

中等农业学校試用教科書

数 学

中 册

江苏省句容农业学校主編

农牧类各专业用

农 业 出 版 社

中等农业学校試用教科書

数 学

中 冊

江苏省句容农业学校主編

农牧类各专业用

农 业 出 版 社

主 編 江苏省句容农业学校

編著者 江苏省句容农业学校

陕西省安康农业学校

安徽省鳳阳农业学校

安徽省宿县农业学校

章景星

郭尔康

李碩德

張公愚

中等农业学校試用教科書

數 学

中 册

江苏省句容农业学校主編

农 业 出 版 社 出 版

北京市西总布胡同七号

(北京市書刊出版業營業許可証出字第 106 号)

新华书店科技發行所發行 各地新华書店經售

北京市印刷一厂印刷裝訂

統一書号 13344.08

1960年7月北京原人数型 开本 787×109毫米

1960年8月初版 三十二分之一

1961年6月北京第二次印刷 字数 118千字

印数 1—50,000册 印张 五又十六分之一

原人数型一版一次印3.5万册 定价 (7)三角七分

中 册 目 录

第八章 一次函数和直线170

一、正比例和一次函数170

§ 74. 正比例(170) § 75. 函数 $y=kx$ 的图象(171) § 76. 一次函数(174) § 77. 函数 $y=kx+b$ 的图象(175) § 78. 一次函数 $y=kx+b$ 随着 x 而变化的情况(176) § 79. 一次函数的根(177)
习题十四(178)

二、直线179

§ 80. 直线的方程(179) § 81. 由已知条件建立直线方程(181)
§ 82. 两条直线平行和垂直的条件(183) § 83. 两条直线的交点(185)
习题十五(187)

第九章 二次函数和二次方程189

一、二次函数与一元二次方程189

§ 84. 二次函数的概念(189) § 85. 一元二次方程的概念(190)
§ 86. 不完全二次方程的解法(191) § 87. 完全二次方程的解法(193)
§ 88. 一般二次方程的求根公式(195) 习题十六(199) § 89. 二次方程的应用问题(201) § 90. 无理方程解法的例(206) § 91. 无理方程增根的来源(208) 习题十七(208)

二、虚数和复数的概念210

§ 92. 虚数和虚数单位(210) § 93. 复数和共轭复数(211) § 94. 复数的四则运算(211) 习题十八(214)

三、二次曲线和二次方程215

§ 95. 曲线方程的概念(215) § 96. 椭圆(217) § 97. 反比例和它的图象(220) § 98. 函数 $y=ax^2$ 的图象(223) § 99. 坐标轴的平移和曲线方程的变换(226) § 100. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(227)
习题十九(230)

第十章 指数函数和对数	232
一、指数函数	232
§ 101. 指数函数(232) § 102. 指数函数的图象(232) § 103. 指数函数的性质(234) 习题二十(236)	
二、对数和它的一般性质	236
§ 104. 对数的概念(237) § 105. 对数函数和它的图象(239)	
§ 106. 底大于1的对数函数的性质(243) § 107. 积、商、幂和方根的对数(242) § 108. 单项式的取对数法(243) § 109. 对数的实用价值(245) 习题二十一(246)	
三、常用对数和它的性质	249
§ 110. 常用对数(249) § 111. 常用对数的性质(249) § 112. 四位对数尾数表和它的使用法(253) § 113. 反对数表(255) 习题二十二(256)	
四、利用对数的计算	257
§ 114. 含有负首数的对数运算(257) § 115. 应用对数进行计算的例(259) § 116. 近似数取对数的法则(261) 习题二十三(264)	
五、计算尺	266
§ 117. 对数函数尺标(266) § 118. 计算尺的部件和名称(269)	
§ 119. 利用 C 尺和 D 尺进行乘法运算(271) § 120. 利用 C 尺和 D 尺进行除法运算(273) § 121. 乘除联合运算(274) § 122. 应用 C 尺和 D 尺解其它问题(275) § 123. 平方、开平方(277) 习题二十四(279) § 124. 立方、开立方(281) § 125. 联合运算的例子(282) § 126. I 尺的使用法(283) § 127. 刻度 C 的使用法(284)	
第十一章 数列和它的极限	285
一、数列的基本概念	285
§ 128. 数列的意义(285) § 129. 数列的通项公式(287) 习题二十五(288)	
二、等差数列	289
§ 130. 等差数列和它的通项公式(289) § 131. 等差中项(291)	
§ 132. 等差数列前 n 项的和(292)	
三、等比数列	295

