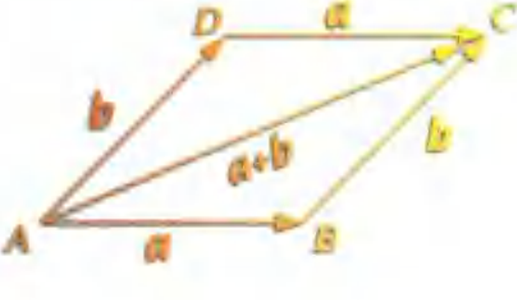
高中数学

龙门专题

平面向量

主编 傅荣强

本册主编 于长军



最新修订

龍門書局
www.Longmen.com.cn

龙门专题

平面向量

最新修订

主　编　傅荣强
本册主编　于长军
编　者　傅荣强　常　青　朱　岩

龍門書局
北京

图书在版编目(CIP)数据

平面向量/傅荣强主编;于长军编著.—修订版.—北京:龙门书局,2005

(龙门专题)

ISBN 7-80160-805-4

Ⅰ.平…　Ⅱ.①傅…②于…　Ⅲ.数学课－高中－教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 021886 号

责任编辑:马建丽　韩安平/封面设计:朱　平

龍門書局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.longmen.com.cn

北京市安泰印刷厂 印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2003 年 6 月第　一　版　开本:A5(890×1240)

2005 年 8 月第二次修订版　印张:7 1/2

2005 年 8 月第四次印刷　字数:265 000

印数:110 001—130 000

定　价:9.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用，使学生阅读后，能更透彻、迅速地明晰重点、难点，在掌握基本的解题思路和方法的基础上，举一反三、触类旁通，这是教参编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、语文、英语、地理、生物七个学科，共计 112 种。

本套书在栏目设置上，主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”（高中为“3 + X”综合应用篇）。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中“知识点精析与应用”着眼于把基础知识讲透、讲细，帮助学生捋清知识脉络，牢固掌握知识点，为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。“视野拓展”则是在牢固掌握基础知识的前提下，为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是，这部分虽然名为“拓展”，但仍然立足于教材本身，主要针对教材中因受篇幅所限言之不详，但却是高（中）考必考内容的知识点（这类知识点，虽然不一定都很难，但部一直是学生在考试中最易丢分的内容），另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高（中）考形势，综合题与应用题越来越多，试行“3 + X”高考模式以后，这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设，旨在提高学生的综合能力与应用能力，使学生面对纷繁多样的试题，能够随机应变，胸有成竹。

古人云：授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局品牌教辅的《龙门专题》，有以下几个特点：

1．以“专”为先　本套书共计 112 种，你尽可以根据自己的需要从中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释，读过一本后，可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. 讲解细致完备　由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解和记忆。

3. 省时增效　由于“专题”内容集中，每一本书字数相对较少，学生可以有针对性地选择，以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. 局限性小　与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及，并分别自成一册；“不同步”是指本套书不一定完全按较材的章节顺序编排，而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题，即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系，从而自然地连点成线，从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义，以减小其随教材变动的局限性。

5. 主次分明　每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例，使学生能够根据自己的情况，权衡轻重，提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才，它是实施素质教育的重要环节。就各科教学面言，只有提高教学质量，提离效率，才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出，讲、练到位，对于提高学生对某一专题学习的相对效率，大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖，编写难度很大，又受作者水平所限，书中难免有疏漏之处，敬请不吝指正。

编　者

2005年8月

编者的话

《龙门专题·高中数学》在面世近几年的时间里，以其传承经典、创新脱俗的写作风格，赢得了广大读者的一致称道。策划、作者、编辑、版务于其中呕心沥血、殚精竭虑，使得每一次修订后的《龙门专题·高中数学》年年更上新台阶。

本次《龙门专题·高中数学》修订版有以下特点：

一、知识讲解有广度有深度

"知识点精析与应用"栏目，覆盖了本阶段的全部内容，循序渐进，深入浅出，除了基本的讲解之外，还校正了一些思维上的偏差，有广度，有深度。

二、题目搭配有梯度有难度

书中例题与习题的选取，瞄准高考，从易到难，使潜心研读的读者能一步跃上一个台阶；同时本书又为学有余力的读者配置了一定数量的难题，尤其是创新脱俗的开放性试题。此外，本书配备例题、习题时，注意到联系已经学过的内容，使之形成上下贯通、前后衔接、左右协调、立体交叉的优良格局。

