

初中课程总复习丛书



SHUXUE
初中数学总复习

广东人民出版社

初中数学总复习

李平 王均 林暉

广东人民出版社

初中数学总复习

李平 王钧 林晖

*

广东人民出版社出版

广东省新华书店发行

肇庆新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 10.25印张 202,000字

1984年10月第1版 1984年10月第1次印刷

印数 1—512600册

书号 7111·1432 定价 1.00元

编 者 的 话

为了帮助初中毕业生或具有初中程度的职工复习初中阶段所学过的数学知识，我们编写了这本《初中数学总复习》。本书是根据全日制十年制学校数学教学大纲（试行草案）的精神，和全国通用初中数学课本的内容编写的。全书分为代数和平面几何两大部分，共 15 章。第一部分将代数、三角、解析几何及统计初步等内容进行知识归类，分九章，第二部分将平面几何的知识归纳为六章。两部分都配以适量的例题和练习题，可帮助读者比较牢固地掌握基础知识，提高运算和推理能力。书末附有习题答案或提示，供读者参考。

本书内容及所选例题和习题，凡有“*”的是补充知识或难度较大的题，供读者选用。

本书第一次印刷时书名为《初中数学基础知识》，书中关于“代数式的恒等变换”与“直线和圆的方程”的内容，应届初中毕业生可以不学。

目 录

第一部分 代 数

| | |
|------------|-----|
| 第一章 实 数 | 1 |
| 第二章 代数式 | 14 |
| I. 代数式 | 14 |
| II. 整 式 | 19 |
| III. 因式分解 | 26 |
| IV. 分 式 | 34 |
| V. 根 式 | 42 |
| 第三章 指数和对数 | 61 |
| I. 指 数 | 61 |
| II. 对 数 | 67 |
| 第四章 方程和方程组 | 81 |
| I. 方 程 | 81 |
| II. 方程组 | 100 |
| III. 应用题 | 116 |
| 第五章 不等式 | 128 |
| 第六章 函 数 | 142 |
| I. 平面直角坐标系 | 142 |

| | |
|---------------------|-----|
| II. 函数 | 145 |
| 第七章 三角函数和解三角形 | 161 |
| I. 三角函数 | 161 |
| II. 解三角形 | 167 |
| 第八章 直线和圆的方程 | 182 |
| 第九章 统计初步 | 197 |

第二部分 平面几何

| | |
|---------------------|-----|
| 第一章 基本概念 | 205 |
| 第二章 三角形 | 217 |
| 第三章 四边形 | 235 |
| 第四章 相似形 | 249 |
| 第五章 圆 | 268 |
| 第六章 点的轨迹与基本作图 | 289 |

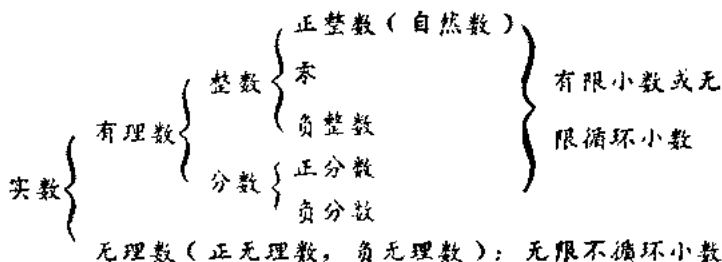
习题答案或提示

| | |
|-----------------|-----|
| 第一部分 代数 | 298 |
| 第二部分 平面几何 | 315 |

第一部分 代 数

第一章 实 数

一、实数的分类



1. 正整数 (自然数)

表示物体个数或事物次序的数叫做正整数 (也就是自然数), 如 1, 2, 3……等等。

正整数中只有第一个数 1, 但没有最后一个数, 因此正整数的个数是无限的。也就是说, 正整数中没有最大的一个数, 只有最小的数是 1。

2. 负 数

有两种具有相反意义的量, 我们可以把其中一种意义的

量规定为正的，另一种与它相反的意义的量规定为负的。例如把零上8度规定为正8度（记作 $+8^{\circ}$ ），那么，零下8度则规定为负8度（记作 -8° ）。象 -8 ， $-2\frac{1}{3}$ ， -5.4 等带