§ 133. 等比数列和它的通项公式(295)	§ 134. 等比中项(297)
§ 135. 等比数列前 n 项的和(298)	习题二十六(300)
四、数列的极限	302
§ 136. 有界的递增数列和递减数列(302)	§ 137. 数列极限的概念(306)
§ 138. 关于极限的定理(308)	
五、极限理论的应用	310
§ 139. 圆周长的计算(310)	§ 140. π 的近似值的计算(312)
§ 141. 圆的面积(316)	§ 142. 收敛等比数列的和(320)
习题二十七(322)	

第八章 一次函数和直线

一、正比例和一次函数

§74 正比例 在算术里已经讲过, 如果两个量中, 一个量扩大(或缩小)几倍, 另一个量跟着也扩大(或缩小)同样的倍数, 这样两个量之间的关系叫正比例关系。我们也已经知道, 如果两个量成正比例, 那末一个量的任意两个数值的比, 等于另一个量的两个对应值的比。

设 x 和 y 是正比例的量, 而且当 x 等于 1 的时候, y 等于 k ; 那末根据正比例关系的性质, 对 x 的任何一个值和与它对应的 y 的值之间, 都有下面的关系式:

$$x:1=y:k,$$

或

$$y=kx.$$

现在我们把算术里正比例的定义加以推广。

变量 x 和 y 间的函数关系, 如果能用公式 $y=kx(k \neq 0)$ 来表示, 那末这种函数关系叫做正比例关系, 式中的 k , 叫做变量 y 和 x 间的比例系数。

例如: 在前面所举的公式 $c=2\pi r$ 中, 2π 是常量, 所以圆的周长 c 和半径 r 间的关系是正比例关系, 它们的比例系数是 2π 。

又如, 在栽种作物的时候, 如果行距 a 寸是常量, 株距 x 寸是变量, 那末每株所占有的平均土地面积 y 可用公式

$$y=ax(\text{平方寸})$$

计算。因此, 如果行距为常量, 那末每株所占有的平均土地面积和株距间的函数关系是正比例关系, 行距就是它们的比例系数。

又如, 如果数 y 是数 x 和 (-3) 的乘积, 那末就得

$$y = (-3)x.$$

数 y 和数 x 的函数关系也是正比例关系，它們的比例系数是 -3 。

因为比例系数 k 可以是除零以外的任何正数或負数，所以这个定义比算术里的定义来得广泛。

§75 函数 $y=kx$ 的图象 用 §63 所讲的方法，可以作出函数 $y=kx$ 的图象。

例如：要作 $y=3x$ 的图象，可以先給 x 的一些任意的正数值或負数值，求出 y 的各对应值。

$$x: \dots -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \dots,$$

$$y=3x: \dots -9 \quad -6 \quad -3 \quad 0 \quad 3 \quad 6 \quad 9 \dots$$

把上面的各组对应值做点的坐标，在坐标平面上作出这些点，如图 81 中的 $M_1(1,3)$ 、 $M_2(2,6)$ 、 $M_3(-1,-3)\dots$ 。可以看出这些点连成一条通过原点 O 和 $(1,3)$ 点的直线。

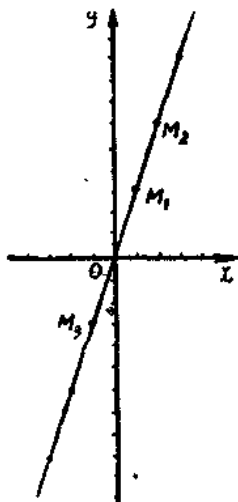


图 81

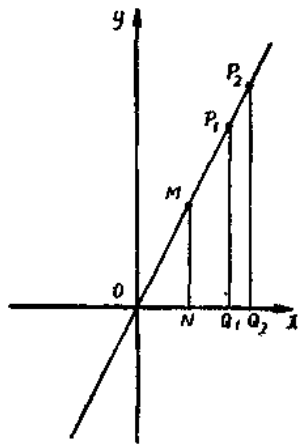


图 82

現在我們来証明 $y=kx$ 的图象，总是一条通过原点和点 $(1, k)$

的直线。为了简便起见，我们假定 k 是正数。

设 $x=0$ ，那末 $y=0$ ；设 $x=1$ ， $y=k$ ，因此原点 O 和 M 点 $(1, k)$ 在图象上(图 82)。连结直线 OM 。

现在我们来证明 $y=kx$ 的图象就是直线 OM 。

首先证明直线上的任意点 $P_1(x_1, y_1)$ 都是函数 $y=kx$ 图象上的点，为了证明这个问题，只要证明 P_1 点的坐标 (x_1, y_1) 适合函数式 $y=kx$ 就可以了。

