



管理科学中的 *Guanli Kexue Zhong De Shuxue Moxing* 数学模型

曹喜望 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

管理科学中的数学模型

曹喜望 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

管理科学中的数学模型/曹喜望编著. —北京:北京大学出版社,
2006.1
ISBN 7-301-10346-8

I. 管… II. 曹… III. 管理学-数学模型-高等学校-教材
IV. C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 146548 号

书 名: 管理科学中的数学模型

著作责任者: 曹喜望 编著

责任编辑: 胡利国 骆洪涛

标准书号: ISBN 7-301-10346-8/F·1337

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: ss@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765016

排 版 者: 北京军峰公司

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

890mm×1240mm A5 9.875 印张 265 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 18.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究

内 容 简 介

本书主要介绍管理科学中一些常见与常用的数学模型及其求解方法.作者力求避免较繁难的数学证明与推导过程,呈现在读者面前的是一些简明的模型结构与方法,凡具有初等微积分,线性代数及概率论知识的读者,即可掌握本书的基本内容.本书适用于数学、应用数学、工程各专业,经济与管理等专业的本科生,以及非数学专业的研究生(如 MBA)作为教材,也可供从事应用数学、系统工程、运筹学、企业管理领域的研究人员参考.

前 言

管理科学是一门综合性的应用科学，其中一个最主要思想是运用数学模型的方法来研究解决各种问题的优化方案，为管理决策者提供决策依据。管理科学的主要研究对象是各种有组织的经营管理活动，目的在于最大限度地利用有限的资源获得最佳的利益，使各部分发挥最优的效益，从而达到整体优化的目标。

何谓数学模型？模型即结构，数学模型即是对特定事物的内在规律，通过适当的简化、推导而得到的一种数学结构。

随着我国改革开放的深入与加入 WTO，我国企业急需大批懂市场经济，掌握管理理论与方法，富有开拓精神的管理人才。本书的重点在于介绍在管理科学中经常碰到的一些最简单、最基本的数学模型及其解法。这些最基本的理论与方法是每个管理者都必须具备的。

本书的内容包括：规划模型（线性规划，非线性规划，整数规划，0-1 规划，动态规划），存储模型，随机服务模型（排队论），决策模型，逻辑推理模型。在本书的附录中还简要介绍了两种数学软件（Mathematica 与 MATLAB）的应用等。

在编写过程中，我们力求简便，只介绍最必要、最简明的理论与方法，略去了所有繁难的证明。具备初等微积分和线性代数的知识即可阅读本书。

作者在写作过程中参考了我国许多同行及专家的著作（见参考文献），在此向他们表示最衷心的感谢。同时，本书初稿也源于作者多年指导大学生数学建模竞赛的一些讲义。

本书的出版也得到湖北省青年科研项目的支持。在此向湖北黄冈师范学院的领导及科技处的同志表示感谢。北京大学出版社的胡利国先生为本书的出版付出了很多辛勤的劳动，在此一并表

示感谢！

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中还可能有不妥之处，敬请读者批评指正。

作 者

2003 年 10 月

目 录

前言	(1)
第一章 管理科学与数学模型概述	(1)
§ 1.1 现代管理科学	(1)
§ 1.2 管理科学与运筹学	(9)
§ 1.3 建立数学模型的方法	(10)
§ 1.4 建模示例	(12)
第二章 线性规划模型	(15)
§ 2.1 线性规划问题及其数学模型	(15)
§ 2.2 线性规划问题的图解法	(21)
§ 2.3 线性规划问题的单纯形法	(24)
§ 2.4 建模举例	(31)
§ 2.5 线性规划的对偶理论	(34)
§ 2.6 线性规划灵敏度分析	(43)
第三章 整数规划	(47)
§ 3.1 整数规划问题的提出	(47)
§ 3.2 分支定界法	(48)
§ 3.3 割平面法	(51)
§ 3.4 0-1 规划	(54)
§ 3.5 分配问题	(57)
第四章 运输问题	(64)
§ 4.1 运输模型的特点及解法	(64)
§ 4.2 初始基可行解的求法	(69)
§ 4.3 改进初始基可行解的方法	(76)