三、视野拓展有高度有尺度

"视野拓展"栏目，旨在学习方法、思维形式、解答策略等方面的拓展，对许多知识点实施了引入、扩充、推广，在力求高度的同时，又把握一定的尺度，使之既超过了高考试题的难度，又不偏离高考方向。

四、高考探索有精度有力度

"高考探索"栏目收集了最新的高考试题，一年一更新。作者精辟分析了试题产生的背景、形成过程乃至发展，并附高考探索训练题、精度高、力度大。近几年高考试题与书中例题、习题相似、相同的不乏其例，足见使用《龙门专题·高中数学》复习高考的广阔前景。

由于水平所限，书中还有缺点和不足，敬请广大读者批评指正。

编　者

2005年8月

目　录

第一篇 基础篇

现实世界中可以度量的量有两类，即

只有大小没有方向的量——标量．如，长度、面积、质量等；

既有大小又有方向的量——向量．如，速度、位移等．

截止到现在，我们所涉及的量都是标量．这样的量在取定单位以后，都可以用一个实数对其进行表示．

当前我们面临的新的问题是

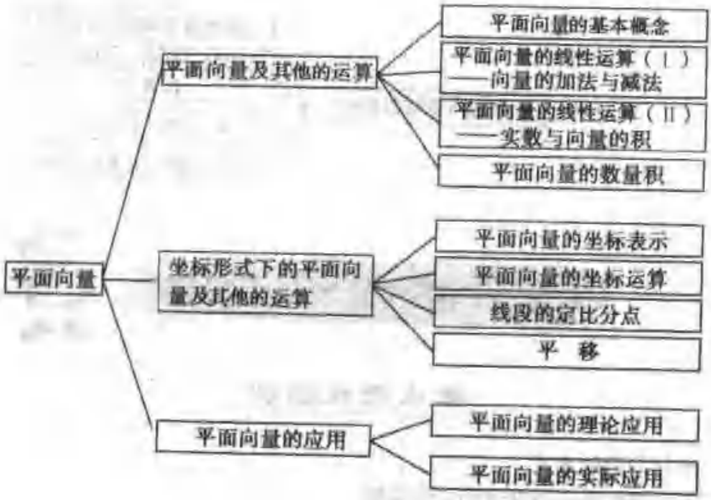
第一，如何把像速度、位移这样的量统一在一种形式下？

第二，统一像速度、位移这样的量的表示形式以后，建立一整套具有优良运算通性的数学体系．

本书的主旨就是着力解决上述两个问题，其总体思路确定为

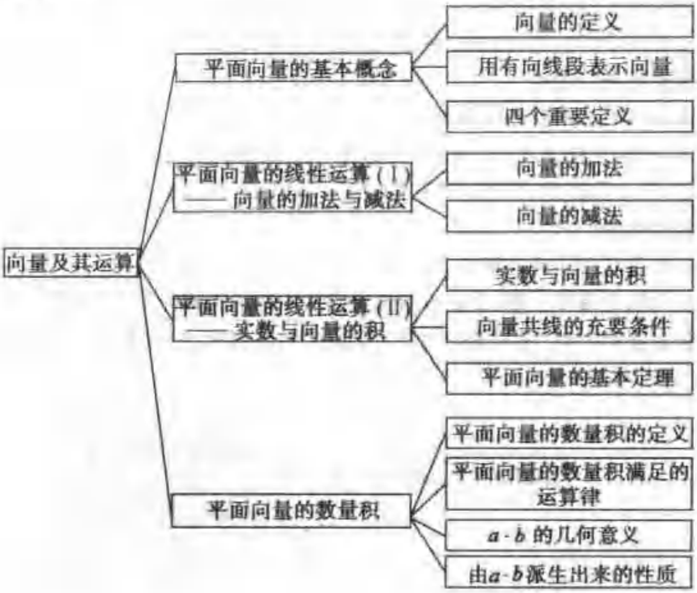
用有向线段表示向量；建立以有向线段为主体的运算体系；框架形成之后，再引进向量的坐标表示，把向量的运算转化成实数的运算，即所谓的优良运算通性．

本书知识框图



第一讲　平面向量及其他的运算

本讲知识框图



1.1　平面向量的基本概念

重点难点归纳

重点　平行向量的定义.

