恐在所难免，恳请读者给予批评指正。

编者

1992年4月

# 目 录

## 代 数

<b>第一章 有理数</b> .....	( 1 )
一、有理数的概念.....	( 1 )
二、数轴、相反数、绝对值、倒数.....	( 4 )
三、有理数大小的比较.....	( 7 )
四、有理数的运算.....	( 9 )
自我测试题.....	( 15 )
参考答案.....	( 16 )
<b>第二章 整式的加减</b> .....	( 17 )
一、代数式.....	( 17 )
二、整式.....	( 21 )
三、整式的加减.....	( 28 )
自我测试题.....	( 33 )
参考答案.....	( 34 )
<b>第三章 一元一次方程</b> .....	( 35 )
一、方程的有关概念.....	( 35 )
二、一元一次方程的解法.....	( 38 )
三、列一元一次方程解应用题.....	( 43 )
自我测试题.....	( 56 )
参考答案.....	( 58 )

<b>第四章 一元一次不等式</b>	.....	( 59 )
一、不等式的基础知识	.....	( 59 )
二、一元一次不等式的解法	.....	( 64 )
自我测试题	.....	( 72 )
参考答案	.....	( 73 )
<b>第五章 二元一次方程组</b>	.....	( 74 )
一、二元一次方程的有关概念	.....	( 74 )
二、二元一次方程组的有关概念	.....	( 77 )
三、二元一次方程组的解法	.....	( 81 )
四、三元一次方程组的解法	.....	( 87 )
五、求二元一次不定方程的整数解	.....	( 94 )
六、列二元一次方程组解应用题	.....	( 97 )
自我测试题	.....	( 103 )
参考答案	.....	( 104 )
<b>第六章 整式的乘除</b>	.....	( 106 )
一、单项式的乘法	.....	( 106 )
二、多项式的乘法	.....	( 113 )
三、乘法公式	.....	( 122 )
四、多项式的除法	.....	( 130 )
自我测试题	.....	( 137 )
参考答案	.....	( 138 )
<b>第七章 因式分解</b>	.....	( 139 )
一、因式分解的意义	.....	( 139 )
二、提公因式法	.....	( 141 )
三、运用公式法	.....	( 145 )
四、二次三项式的因式分解	.....	( 150 )

五、十字相乘法.....	(153)
六、分组分解法.....	(159)
自我测试题.....	(166)
参考答案.....	(167)
<b>第八章 分式.....</b>	<b>(168)</b>
一、分式的概念.....	(168)
二、分式的基本性质.....	(170)
三、分式乘除和乘方的法则.....	(174)
四、分式加减法法则.....	(177)
五、繁分式.....	(185)
六、字母系数方程和分式方程.....	(189)
自我测试题.....	(197)
参考答案.....	(198)
<b>第九章 数的开方.....</b>	<b>(199)</b>
一、平方根与平方根表.....	(199)
二、立方根与立方根表.....	(202)
三、实数.....	(205)
自我测试题.....	(209)
参考答案.....	(210)
<b>第十章 二次根式.....</b>	<b>(212)</b>
一、二次根式的概念及性质.....	(212)
二、二次根式的运算.....	(220)
自我测试题.....	(229)
参考答案.....	(231)
<b>第十一章 一元二次方程.....</b>	<b>(233)</b>
一、一元二次方程的解法和判别式.....	(233)

二、一元二次方程的根与系数的关系	(244)
三、可化为一元二次方程的方程	(252)
四、简单的二元二次方程组	(258)
自我测试题	(263)
参考答案	(265)
<b>第十二章 指数</b>	(267)
一、有理指数幂	(267)
二、有理指数幂的运算	(269)
自我测试题	(271)
参考答案	(272)
<b>第十三章 对数</b>	(273)
一、掌握对数的定义、性质和运算法则	(273)
二、常用对数及对数的应用	(278)
自我测试题	(284)
参考答案	(285)
<b>第十四章 函数及其图像</b>	(286)
一、直角坐标与函数	(286)
二、正反比例函数、一次函数和二次函数	(292)
三、一元一次不等式组和一元二次不等式	(302)
自我测试题	(308)
参考答案	(311)
<b>第十五章 解三角形</b>	(312)
一、三角函数	(312)
二、解直角三角形	(318)
三、解斜三角形	(322)
自我测试题	(336)