从 M 和 P_1 分别引 Ox 轴的垂线 MN 和 P_1Q_1 ，就得相似直角三角形 OMN 和 OP_1Q_1 ，其中

$$OQ_1=x_1, P_1Q_1=y_1, ON=1, MN=k;$$

由相似三角形的性质得

$$\frac{P_1Q_1}{OQ_1} = \frac{MN}{ON}, \text{ 或者写成 } \frac{y_1}{x_1} = \frac{k}{1},$$

也就是

$$y_1=kx_1.$$

这就说明了 P_1 点是函数 $y=kx$ 图象上的点。

其次我们来证明函数 $y=kx$ 图象上的点都在直线 OM 上。

设 $P_2(x_2, y_2)$ 是函数图象上的点，把它和原点 O 连接，并从这点作 Ox 轴的垂线 P_2Q_2 ，就得直角三角形 OP_2Q_2 ，其中 $OQ_2=x_2$ ， $P_2Q_2=y_2$ 。因为 P_2 点在函数 $y=kx$ 的图象上，所以

$$y_2=kx_2 \text{ 或 } \frac{y_2}{x_2} = \frac{k}{1},$$

因此得

$$\frac{P_2Q_2}{OQ_2} = \frac{MN}{ON}.$$

这样，直角三角形 OP_2Q_2 和 OMN 是相似形。由于 O 是它们的共同一个顶点，而且直角边 ON 和 OQ_2 重合，所以斜边 OM 和 OP_2 必定重合，因此 P_2 在直线 OM 上。

由此证得，函数 $y=kx$ 的图象，是一条通过原点和点 $(1, k)$ 的直线。以后，函数 $y=kx$ 的图象，也叫做直线 $y=kx$ 。

在决定直线 $y=kx$ 的两点中, 原点的位置是固定的, 点 $(1, k)$ 的位置也只决定于比例系数 k , 所以直线 $y=kx$ 的位置是由 k 决定的。

现在我们来研究在比例系数 k 变化的时候, 直线 $y=kx$ 的位置怎样变化。

(1) 如果 $k>0$, 那末点 $(1, k)$ 在第一象限, 直线 $y=kx$ 就在第一和第三象限内。

图 83 在同一坐标平面里作出了三条直线 $y=\frac{1}{3}x$, $y=x$ 和 $y=3x$, 它们的比例系数分别等于 $\frac{1}{3}$ 、1 和 3。

从图中看出: 这些直线向上的方向和 Ox 轴正方向所成的角 (通常叫做直线的倾斜角) 都是锐角, 而且 k 的数值愈大, 这个锐角也就愈大。这些直线都是从左向右逐渐上升的。因此函数是递增的。