难点　对向量的平行与共线同义的领悟.

本节需掌握的知识点　①向量的定义、两要素；②零向量、单位向量、平行向量、相等向量的定义.

知识点精析与应用

【知识点精析】

1. 向量的定义

向量——既有大小又有方向的量.

按照这个定义,向量有两个要素,即向量的大小和向量的方向.

2. 用有向线段表示向量

向量的种类很多,我们不可能也没有必要分门别类地对其加以研究,为统一起见,以下我们把向量统一在一种形式下,即用有向线段表示向量.

(1)有向线段

如图1-1,在线段 AB 的两个端点中规定一个顺序:A 为起点(也称为始点)、B 为终点,这时线段 AB 就具有了方向:由 A 指向 B,称具有方向的线段为有向线段,图1-1中的有向线段记为$\overrightarrow{AB}$.

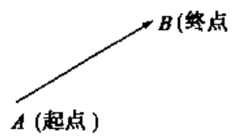


图 1-1

(2)有向线段的长度

规定线段 AB 的长度为有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度,记为$|\overrightarrow{AB}|$.

(3)有向线段的三个要素

有向线段有三个要素,即起点、方向、长度.

(4)用有向线段表示向量

按向量的定义,向量有大小和方向两个要素.现在,我们把所有的向量统一在一种形式下,用有向线段表示向量,规定如下:

①有向线段的方向就是向量的方向;

②有向线段的长度就是向量的大小(或称向量的长度,模).

3. 四个重要定义

(1)零向量

长度为0的向量(例如:作用力和其反作用力作用的结果)叫做零向量,记为:**0**.

零向量的方向是任意的,它对应的几何图形是一个点.

(2)单位向量

长度等于1个单位长度的向量叫作单位向量.

加,以1cm为1个单位长度,长度为1cm的向量就是单位向量,长度为2cm的向量就不是单位向量;又如,以4cm为1个单位长度,长度为1cm的向量就不

是单位向量,而长度为 4cm 的向量才是单位向量.

(3)相等向量

①规定所有的零向量都相等;

②长度相等且方向相同的非零向量叫作相等向量,向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等,记为:$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

如:图1-2中的向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 就是相等向量,即 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

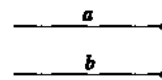


图 1-2

(4)平行向量(也叫共线向量)

①方向相同或相反的非零向量叫作平行向量.

如,图1-3中的向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 就是同向平行向量,可记为:$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$;$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 就是反向平行向量,可记为:$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$;$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 相互平行可记为:$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$.

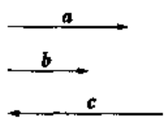


图 1-3

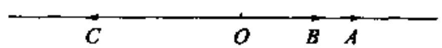


图 1-4

②对平行向量与共线向量同义的解释.

如图1-4,任作一条与图1-3中向量 $\boldsymbol{a}$ 所在的直线平行的直线 l,在 l 上任取一点 O,这时可在 l 上分别作出 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$.这就是说,任意一组平行向量都可以平移到同一直线上.因此,平行向量也叫做共线向量.

③规定零向量 $\boldsymbol{0}$ 与任一向量 $\boldsymbol{a}$ 平行.

【解题方法指导】

1. 辨别某个量是不是向量

辨别某个量是不是向量,就是要看这个量是否具有“大小”和“方向”两个要素.具有这两个要素的量是向量;否则,这个量不是向量.

[例 1] 如图 1-5,AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高,BE 是边 AC 上的中线,问线段 AD、BE 是否可以表示向量?

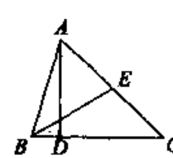


图 1-5

解 平面几何中的线段只有大小没有方向,

所以,线段 AD、BE 都不能表示向量.

点评 在平面几何中,线段没有起点和终点之分,即线段 AB 与线段 BA 同义.正是因为如此,本例中的 $AD=DA$,$BE=EB$,所以,AD、BE 都是只有大小没有方向的量.

[例 2] 如图1-6,MP、OM、AT 依次是 $\angle\alpha$ 的正弦线、余弦线、正切线,问

MP、OM、AT 是否是向量?

解 根据正弦线、余弦线、正切线的定义,可知 MP、OM、AT 都是向量.

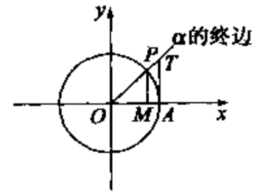


图 1-6

2. 如何求向量$\overrightarrow{AB}$的模$|\overrightarrow{AB}|$

追本溯源,线段 AB 的长度就是向量$\overrightarrow{AB}$的模$|\overrightarrow{AB}|$.因此,求$|\overrightarrow{AB}|$的问题可转至求线段 AB 或 BA 的长度的问题.

[**例 3**] 如图1-7,已知两点 $A(-4,0)$、$B(0,3)$,求向量$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BA}$的模,并指出$|\overrightarrow{AB}|$与$|\overrightarrow{BA}|$是否相等.

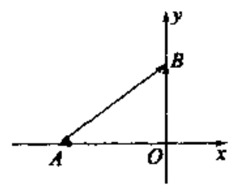


图 1-7

分析 本例的切入点是$\triangle AOB$ 是直角三角形.

解 由 A、B 两点的坐标分别是$(-4,0)$、$(0,3)$,得

$$|\overrightarrow{OA}|=4,\ |\overrightarrow{OB}|=3.$$

$\because \triangle AOB$ 是直角三角形,

$\therefore$ $$|\overrightarrow{AB}|^2=|\overrightarrow{OA}|^2+|\overrightarrow{OB}|^2,$$

即 $$|\overrightarrow{AB}|^2=4^2+3^2=25,$$

$\therefore$ $$|\overrightarrow{AB}|=5.$$

重复上面的过程,可得 $|\overrightarrow{BA}|=5$.

$\therefore$ $$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BA}|.$$

点评 ①$|\boldsymbol{a}|$表示向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小,当 $\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$ 时,$|\boldsymbol{a}|=0$;当 $\boldsymbol{a}\neq\mathbf{0}$ 时,$|\boldsymbol{a}|>0$,所以,$|\boldsymbol{a}|$是实数,且$|\boldsymbol{a}|\geqslant 0$.②当$\overrightarrow{AB}\neq\mathbf{0}$ 时,$|\overrightarrow{AB}|$与平面几何中的 AB、BA 同义.③本例中的$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BA}|$不是偶然的,它具有一般性.

3. 零向量,单位向量,相等向量,平行向量

[**例 4**] 如图1-8,已知正比例函数 $y=x$ 的图象 l 与直线 g 平行,$A\left(0,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$、$B(x,y)$是直线 g 上的两点.问:

(1)x、y 为何值时,$\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}$?

(2)x、y 为何值时,$\overrightarrow{AB}$为单位向量?

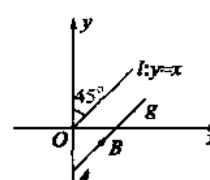


图 1-8

分析 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}\Leftrightarrow|\overrightarrow{AB}|=0$,必要且只要 A 与 B 两点重合;$\overrightarrow{AB}$为单位向量,当且仅当$|\overrightarrow{AB}|=1$.

解 (1)如图1-9,由已知,点 $B(x,y)$是直线 g 上的动点,要使得$\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}$,必须且只需点 $B(x,y)$与点 $A\left(0,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$重合,于是 $\begin{cases}x=0,\\ y=-\frac{\sqrt{2}}{2},\end{cases}$

即当 $x=0, y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}$.

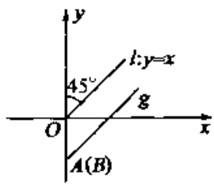


图 1-9

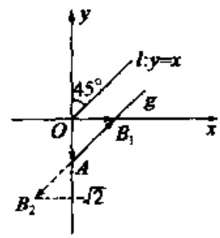


图 1-10

(2)如图1-10，要使得$\overrightarrow{AB}$是单位向量，必须且只需$|\overrightarrow{AB}|=1$.

由已知，$l // g$，且 A 点的坐标是$\left(0,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

所以，B_1 点的坐标是$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$.