参考答案	.....	( 339 )
<b>第十六章 统计初步</b>	.....	( 341 )
 平 面 几 何		
<b>第一章 基本概念</b>	.....	( 342 )
一、直线、射线、线段	.....	( 342 )
二、角	.....	( 347 )
自我测试题	.....	( 352 )
参考答案	.....	( 353 )
<b>第二章 相交线、平行线</b>	.....	( 355 )
一、相交线、垂线	.....	( 355 )
二、平行线	.....	( 358 )
三、命题、定理、证明	.....	( 360 )
自我测试题	.....	( 364 )
参考答案	.....	( 366 )
<b>第三章 三角形</b>	.....	( 367 )
一、三角形	.....	( 367 )
二、全等三角形	.....	( 375 )
三、等腰三角形	.....	( 380 )
四、直角三角形	.....	( 390 )
五、基本作图	.....	( 395 )
六、逆定理、对称	.....	( 399 )
自我测试题	.....	( 407 )
参考答案	.....	( 409 )
<b>第四章 四边形</b>	.....	( 411 )
一、多边形	.....	( 411 )

二、平行四边形	(413)
三、梯形	(421)
自我测试题	(427)
参考答案	(429)
<b>第五章 面积、勾股定理</b>	(432)
一、面积	(432)
二、勾股定理	(438)
自我测试题	(449)
参考答案	(451)
<b>第六章 相似形</b>	(453)
一、比例、比例线段	(453)
二、相似三角形	(460)
三、相似多边形	(470)
自我测试题	(473)
参考答案	(474)
<b>第七章 圆</b>	(477)
一、圆的有关性质	(477)
二、直线与圆的位置关系	(488)
三、圆与圆的位置关系	(507)
四、有关正多边形的计算	(513)
五、命题、轨迹	(516)
自我测试题	(519)
参考答案	(520)

## 代 数

# 第一章 有理数

**【指点】**本章重点是有理数的运算，这是初等数学的基本运算。难点是负数概念的建立与有理数的分类，数轴、相反数、绝对值与倒数等概念的理解，以及有理运算法则的理解与掌握。

## 一、有理数的概念

**【指点】**在了解正数、负数和有理数的意义的基础上，能用有理数表示常见的具有相反意义的量，能对给出的数在有理数范围内正确判别它属于什么数。

**例 1** 在适合的空格里打上“√”的记号：

	自然数	整数	分数	正数	负数	有理数
14是	√	√		√		√
$\frac{1}{5}$ 是						
$-2\frac{1}{3}$ 是						
-6.3是						
0是						
3.14是						

+12.5是						
--------	--	--	--	--	--	--

-8是						
-----	--	--	--	--	--	--

解：

	自然数	整数	分数	正数	负数	有理数
14是	✓	✓		✓		✓
$\frac{1}{5}$ 是			✓	✓		✓
$-2\frac{1}{3}$ 是			✓		✓	✓
-6.3是			✓		✓	✓
0是		✓				✓
3.14是			✓	✓		✓
+12.5是			✓	✓		✓
-8是		✓			✓	✓

**【指点】** 小数、循环小数可化为分数，因而小数和循环小数是分数的另一表现形式（必要时也可把整数看作分母为1的分数）。

**例2** 下列各数哪些分别属于整数集合、分数集合、正整数集合、负整数集合、非负整数集合、正分数集合、负有理数集合？并写在{ }内。

$$5, -3, 0.7, \frac{3}{4}, 0, -\frac{1}{6}, 8.9, -2\frac{1}{3}, -21, +65.$$

解：整数集合：{5, -3, 0, -21, +65, …}；

分数集合:  $\left\{0.7, \frac{3}{4}, -\frac{1}{6}, 8.9, -2\frac{1}{3}, \dots\right\}$ ;

正整数集合:  $\{5, +65, \dots\}$ ;

负整数集合:  $\{-3, -21, \dots\}$ ;

非负整数集合:  $\{5, 0, +65, \dots\}$ ;

正分数集合:  $\left\{0.7, \frac{3}{4}, 8.9, \dots\right\}$ ;

负有理数集合:  $\left\{-3, -\frac{1}{6}, -2\frac{1}{3}, -21, \dots\right\}$ .

**【指点】** 有理数集合可用两种方法来分类: 一种是按数的整与不整性质为标准分类(见课本), 另一种是按数的方向性为标准分类: 正整数(自然数)、正分数统称正有理数, 负整数、负分数统称负有理数; 正有理数、零、负有理数统称有理数.

**例 8** 填空:

(1) 由小于 7 的正整数所组成的集合是: {\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_},

(2) 由小于 6 的非负整数所组成的集合是: {\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_},

(3) 由大于 2 小于 14 的奇数所组成的集合是: {\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_}.

解: (1) 由小于 7 的正整数所组成的集合是: {1, 2,  
3, 4, 5, 6};

(2) 由小于 6 的非负整数所组成的集合是: {0, 1,  
2, 3, 4, 5};

(3) 由大于 2 小于 14 的奇数所组成的集合是: {3,  
5, 7, 9, 11, 13}.

5, 7, 9, 11, 13}.