有负号的数便叫做负数，

零既不是正数，也不是负数。

3. 整数

正整数、零、负整数统称为整数。

4. 有理数

1) 有理数的概念

正整数、正分数、零、负整数、负分数统称为有理数。

任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数，反之任何一个有限小数或无限循环小数都可以化成有理数。（循环小数化成有理数的方法，在高中才学到。）

2) 有理数的大小比较

- ① 正数都大于0，也大于一切负数；
- ② 负数都小于0，也小于一切正数；
- ③ 两个正数，绝对值大的较大，绝对值小的较小；
- ④ 两个负数，绝对值大的反而小，绝对值小的反而大。

3) 有理数的运算

在有理数范围内，加、减、乘、除（除数不为0）四种运算的结果仍是有理数。其运算法则如下表：

| 运 算 | 原 数 法 则 | 同 号 | | 异 号 | |
|-----|------------|----------------|-------|-------------|-------|
| | | 符 号 | 绝 对 值 | 符 号 | 绝 对 值 |
| 加 法 | | 保持原号 | 相 加 | 同绝对值 较大者 | 相 减 |
| 减 法 | | 减去一个数等于加上它的相反数 | | | |
| 乘 法 | | + | 相 乘 | - | 相 乘 |
| 除 法 | | + | 相 除 | - | 相 除 |

5. 无理数

1) 无理数的概念

无限不循环小数叫做无理数。

2) 无理数的运算

在无理数范围内，两个无理数的加、减、乘、除运算的结果不一定是无理数。

任何一个无理数，都可以用任意精确度的有理数来近似地表示。在实际运算中，若遇到无理数，常用四舍五入法取精确到某位小数的近似数后，再进行计算。

6. 实 数

1) 实数的概念

有理数和无理数统称为实数。

2) 实数的大小比较

利用数轴上的点的位置来比较两个实数的大小。设与A和B对应的两个实数分别是 α 和 β （图1-1）：

(1) 如果A在B的左边，那末 $\alpha < \beta$ ；

- ② 如果 A 和 B 重合, 那末 $a = \beta$;
 ③ 如果 A 在 B 的右边, 那末 $a > \beta$.

3) 实数的运算

① 在实数范围内, 加、减、乘、除、乘方运算的结果仍为实数。开方运算不一定可施行, 如负数开偶次方是没有意义的。

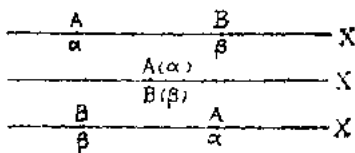


图 1-1

② 运算定律

- i) 加法交换律 $a + b = b + a$.
 ii) 加法结合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$.
 iii) 乘法交换律 $a \cdot b = b \cdot a$.
 iv) 乘法结合律 $(ab)c = a(bc)$.
 v) 乘法对加法的分配律 $(a + b)c = ac + bc$.

③ 运算顺序

i) 在加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算中, 如果在没有括号的运算中, 首先计算乘方、开方, 然后计算乘、除, 最后计算加、减。

ii) 在同一级运算中, 如果没有括号, 那末应该从左到右依次进行运算。

iii) 一个式子中, 如有括号, 一般应先进行括号里面的运算, 如果有几层括号, 应先计算小括号内的运算, 然后到中括号, 最后到大括号。

iv) 上述运算顺序, 在解题时, 为求简便, 可根据运

算定律予以变更。

二、几个基本概念

1. 整除概念

整数 a 除以正整数 b ，除得的商恰好是整数 q ，即余数为零，则说 a 被 b 整除，或说 b 整除 a 。

a 、 b 、 q 的关系也可用下式表示：

$$a = bq.$$

2. 约数和倍数

a 被 b 整除时，则 a 叫做 b 的倍数， b 叫做 a 的约数(因数)。

3. 公约数与公倍数

一个数同时是几个数的约数时，这个数叫做这几个数的公约数，例如3是12和6的公约数。公约数中最大的一个叫最大公约数。例如6是12和6的最大公约数。

一个数同时是几个数的倍数时，这个数叫做这几个数的公倍数，例如12，24，36……等等都是4和3的公倍数。公倍数中最小的一个叫做最小公倍数，例如12就是4和3的最小公倍数。