在 Rt$\triangle AOB_1$ 中，有

$$|\overrightarrow{AB_1}|^2=|\overrightarrow{OA}|^2+|\overrightarrow{OB_1}|^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1,$$

即 $$|\overrightarrow{AB_1}|=1.$$

上式表明，向量$\overrightarrow{AB_1}$是单位向量.

同理可得

当 B_2 点的坐标是$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\sqrt{2}\right)$时，向量$\overrightarrow{AB_2}$也是单位向量.

综上，有

当 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}, y=0$ 或 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}, y=-\sqrt{2}$时，向量$\overrightarrow{AB}$是单位向量.

点评 本例易丢掉$\overrightarrow{AB_2}$是单位向量的情况，从而错误地得出只有一个单位向量$\overrightarrow{AB_1}$的结论.

[例 5] 如图1-11，E、F、G 依次是正$\triangle ABC$ 的边 AB、BC、AC 的中点.

(1)在以 A、B、C、E、F、G 为起点或终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{EF}$共线的向量；

(2)在以 A、B、C 为起点，以 E、F、G 为终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{GF}$模相等的向量；

(3)在以 E、F、G 为起点，以 A、B、C 为终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{EG}$相等的向量.

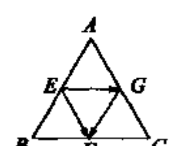


图 1-11

解 由已知，E、F、G 依次是正$\triangle ABC$ 的边 AB、BC、AC 的中点，

所以，$EF \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AC$，$GF \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AB$，$EG \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$.

(1)在以 A、B、C、E、F、G 为起点或终点的向量中，与向量$\overrightarrow{EF}$共线的向量有

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AC};\\ \overrightarrow{GA},\overrightarrow{GC};\\ \overrightarrow{CG},\overrightarrow{CA};\end{array}\right\}$$ 对向量而言，平行与共线同义

这是最易丢掉的 $\overrightarrow{FE}$.

(2)在以 A、B、C 为起点，以 E、F、G 为终点的向量中，与向量$\overrightarrow{GF}$模相等的向量有

$$\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AG},\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BF},\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CG}.$$

(3)在以 E、F、G 为起点，以 A、B、C 为终点的向量中，与向量$\overrightarrow{EG}$相等的向量是 $\overrightarrow{FC}$.

点评 解答本例的关键：第(1)小题，共线向量是指方向相同或相反的向量，与模无关；第(2)小题，模相等的向量与方向无关；第(3)小题，相等的向量的模必须相等，方向也必须相同.

【基础训练题】

一、选择题

1. 下列结论中，正确的是 ( )

A. 零向量只有大小没有方向

B. 对任一向量 $\boldsymbol{a}$，$|\boldsymbol{a}|>0$ 总是成立的

C. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BA}|$

D. $|\overrightarrow{AB}|$与线段 BA 的长度不相等

2. 下列结论中，正确的是 ( )

A. 2 004cm 长的有向线段不可以表示单位向量

B. 若$\overrightarrow{AB}$是单位向量，则$\overrightarrow{BA}$不是单位向量

C. 若 O 是直线 l 上的一点，单位长度已选定，则 l 上有且只有两点 A、B，使得$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$是单位向量

D. 计算向量的模与单位长度无关

3. 下列结论中，不正确的是 ( )

A. 向量$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$共线与向量$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$同义

B. 若向量$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，则向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{DC}$共线

C. 若向量$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，则向量$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}$

D. 只要向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，就有 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

4. 如图1-12,点 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心,与向量 $\overrightarrow{AB}$ 平行且模也相等的向量有 ( )

A. $\overrightarrow{CO},\overrightarrow{OF},\overrightarrow{DE}$

B. $\overrightarrow{CO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OF},\overrightarrow{FO},\overrightarrow{DE},\overrightarrow{ED}$

C. $\overrightarrow{CO},\overrightarrow{CF},\overrightarrow{OF},\overrightarrow{DE}$

D. $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OF},\overrightarrow{FO},\overrightarrow{DE},\overrightarrow{ED}$

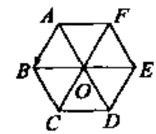


图 1-12

二、填空题

5. 用 3cm 的长度表示一个单位长度时,长度为 1cm、3cm、6cm 的向量的模依次是______;______;______.