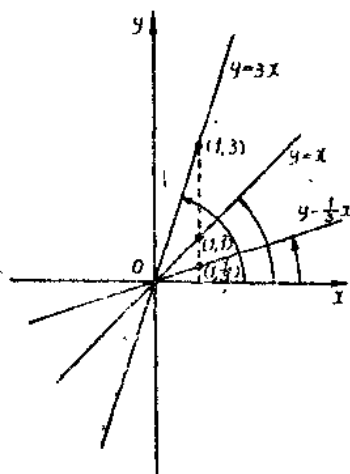


图 83

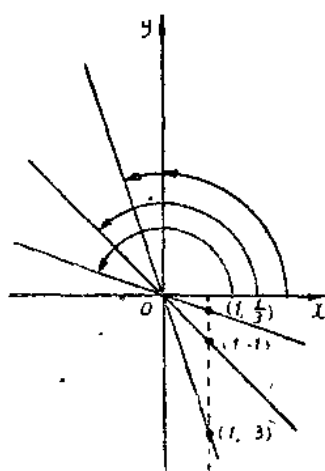


图 84

(2) 如果 $k<0$, 那末点 $(1, k)$ 在第四象限, 直线就在第二和第四象限内。

图 84 作出了比例系数等于 $-\frac{1}{3}$ 、 -1 和 -3 的三条直线

$$y = -\frac{1}{3}x, y = -x \text{ 和 } y = -3x.$$

从图中看出：这些直线的倾斜角都是钝角，而且 k 的值愈大（绝对值愈小），这些钝角就愈大。这些直线都是从左到右逐渐下降的，因此函数是递减的。

总之，比例系数 k 指出了直线 $y=kx$ 的倾斜角的大小，也就表明了直线对 Ox 轴的倾斜程度。因此比例系数 k 叫做直线 $y=kx$ 的斜率。

很明显的，直线 $y=kx$ 的斜率 k ，就是直线上任何一点（除原点外）的纵坐标和横坐标的比。

当 $k>0$ ，即直线 $y=kx$ 在第一和第三象限，根据锐角三角函数的定义，斜率 k 就是直线的倾斜角的正切，设这个交角为 α ，就得

$$\operatorname{tg} \alpha = k.$$

实际上，当我们以后把三角函数的概念扩大到任意大小的角以后，当 $k<0$ ，即直线 $y=kx$ 在第二和第四象限的时候，这个关系式仍旧成立。

§76 一次函数 在实际问题里，常常遇到 $y=kx+b$ ，这种形式的函数。

例如：某公社已积堆肥 30000 担，以后每天积堆肥 500 担，那末 x 天后该社共积堆肥数是

$$y = 500x + 30000.$$

式中 500 和 30000 是常量， x 是自变量， y 是 x 的函数。

两个变量 x 和 y 间的函数关系，如果能用公式 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 来表示，那末 y 叫做 x 的一次函数。如果 $b=0$ ，函数 $y=$

$=kx+b$, 就成为 $y=kx$, 所以正比例关系是一次函数的特例。

在初中代数里, 我们把含有两个未知数 x 和 y 的并且未知数的项的次数都是一次的方程叫做二元一次方程。如果我们把 x 当作自变量, 那末我们可以看出, 当 x 的值改变了, y 的值也随着改变, 在这种情况下, x 和 y 都是变量, y 是自变量 x 的函数。因为任何一个二元一次方程都能化为 $y=kx+b$ 的形式, 所以任何一个二元一次方程, 都可以看做一次函数的表达式。

§ 77 函数 $y=kx+b$ 的图象 为了研究函数 $y=kx+b$ 的图象, 我们先就函数 $y=2x+5$ 和 $y=2x$ 来比较。

任意取一些 x 的值, 计算和这些值对应的两个函数的值, 列在下面表里, 并作出直线 $y=2x$ 。

x		-3	-2	-1	0	1	2	3	
$y=2x$		-6	-4	-2	0	2	4	6	
$y=2x+5$		-1	1	3	5	7	9	11	

从表中看出, 对于 x 的同一个值, 函数 $y=2x+5$ 的对应值总比函数 $y=2x$ 的对应值多 5。实际上, 不管 x 取什么值, 都得到同样的结果。

如果把这些对应值在坐标平面上描点, 那末函数 $y=2x+5$ 的各对对应值所描出的点的纵坐标, 总比直线 $y=2x$ 上有相同横坐标的各点的纵坐标多 5 (图 85), 更一般地说, 函数 $y=2x+5$ 图象上任何点的纵坐标都比直线 $y=2x$ 上有相同横坐标的点的纵坐标多 5, 因此只要把直线 $y=2x$, 向上平移 5 个单位, 就得到函数 $y=2x+5$ 的图象。由此可知函数 $y=2x+5$ 的图象也是一条直线, 而且和直线 $y=2x$ 平行, 不过它和 Oy 轴的交点不在原点, 而在坐标是 $(0, 5)$ 的点。

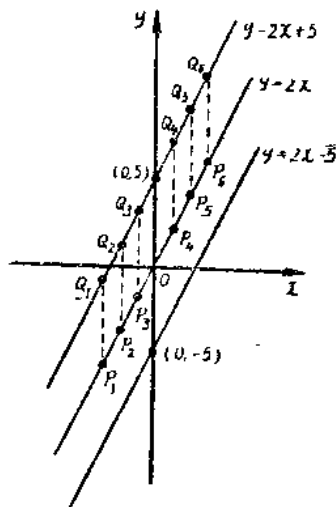


图 85

同样可以说明只要用直线 $y = 2x$, 向下平移 5 个单位, 就可以得到函数 $y = 2x - 5$ 的图象 (图 85)。因此函数 $y = 2x - 5$ 的图象也是一条和直线 $y = 2x$ 平行的直线, 但它和 Oy 轴的交点在点 $(0, -5)$ 。

同样道理, 我们可以知道函数 $y = -2x + 3$ 是和直线 $y = -2x$ 平行的直线, 它和 Oy 轴相交于点 $(0, 3)$ 。

一般地说:

一次函数 $y = kx + b$ 的图象, 是和直线 $y = kx$ 平行的一条直线, 它

和 Oy 轴相交于点 $(0, b)$ 。

一次函数 $y = kx + b$ 的图象, 以后也简称直线 $y = kx + b$ 。

函数 $y = kx + b$ 中的常数项 b , 也就是直线 $y = kx + b$ 和 Oy 轴交点的纵坐标, 叫做直线 $y = kx + b$ 的截距。

直线 $y = kx + b$, 既和直线 $y = kx$ 平行, 那末这两条直线的倾斜角是相等的, 所以直线 $y = kx + b$ 的斜率也等于 k 。

§ 78 一次函数 $y = kx + b$ 随着 x 而变化的情况 我们知道, 直线 $y = kx + b$, 平行于直线 $y = kx$, 所以, 当 $k > 0$ 时, 直线 $y = kx + b$, 是上升的 (图 86a), 就是说, 函数 $y = kx + b$ 是递增的, 当 $k < 0$ 时, 直线 $y = kx + b$ 是下降的 (图 86b), 就是说, 函数 $y = kx + b$ 是递减的。

其次, 如果我们在直线 $y = kx + b$ (图 87), $k > 0$ 上任意取两点 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$, 那末就有

$$y_2 = kx_2 + b, \quad (1)$$

和

$$y_1 = kx_1 + b, \quad (2)$$

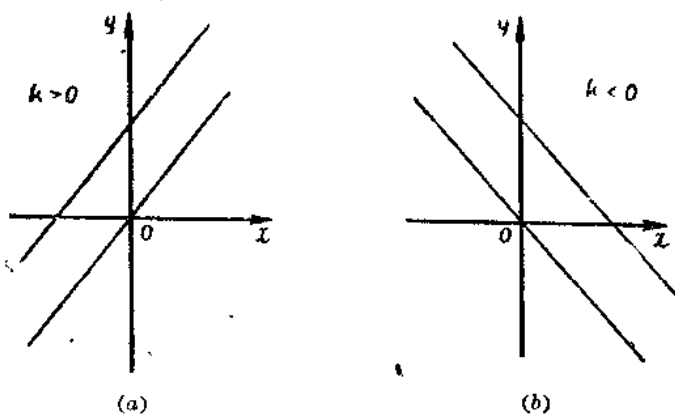


图 86

用(1)式减去(2)式得

$$y_2 - y_1 = kx_2 - kx_1$$

或者

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1)$$

这个关系式说明直线上任意两点的纵坐标的差 $y_2 - y_1$ 和它们的横坐标的差 $x_2 - x_1$ 成正比例，比例系数等于直线 $y = kx + b$ 的斜率。

从图中看出， $x_2 - x_1$ 表示自变量 x 从 x_1 变化到 x_2 的增量， $y_2 - y_1$ 表示与自变量增量对应的函数的增量。

因此，函数 $y = kx + b$ 的增量和自变量 x 的增量成正比例， $y = kx + b$ 本身和自变量 x 并不成正比例。

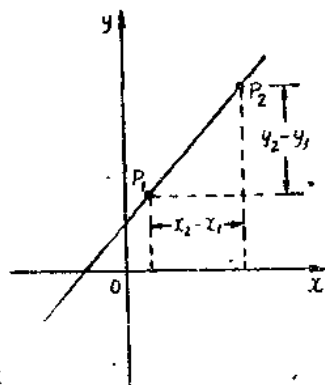


图 87

§79 一次函数的根 现在我们来研究直线 $y = kx + b$ 和 Ox 轴交点的坐标。

例如：我们来求直线 $y = 2x - 3$ (图 88) 和 Ox 轴的交点 M 的

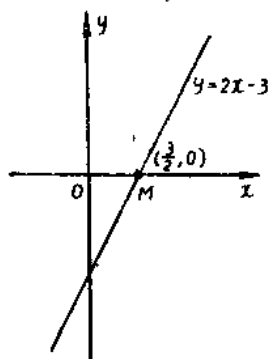


图 88

坐标 (x, y) 。因为交点在 Ox 轴上, 所以它的纵坐标 $y=0$ 。

因为交点 M 在直线 $y=2x-3$ 上, 所以它的坐标应该适合等式

$$y=2x-3.$$

把 y 的值代入, 就得方程:

$$2x-3=0.$$

解方程得: $x=\frac{3}{2}.$

这个数就是直线 $y=2x-3$ 和 Ox 轴交点 M 的横坐标。

一般地说, 直线 $y=kx+b$ 和 Ox 轴的交点的坐标是 $(-\frac{b}{k}, 0)$,

其中横坐标是方程 $kx+b=0$ 的根, 也就是能使函数值 y 等于零的自变量 x 的值。

能使函数值 y 等于零的自变量 x 的值叫做函数的根。

对一次函数 $y=kx+b$ 来说, 它的函数根就是直线 $y=kx+b$ 和 Ox 轴交点的横坐标, 也就是方程 $kx+b=0$ 的根。

习题十四

1. 下列各种关系里, 那些是正比例函数关系, 为什么?

- (1) 正方形的周长和它的一边的长;
- (2) 正方形的面积和它的一边的长;
- (3) 速度一定所走的距离和所需的时间;
- (4) 比重一定时, 物体的重量和体积;
- (5) $x+3$ 和 x ;
- (6) 亩产量一定时, 亩数的多少和它的总产量;
- (7) 定圆内的弧的度数和这弧所对的圆心角的度数。

2. 在同一坐标系内作出下列各函数的图象:

$$(1) y = \frac{1}{2}x; y = x; y = 2x;$$

$$(2) y = -\frac{1}{2}x; y = -x; y = -2x.$$

3. 在同一坐标系內作出下列各函数的图象:

$$(1) y = 3x; y = 3x + 2; y = 3x - \frac{1}{2};$$

$$(2) y = -3x; y = -3x + 2; y = -3x - \frac{1}{2}.$$

4. 作图求下列函数的根:

$$(1) y = \frac{1}{2}x + 1;$$

$$(2) y = 3 - x;$$

$$(3) y = -2x + 3.$$

5. 火車出A站2千米后,以40千米/小时的速度前进,設 t 小时后火車离A站的距离为 s 千米。

(1) 在表中填上和所給 t 的值对应的 s 的值;

t (小 时)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
s (千 米)										

(2) 画出 s 和 t 間的函数的图象;

(3) 所得的图象与正比例关系的图象有那些相同的地方? 有那些不同的地方?

6. 已知 t 与 s 成正比例, 当 $t=2$ 、 $s=10$, 求用公式表示它們之間的关系?

7. 已知圆面积与半径的平方成正比例, 当半径为5厘米时, 圆的面积約为78.5厘米², 求圆面积公式。

二、直綫

§ 80 直綫的方程 一次函数图象的研究, 說明了方程

$y = kx + b$ 和直线间的连系。

如果直线和 Ox 轴、 Oy 轴都相交，那末由它的斜率 k 和截距 l 就能确定它的方程是

$$y = kx + b. \quad (1)$$

方程(1)叫做直线的斜截式方程。

要确定直线的斜率，可测定直线和 Ox 轴的交角 α ，再求它的正切。或者从直线上任何点 P 向 Ox 轴作垂线 PM (图 89)，再测定垂线 PM 和线段 NM 的长，就得 $K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{PM}{NM}$ ，如果直线和 Ox 轴相交成钝角 (图 90)，那末它的斜率是负数，我们可以用 α 的补角 β 的正切加上负号来代替它，即 $k = -\operatorname{tg} \beta$ (证明从略)。

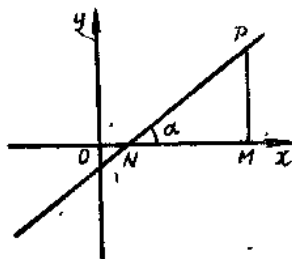


图 89

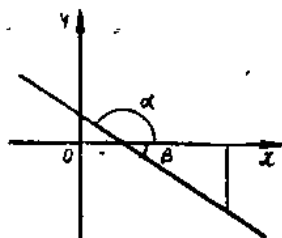


图 90

很明显，如果直线通过原点，那末它的方程是

$$y = kx. \quad (2)$$

现在我们来研究和坐标轴平行的直线的方程。

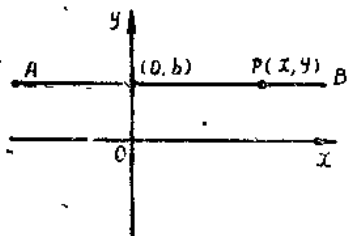


图 91

1 平行于 Ox 轴的直线的方程 设直线 AB 和 Oy 轴相交于 $(0, b)$ ，从图 91 看出，直线上任意点的纵坐标都等于 b ；反过来，凡是纵坐标等于 b 的点，不问它的横坐标等于什么数，都在直线