4. 偶数和奇数

凡能被2整除的正整数叫偶数，例如2，4，6，8……，不能被2整除的正整数叫奇数，例如1，3，5，7……，偶数常用 $2n$ 表示，奇数常用 $2n+1$ 表示(n 是正整数或零)。

注意：零也是偶数。

5. 质数和合数

只有两个约数（1和本身）的正整数叫做质数（素数）。有两个以上约数的正整数叫合数。例如2，3，5，7，11，……是质数；4，6，8，9，……是合数。1既不是质数，也不是合数。

6. 互质数

如果两个正整数的最大公约数是1，这两个数叫做互质数。因为互质数除1以外没有其他公约数，所以它们的最小公倍数就是这两数的积。

7. 质因数分解

一个自然数的因数是质数时，叫做这个数的质因数。把一个自然数分解成几个质因数的连乘积，叫做自然数的质因数分解。

分解自然数成质因数的连乘积时，一般都要求把相同的质数写成乘方的形式。例如 $1620 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 = 3^4 \times 2^2 \times 5$ 。

8. 数轴

规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。任何一个正数，都可以用数轴上原点右边的一个点来表示；任何一个负数，都可以用数轴上原点左边的一个点来表示；零既不是正数也不是负数，而是正数与负数的界限，用原点来表示它。

所以有一个实数，在数轴上必定有一个点与它对应。反

之，数轴上的一个点，也必对应着一个实数。因此，实数与数轴上的点是一一对应的。

9. 相反数

只有符号不同而绝对值相等的两个数，叫做互为相反数。例如 5 和 -5 是互为相反数。所以两个相反数的和必定为零。

注意：零的相反数是零。

相反数的另一定义：在数轴上，原点两旁与原点距离相等的两个点所表示的两个数，叫做互为相反数。

10. 倒数

如果两个数的积为 1 ，这两个数叫做互为倒数。因此，如果 x 、 y 互为倒数，则 $x \cdot y = 1$ 。

想一想，所有实数都有倒数吗？为什么？

11. 绝对值

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。 a 的绝对值用符号 $|a|$ 表示。

绝对值的另一定义：在数轴上表示一个数的点到原点的距离，叫做这个数的绝对值。

三、例题

例1. 已知 x, y 是实数，在什么情况下 $\frac{y}{x}$ 是 (1) 正数；
(2) 负数；(3) 零；(4) 无意义；(5) 整数。

解：（1） x 和 y 同号时，则 $\frac{y}{x}$ 是正数。

（2） x 和 y 异号时，则 $\frac{y}{x}$ 是负数。

（3）当 $y=0$ ， $x \neq 0$ 时，则 $\frac{y}{x}=0$ 。

（4）当 $x=0$ 时，则 $\frac{y}{x}$ 无意义。

（5）当 y 是 x 的整数倍时，则 $\frac{y}{x}$ 是整数。

例2. （1）把下列各数先用数轴上的点来表示，再按照从小到大的顺序，用“<”连接起来：

$$-8, 5, |-1|, 0, -4\frac{1}{3}, +2.5.$$

（2）用数轴上的点分别表示绝对值是3.5和1的各数，并且把它们从大到小用“>”号连接起来。

解：（1）

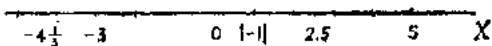


图 1-2

$$-4\frac{1}{3} < -3 < 0 < |-1| < 2.5 < 5.$$

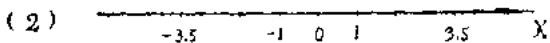


图 1-3

$$3.5 > 1 > -1 > -3.5.$$

例3. 计算

$$(1) \left[\left(-1\frac{1}{2} \right)^2 \times \left(-1\frac{1}{3} \right) \div (-0.5) - 3^2 - (-3)^2 \right] \\ \times (-1)^{18} - \sqrt{121};$$