6. 如图1-13,扇形 OAB 中,$\overset{\frown}{AB}=\frac{4\pi}{5}$,$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$,$C$ 是弦 AB 的中点,这时 $|\overrightarrow{AC}|=$______.

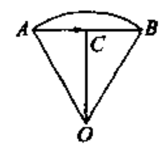


图 1-13

7. $\odot O$ 的周长是 2π,AB 是 $\odot O$ 的直径,C 是圆周上的一点,$\angle BAC=\frac{\pi}{6}$,$CD\perp AB$ 于 D,这时 $|\overrightarrow{CD}|=$______.

8. 若抛物线 $y=x^2+2\,004x-1$ 与 y 轴的交点是A,曲线 $y=-\sin x,x\in[0,2\pi]$ 与 x 轴的交点是 B,则 $|\overrightarrow{AB}|=$______.

三、解答题

9. 对方向规定如下:上北下南左西右东.以 1cm 长为 1 个单位长度,作图表示下列向量:

(1)向量 $\overrightarrow{AB}$,方向为东北方向,模为 2;

(2)向量 $\overrightarrow{AC}$,方向为南偏西 60°,且 $|\overrightarrow{AC}|=\frac{3}{2}$.

10. 以图1-14中的向量 $\boldsymbol{e}$ 为单位向量,图示向量 $\boldsymbol{a}$,使得 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{e}$,且 $|\boldsymbol{a}|=2$.

图 1-14

【答案与提示】

一、选择题

1. C(看选项 A,零向量有方向,且方向是任意的,所以 A 不正确;看选项 B,$|\mathbf{0}|=0$,所以,对任一向量 $\boldsymbol{a}$,$|\boldsymbol{a}|\geqslant 0$ 总成立,所以 B 不正确;看选项 C 和 D,$|\overrightarrow{AB}|$、$|\overrightarrow{BA}|$ 分别与线段 AB、BA 的长度相等,且 $AB=BA$,所以,C 正确,D 不正确.)
2. C(选项 A 不正确的原因:1 个单位长度取作 2 004cm 时,2 004cm 长的有向线段刚好表示单位向量;选项 B 不正确的原因:$\overrightarrow{AB}$ 是单位向量时,$|\overrightarrow{AB}|=1$,而此时 $|\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{AB}|=1$,即 $\overrightarrow{BA}$ 也是单位向量;选项 C 正确的依据:单位长度选定以后,在 l 上点 O 的两侧各取一点 A、B,使得 $|\overrightarrow{OA}|$、$|\overrightarrow{OB}|$ 都等于这个单位长度,这时 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 都是单位向量;选项 D 不正确的原因:没有单位长度就等于

没有度量标准.)

3. D(向量可以平移,所以,选项 A 正确;$\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{CD}$时,$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$的方向相同或相反,这时$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{DC}$的方向相反或相同,所以,选项 B 正确;$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$时,$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$的模相等且方向相同,这时$\overrightarrow{BA}$与$\overrightarrow{DC}$的模也相等且方向也相同,所以,选项 C 正确;$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$时,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向不一定相同,所以,选项 D 不正确.)

4. D(本题易丢掉$\overrightarrow{BA}$)

二、填空题

5. $\frac{1}{3}$;1;2.

6. $\frac{6}{5}$(参看图1-13,$OA=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{\angle AOB}=\dfrac{\frac{4\pi}{5}}{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{12}{5}$.在 Rt△$OCA$ 中,$\angle AOC=\frac{\pi}{6}$,所以 $AC=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{6}{5}$,所以$|\overrightarrow{AC}|=\frac{6}{5}$.)

7. $\frac{\sqrt{3}}{2}$(如图 1-15,∵⊙O 的周长是 2π,∴直径 $AB=2$.又∵C 是圆周上的一点,∴△ACB 是直角三角形,$\angle ACB=\frac{\pi}{2}$.再由$\angle BAC=\frac{\pi}{6}$,得 $BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times2=1$,此时 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$.由已知$CD\perp AB$,∴$CD\cdot AB=AC\cdot BC$,∴$CD=\dfrac{AC\cdot BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}\times1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,∴$|\overrightarrow{CD}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$.)

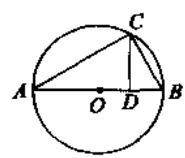


图 1-15

8. 1,$\sqrt{1+\pi^2}$,$\sqrt{1+4\pi^2}$(如图1-16,在 $y=x^2+2\,004x-1$ 中,令 $x=0$,得 $y_A=-1$.曲线 $y=-\sin x$,$x\in[0,2\pi]$与 x 轴有三个交点 B_1、B_2、B_3,其横坐标依次是 $0,\pi,2\pi$.$|\overrightarrow{AB_1}|=|y_A|=|-1|=1$;$|\overrightarrow{AB_2}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB_1}|^2+|\overrightarrow{B_1B_2}|^2}=\sqrt{1+\pi^2}$;$|\overrightarrow{AB_3}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB_1}|^2+|\overrightarrow{B_1B_3}|^2}=\sqrt{1+4\pi^2}$.)

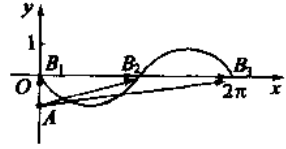


图 1-16

三、解答题

9. (1)以 1cm 长为 1 个单位长度,$|\overrightarrow{AB}|=2$,所以,$\overrightarrow{AB}$的长度是 2cm;$\overrightarrow{AB}$的方向为东北方向,即北偏东 45°.对$\overrightarrow{AB}$的图示见图1-17.(2)同理可图示出$\overrightarrow{AC}$,见图1-17.   10. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{e}$,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{e}$ 可能同向平行,也可能反向平行.$\boldsymbol{e}$ 是单位向量,$|\boldsymbol{e}|=1$;$|\boldsymbol{a}|=2$,$\boldsymbol{a}$ 的长度应该是$\boldsymbol{e}$ 的长度的 2 倍.对 $\boldsymbol{a}$ 的图示见图1-18.

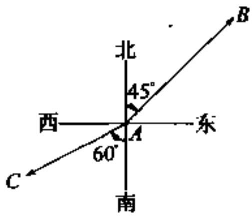


图 1-17

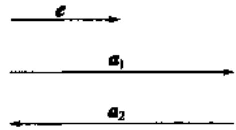


图 1-18

视野拓展

【释疑解难】

对有向线段$\overrightarrow{AB}$与线段 AB 的相同点、不同点的分析

向量区别于标量的显著标志是方向，把所有的向量统一在一种形式下，即用有向线段表示向量以后，讨论向量与标量的相同点、不同点，归根到底还是有向线段$\overrightarrow{AB}$与线段 AB 的相同点、不同点问题.

由于有向线段包含三个要素——起点、方向、长度，因此，考察有向线段$\overrightarrow{AB}$与线段 AB 的相同点、不同点，选择有向线段的三个要素为切入点，顺理成章，自然得体.

(1)比较起点

有向线段的起(始)点和终点是有顺序的. 如，图1-19(1)中的有向线段的起点是 A，终点是 B，它可以表示为$\overrightarrow{AB}$，不可以表示为$\overrightarrow{BA}$. 事实上，$\overrightarrow{BA}$表示图1-19(2)中的有向线段，它与图1-19(1)中的有向线段大小相等、方向相反.

线段没有起点和终点之说. 如，图1-19(3)中的线段，既可以写作线段 AB，又可以写作线段 BA.

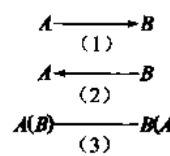


图 1-19

(2)比较方向

有向线段是有方向的. 如，图1-19(1)中的有向线段$\overrightarrow{AB}$，其方向是由 A 指向 B；图1-19(2)中的有向线段$\overrightarrow{BA}$的方向是由 B 指向 A.

线段没有方向之说法.

(3)比较长度

根据有向线段的长度的约定，用有向线段$\overrightarrow{AB}$表示非零向量时，线段 AB 的长度就是有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度，即$|\overrightarrow{AB}|=AB$，由于 $AB=BA$，所以，下面的连等式是成立的：$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BA}|=AB=BA$.

值得注意的是在向量的集合中含有零向量，且$|\mathbf{0}|=0$；在线段的集合中不含有长度为 0 的线段，因此，下面的结论成立：