**例4** 判断下列各题的正误（在题后括号内，对的打√，错的打×）：

- (1) 零是最小的自然数。 ( )
- (2) 任何数的平方永远是正数。 ( )
- (3) 若  $a$ 、 $b$  是有理数，则  $a+b > a$ 。 ( )
- (4) 非负有理数一定是正有理数。 ( )
- (5) 若  $a$ 、 $b$  是有理数，且  $a^2 = b^2$ ，则  $a = b$ 。 ( )
- (6) 两个不等于零的数的和一定不等于零。 ( )

**思考：**上列6题都是错误的。（1）最小的自然数是1，零不是自然数；（2）零的平方是零，它不属正数；（3）如  $b=0$ ，则  $a+b=a$ ，如  $b<0$ （即  $b$  是负数），则  $a+b < a$ ；（4）非负有理数中还有不属于正有理数的零；（5）若  $a^2 = b^2$ ，也可得  $a = -b$ ；（6）若两不为零的数  $a$ 、 $b$ ，且  $a = -b$ ，则  $a+b=0$ 。

**【指点】**从上例可知：（1）在判断有理数概念时，特别要注意零的特性，它不是正数，也不是负数，但是整数；（2）知道了具有相反意义的量和引入负数后，就不能只在正数范围内考虑问题，要注意到负数。

## 二、数轴、相反数、绝对值、倒数

**【指点】**数轴、相反数、绝对值、倒数是本章的重要概念，必须深刻理解和牢固掌握它们的定义，能由数轴上的有理数点读出它所表示的有理数和能由已知有理数在数轴上画出表示它的点，能正确确定一个数的相反数、绝对值和倒数，并能进行简单的运用。

## 1. 掌握数轴概念的运用

例 1 用数轴上的点表示下列各数:  $-2.5$ ,  $|-3|$ ,  $2$  的相反数,  $-\frac{1}{4}$  的倒数,  $0$  的相反数,  $|+5|$ ,  $\frac{2}{3}$  的倒数.

解:  $\because |-3| = 3$ ,  $2$  的相反数  $= -2$ ,  $-\frac{1}{4}$  的倒数  $= -4$ ,  $0$  的相反数  $= 0$ ,  $|+5| = 5$ ,  $\frac{2}{3}$  的倒数  $= \frac{3}{2}$ .

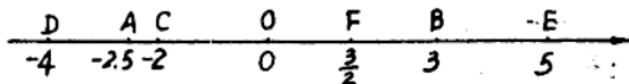


图 1-1

数轴上的  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $O$ 、 $F$  点, 分别表示所求各点.

**【指点】** 方向、原点、单位长度是数轴的三要素, 三者缺一不可.

例 2 有理数  $a$ 、 $b$  在数轴上的位置如图所示, 下面式子不成立的是 ( ) .

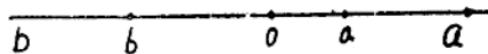


图 1-2

- (A)  $a+b < 0$ , (B)  $a-b > 0$ , (C)  $|b| > a$ , (D)  $b > -a$

**思考:** 从图示可知:  $a$  是正数,  $b$  是负数, 且  $a$  点到原点的距离比  $b$  点到原点的距离小, 所以 (A) (B) (C) 三式都是成立的, 应选 (D) .

## 2. 掌握相反数、绝对值、倒数概念的运用

例 3 判断正误, 分别把 “ $\checkmark$ ” 或 “ $\times$ ” 填在括号内:

- (1) 3.14 与  $-\pi$  两数互为相反数。 ( )
- (2)  $-1.25$  与  $\frac{5}{4}$  两数互为相反数。 ( )
- (3) 任何有理数都可写出它的倒数。 ( )
- (4) 一个数的绝对值大于 1，则这个数一定大于它的倒数。 ( )
- (5) 两数和的绝对值不大于这两数绝对值的和。 ( )

解：(1)  $\times$ ，(2)  $\checkmark$ ，(3)  $\times$ ，(4)  $\times$ ，(5)  $\checkmark$ 。

**【指点】** (1) 相反数的定义有三：只有符号不同的两数；或在数轴原点两旁离原点距离相等两点所表示的两数；或符合两数之和等于零的条件的两数，叫做互为相反数。但零的相反数是零。

(2) 倒数的定义有二：1除以一个数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数；两个非零的有理数，如其积等于 1，则这两数互为倒数。

(3) 一个数  $a$  的绝对值，用符号  $|a|$  来表示：即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

**例 4** 填空：

(1) 若  $a$  的相反数是  $b$ ，则  $a + b = \underline{\quad}$ ， $\frac{a}{b} = \underline{\quad}$ ；

(2) 若某数的倒数的相反数的绝对值是  $3\frac{1}{2}$ ，则这数是

(3) 当  $m$  是有理数时， $|m| + m$  不能是 \_\_\_\_\_；