$$(2) -2^2 - |-7^2| + \left(-1\frac{1}{3} \right)^2 + 5 - |2 + (-3)^2|.$$

$$\text{解: (1) 原式} = \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \times \left(-\frac{4}{3} \right) \div \left(-\frac{1}{2} \right) - 9 - 9 \right] \\ \times (-1) - 11$$

$$= \left[\frac{9}{4} \times \left(-\frac{4}{3} \right) \times (-2) - 18 \right] \times (-1) - 11$$

$$= [6 - 18] \times (-1) - 11$$

$$= 12 - 11$$

$$= 1.$$

$$(2) \text{原式} = -4 - |-49| + \left(-\frac{4}{3} \right)^2 + 5 - |2 + 9|$$

$$= -4 - 49 - \frac{64}{27} + 5 - \frac{2}{9}$$

$$= -48 - \frac{64}{27} - \frac{6}{27}$$

$$= -50\frac{16}{27}.$$

注意: (1) 在计算乘方或开方时, 如果底数是带分数, 则先要化为假分数:

(2) 负数的偶次幂是正数, 负数的奇次幂是负数.

例4. 计算: $\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} + \frac{7}{36}\right) \times 36 - 1.45 \times 5 + 8.95 \times 5$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{7}{9} \times 36 - \frac{5}{6} \times 36 + \frac{7}{36} \times 36 - 1.45 \times 5 \\ &\quad + 8.95 \times 5 \\ &= 28 - 30 + 7 - 1.45 \times 5 + 8.95 \times 5 \\ &= 5 - 1.45 \times 5 + 8.95 \times 5 \\ &= 5 \times (1 - 1.45 + 8.95) \\ &= 5 \times 8.5 \\ &= 17.5.\end{aligned}$$

注意: (1) 如果按照运算顺序, 这题则应先进行小括号内的运算, 但由于36是括号里各个分数的分母的公倍数, 因此采取乘法分配律进行运算比较简便;

(2) 由于5是代数和形式中的公因数, 因此采取提取公因数的方法可使运算简便;

(3) 从以上两点可知, 在解题时, 根据每题的特点而适当选用运算律可使运算简便.

习 题 一

- (1) 有没有最小的自然数? 最小的整数? 最小的有理数? 最小的无理数? 最小的实数?
- (2) 有没有绝对值最小的实数? 如果有, 把它写出来.

(8) 零是自然数吗? 是整数吗? 是有理数吗? 是实数吗?

(4) 如果 a 为自然数, $\frac{5}{a}$ 总是自然数吗?

(5) 任意整数 a , 都能有倒数吗?

2. 选择题(下面有多项答案, 请选择正确的答案填上)。

(1) 数轴上所有的点所表示的数是

1) 全体有理数; 2) 全体自然数; 3) 全体正数和负数; 4) 全体正整数; 5) 全体实数; 6) 全体无理数。

(2) 数轴上原点及原点左边所有的点所表示的数是

1) 全体实数; 2) 零和全体正实数; 3) 全体负有理数; 4) 零和全体负有理数; 5) 全体负实数; 6) 零和全体负实数。

3. 不论 a 和 b 取什么值, $(a-b)^2$ 都是正数吗? $2a$ 是偶数吗? $-b$ 是负数吗?

4. 两个数的绝对值相等, 这两个数一定相等吗? 为什么?

5. a 和 b 是两个不同的实数, 如果 $|a| > |b|$, 则 a 一定大于 b 。这句话对吗? 请加以讨论。

6. 已知 a, b 是实数, 在什么情况下
(1) $a \cdot b > 0$; (2) $a \cdot b < 0$, (3) $a \cdot b = 0$ 。

7. 把下面分数化成小数: