三角形 四边形

主　编：杨大淳

副主编：袁智国、杜其湘

编　者：周秀敏、耿俊杰

李文英、杨家林

石景林

北京广播学院出版社

1989年2月

三角形　四边形
杨大淳、袁智国、杜其湘
北京广播学院出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京广播学院印刷厂印刷
ISBN　7-81004-114-2/04
787×1092毫米1/32　4.4印张 100千字
1989年2月第1版1989年2月第1次印刷
印数4000册　　定价1.50元

前　　言

数学是中学阶段重要的基础学科，在科学技术日益更新，教学改革不断发展的新时期，数学教学起着特殊的作用。它是基础的基础，是培养学生思维能力创造能力的有效课程。

教师如何教好这门课，学生如何学好这门课，是师生共同关心的问题。我们几位教师根据自己多年的实践体会，参照了中学数学教学中的可取的经验，以教学大纲为指针，与教材内容相适应，编写了这套丛书。近年来，数学练习题，可谓多矣，各种测试题也是名目繁多，不可胜数。但教改的宗旨是减轻负担，提高质量。教学不能以多取胜，练习切忌陈陈相因，繁琐重复的练习，使人不得要领，岂能提高学习效益？学生的学习如能拨云见日，以少胜多，在山重水复之中，寻求到柳暗花明的新境界，这就必然要找到一条可行之路。这条路，应当是既符合教材知识的逻辑联系，又掌握学生思维发展的客观规律，使学生由浅入深由近知远，逐步悟见其知，学生在掌握规律，运用规律的同时，还可不断提出创造性的见解，以新颖，科学，简洁的思考和解题发展兴趣，提高能力。

自学是中学生学习的重要手段，是为今后获取知识必备的能力，这套丛书，在培养学生自学能力，开启他们的数学灵感，做出一些尝试，同时也有利于学生在学习中建立自己的知识系统和结构。对于在校学生或知识青年的自学，对于青年教师的教学，应有一定的参考价值。

为编写这套丛书，我们特邀中学数学界有影响的老教师杨大淳先生为主编，对于初中数学教材中的难点、重点，内在联系，以及精选的习题，点拨的要点，作了多方面讨究，但我们限于教学水平，理论修养，实践经验之不足，疏漏之处在所难免，敬希同仁不吝指正。

参加编写的有袁智国，杜其湘，李文英，耿俊杰，杨家林，周秀敏，石景林。

编　　者

目　　录

第一章　基本概念

本章主要内容是线段、射线、直线、角的概念和基本性质，线段的比较大小及作图，还介绍了具有特殊关系的角及角的作图。本章内容是整个平面几何学的基础。

一、点和直线

点和直线是最简单的几何图形，以它们为基本元素可以构成一切直线形，所以研究直线形要从这里开始。

（一）点和直线

一根拉紧的线，一张纸的折痕都给我们以直线的形象。直线是向两方无限延伸着的，由此我们从形象上了解了直线。

事实上我们可以用下述方法区别直线、曲线：在一条线上取出任意部分，用任何方法将它放到另一部分上，若这两部分重合，则这条线叫直线，否则叫曲线。

在圆上取出一部分AB，用如图1—1—1的方法放在另一部分上，两部分不重合，所以圆不是直线，是曲线。

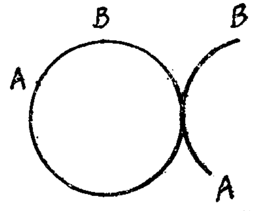


图 1—1—1

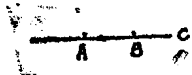


图 1—1—2

一条直线上有无穷多个点，点用一个大写字母来表示，如图1—1—2中的点记作：点A、点B。

一条直线可以有两种表示方法：

1.若用大写字母表示直线，必须用二个大写字母．如图1—1—2中，点A、点B是直线上的点，所以直线可记作：直线AB。

2.若用小写字母表示直线，只要用一个小写字母就可以了。如图1—1—2中的直线还可记作：直线l。

(二)点和直线的位置关系

点和直线的位置关系只有二种：

1.点在直线上(或说直线经过点)。

(1)经过一点A可以做直线，并且可以作无穷多条直线，这些直线构成一个线束。如图1—1—3。

(2)经过两点A、B可以做直线，并且只可以作一条直线，这就是直线的基本性质，可以简述为：两点确定一条直线。如图1—1—4。

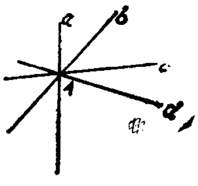


图1—1—3

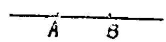


图1—1—4

(3)经过不在一直线上的三点不能作直线。

2.点在直线外。

[**例题1**]已知三点A、B、C，它们不在同一直线上，经

过其中每两个点都可以作一条直线，这样一共可以作几条直线？已知每三点都不在一直线上的四点呢？五点呢？n点呢？

解：已知不在一直线上的三点A、B、C，经过其中每两个点都可以作一条直线，共可作3条直线；已知如上所述的四个点（以下同），且如上做直线（以下同），共可做6条直线；已知五个点，共可做10条直线；……

已知n个点，共可做$\frac{n(n-1)}{2}$条直线。

（三）直线和直线的位置关系

直线与直线的位置关系有三种：

（1）直线与直线重合；

（2）直线与直线平行；

平行线定义：同一平面内不相交的两直线叫平行线。

关于这种位置关系后面将详细研究。

（3）直线与直线相交。

直线与直线相交的定义：两条直线都经过同一个点O，我们说这两条直线相交，点O是这两条直线的交点。

定理：两条直线相交，只有一个交点。

定理的结构分析：条件是如果两直线相交，结论是这两直线只有一个交点。

已知：直线a和b且a与b相交。

求证：直线a与b只有一个交点。

证明：假设两条直线a、b相交有两个交点A和B，则直线a经过A、B。

直线b经过A、B（交点定义）。

即A、B确定a，A、B确定b，这与直线的基本性质矛

盾，故假设不对．

∴两条直线相交，只有一个交点．

练习1.1

（1）用双手同时拿着两根绳子的绳头，拉紧后这两根绳子一定紧紧合在一起，为什么？

（2）在纸上画出七个点（要求每三点都不在一直线上），过每两点做一直线，共可做几条？

（3）要在墙上固定一个木条，至少需要两个钉子，为什么？

（4）直线a、b相交于A点，又相交于B点，那么或者A、B是同一点或者直线a、b是同一直线，为什么？

二、射线与线段

有了点与直线的概念，我们可以定义射线与线段了．

（一）射线与线段

1．射线：直线上某一点一旁的部分叫做射线，这个点叫做射线的端点．

射线必须用二个大写字母表示，其中一个字母表示端点写在前边，一个字母表示射线上任意一点写在后边．如图1—2—1就是一条射线，记作：射线OA．

2．线段：直线上两点间的部分叫做线段，这两点叫线段的端点．

线段也有两种表示方法：

（1）用表示它的两个端点的大写字母表示；

（2）用一个小写字母表示．

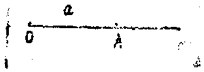


图 1—2—1

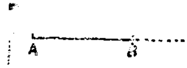
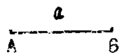
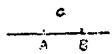


图 1—2—2

如图1—2—1中有线段OA，记为线段OA（或AO），或线段a。

3．线段的延长线：线段可以向任意一方延伸，线段向一方延伸的部分叫线段的延长线．图1—2—2可说成“延长线段AB”或说成：“反向延长线段BA”．

（二）线段、射线与直线的联系及区别

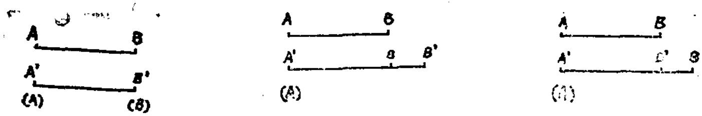
	图　形	画　法	端点个数	表示法
线段		用直尺连结任意两点	2个（两端有界）	线段AB（BA） 线段a
射线		把线段向一方无限伸长	1个（一端有界）	射线AB
直线		把线段向二方无限伸长	0个（无界）	直线AB（BA） 直线c

（三）线段的比较

1．线段与线段的比较

比较线段是指比较两线段的大小（或说长短），通常用如下的方法．

如图1—2—3，把线段AB放到线段$A'B'$上，使点A和点



甲　　　乙　　　丙

图 1—2—3

A'重合，AB沿着$A'B'$的方向落下．那么有下面三种可能情形：

（1）如图1—2—3甲，点B与B'重合，这时两条线段相等，记作$AB = A'B'$；

（2）如图1—2—3乙，点B落在线段$A'B'$上（A'、B'之间）这时线段AB小于线段$A'B'$（或说线段$A'B'$大于线段AB），记作$AB < A'B'$（或$A'B' > AB$）；

（3）如图1—2—3丙，点B落在线段$A'B'$的延长线上，也就是点B'在线段AB上，这时$AB > A'B'$（或$A'B' < AB$）．

2.线段与其它线比较

图1—2—4中的五条线都是连结A、B两点的线，其中线段AB的长度是最短的．

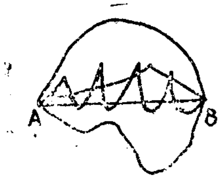
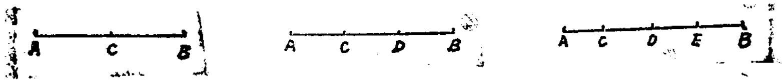


图 1—2—4

公理：在所有连结两点的线中，线段最短．

可简述为“两点之间线段最短．”这一规律其实我们很早就认知到了．

3.连结两点的线段的长度叫做这两点的距离．



(甲)　　　　(乙)　　　　(丙)

图 1—2—5

[**例题2**] 如图1—2—5(甲)，在线段AB上取一点C能得到几条线段？

如图1—2—5乙，在线段AB上取二不同的点C、D，能得到几条线段？

如图1—2—5丙，在线段AB上取三不同的点C、D、E，能得到几条线段？

在线段AB上取n个不同点，能得到几条线段？

解：在线段AB上取一点C，能得$2+1=3$条线段；

在线段AB上取两点C、D，能得$3+2+1=6$条线段；

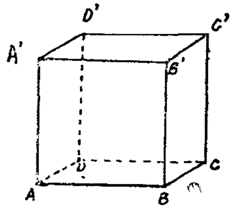
在线段AB上取三点C、D、E能得$4+3+2+1=10$条线段；

在线段AB上取 n个不同的点， 能得到 $(n+1)+n+(n-1)+\cdots+3+2+1=\dfrac{(n+1+1)(n+1)}{2}$条线段。

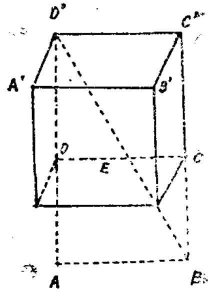
[**例题3**]：图1—2—6是一个正方体的空箱，一只飞虫想由点B到D'，一只爬虫也想由B到D'，它们怎样飞或爬能使所经的路线最短？

[**解**]：连结BD'，飞虫延线段BD'飞行，所经路线最短如图1—2—6(甲)。

将正方体的底面$ABCD$翻折，使它和侧面$D'DCC'$落在一个平面上，连接BD'，交DC于E，爬虫延线段BED'爬行，



1—2—6(甲)



1—2—6(乙)

所经路线是最短的如图1—2—6(乙)。

(四)线段的和、差、倍、分

为了研究平面几何的需要，有时需要把某条线段看成是另外几条线段的和、差、倍、分，如图1—2—7中，线段AD是线段AB与BC与CD的和。

记作：　$AD=AB+BC+CD$，

同样，　$AD=AB+BD=AC+CD$，

$AB=AD-BC-CD=AD-BD$等。

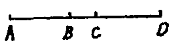


图 1—2—7

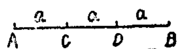


图 1—2—8

如图1—2—8，线段AB是3条线段a的和，我们说线段AB是线段a的3倍，或说线段a是线段AB的三分之一，记作：$AB=3a$，　或$a=\frac{1}{3}AB$。

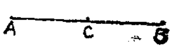


图 1—2—9

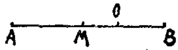


图 1—2—10

线段中点定义：将一条线段分成两条相等线段的点，叫做线段的中点。

如图1—2—9，点C是线段AB的中点。

可以记成：$AC=BC$；

或$AC=\frac{1}{2}AB$、$BC=\frac{1}{2}A\beta$；

或$2AC=AB$、$2BC=AB$三种形式。

这三种表达形式都是“C是线段AB的中点”的同义语。在今后的几何证明中，应根据题目特点，选用适当的表达方式。

［**例题4**］ 已知：如图1—2—10，M是线段AB中点，O是线段AB除M以外的任意一点。

求证：$OM=\frac{1}{2}|OA-OB|$。

证明：
$$OM=|BM-OB|=\left|\frac{1}{2}AB-OB\right|$$
$$=\left|\frac{1}{2}(OA+OB)-OB\right|=\frac{1}{2}\left|OA-OB\right|.$$

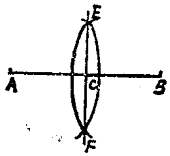
［**例题5**］ 用圆规、直尺（不带刻度的尺子）作线段AB的中点C。

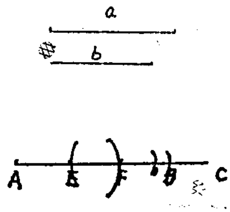
已知：线段AB。

求作：线段AB的中点C。

作法：（1）分别以A、B为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径画弧，两弧交于E、F。

（2）作直线EF交AB于C。则C点即为所求作。





[例题6] 已知线段a、b($a>b$)。求作：线段AB，使$AB=3(a-b)$。

作法：（1）作射线AC

（2）在射线AC上截取$AD=a$。

（3）在线段AD上截取$DE=b$（则$AE=a-b$）。

（4）射线EC上，从点E起顺次截取$EF=FB=AE$。

则线段AB即为所求作。

练习1.2

（1）半圆仪的曲边大于直边为什么？

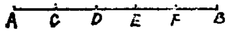
（2）在所有连结两点的线中，直线最短，这句话对吗？

（3）如图，图中共有几条线段？

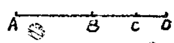
（4）根据图形填写下面空白：

①$AC=BC+(\quad)$；②$CD=AD-(\quad)-(\quad)$；
③$BC=AD-(\quad)-(\quad)$；④$AB+BC=(\quad)-CD$；
⑤$AD=(\quad)+(\quad)$，把几种答案都写出来。

（5）如图M是线段AB中点，填写下面的空白：



第(3)题



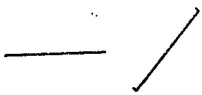
第(4)题

① $AM=($ $\quad)$；② $AB-AM=($ $\quad)$；

③ $AM=\frac{1}{2}($ $\quad)$；④ $AB=2($ $\quad)$。

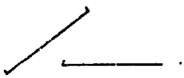
第(5)题

（6）下面有六组图形分别由线段、射线、直线组成请看图回答每组图形中的二种线能否相交？

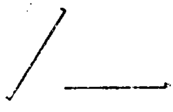


①

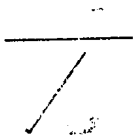
②



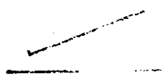
③



④

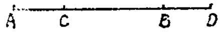


⑤

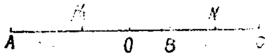


⑥

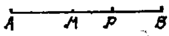
（7）下图中的$AB=CD$，为什么AC就等于BD？



（8）下图中，M是AB的中点，N是BC的中点，O是AC的中点，MN等于OC吗？为什么？



（9）如图已知：M是线段AB的中点，P是BM上一点。



第(9)题

求证：$PA^2-PB^2=2AB\cdot PM$。

(10)已知：线段a、$b(a>b)$用圆规直尺画一条线段，使它等于$a+2b$、$3a-b$、$\frac{2a+b}{2}$。

三、角

(一)角的定义

角的一种定义：

有公共端点的两条射线所组成的图形(如图1—3—1)叫做角，这个公共端点叫角的顶点，这两条射线叫角的边。

角的另一种定义：