§ 4.4	产销不平衡的运输问题	(81)
§ 4.5	转运问题	(83)
第五章	动态规划	(87)
§ 5.1	多阶段决策问题	(87)
§ 5.2	动态规划的基本概念	(91)
§ 5.3	最优化原理和动态递推关系	(94)
§ 5.4	某些数学规划问题的动态规划解法	(95)
第六章	决策论	(107)
§ 6.1	基本概念	(107)
§ 6.2	非确定型决策	(112)
§ 6.3	风险型决策	(117)
§ 6.4	效用理论	(129)
§ 6.5	马尔科夫链模型	(135)
第七章	对策论	(143)
§ 7.1	基本概念	(144)
§ 7.2	矩阵对策	(145)
§ 7.3	n 人非合作对策简介	(165)
第八章	存储论	(172)
§ 8.1	存储论概述	(172)
§ 8.2	确定型存储模型	(176)
§ 8.3	非确定型存储模型	(191)
§ 8.4	带某些约束条件的多种物资联合订购的 存储模型	(195)
第九章	排队论	(199)
§ 9.1	排队论的基本概念	(200)

§ 9.2 常见的随机服务过程	(204)
§ 9.3 几个常见的排队系统	(211)
§ 9.4 排队系统的优化	(226)
第十章 层次分析法	(231)
§ 10.1 引言	(231)
§ 10.2 基本概念	(232)
§ 10.3 层次分析法的基本步骤	(239)
§ 10.4 应用举例	(249)
第十一章 逻辑方法建模	(252)
§ 11.1 实物交换模型	(252)
§ 11.2 效益分配模型	(255)
§ 11.3 团体决策模型	(258)
附录 数学软件简介	(262)
第 I 章 Mathematica 4.0 简介	(262)
§ 1 概述	(262)
§ 2 微积分	(266)
§ 3 代数运算	(269)
§ 4 线性代数	(271)
§ 5 数值分析	(272)
§ 6 绘图	(274)
§ 7 程序设计	(276)
第 II 章 MATLAB 简介	(279)
§ 1 概述	(279)
§ 2 矩阵, 数组及运算	(282)
§ 3 矩阵操作	(286)
§ 4 数组的输入与运算	(288)

§ 5	数学函数与坐标变换	(289)
§ 6	矩阵分析	(293)
§ 7	矩阵分解	(295)
§ 8	数据分析	(296)
§ 9	MATLAB 的图形可视化函数	(299)
§ 10	功能函数	(301)
§ 11	程序设计	(303)
参考文献		(306)

第一章 管理科学与数学模型概述

§ 1.1 现代管理科学

管理,从总的来讲,就是为了使一个组织或团体得以平稳、高效运作而制定一系列方针、政策、计划,以及为达到预定目的而制定一些具体措施的过程.也就是说这种政策的制定及措施的实施过程即是管理.因此,管理的外延是很广的.例如,企业的生产管理,财务管理,人事管理;商业的经营管理;货物的存储管理;交通运输部门的交通运输管理等等.从广义上讲,管理贯穿于人类生产生活的一切活动之中.

本书的主要研究对象是企业管理,但是这些研究方法和结果对其他一些组织的管理同样是有用的.

一、现代管理科学的历史发展

现代企业经济管理的发源可以追溯到 17 世纪西方国家工业革命时期.由于生产规模的扩大,一些现代的管理方法也应运而生,但是这些管理方法大多是在定性分析的层次上做的,真正开始尝试利用数学方法进行定量分析应该归于法国著名经济学家魁奇(F. Quesney).其后人们开始用定量分析来处理各种管理问题.管理科学的迅速发展始于 19 世纪末至 20 世纪初,这一时期有代表性的工作有 Taylor 提出的科学管理理论,另外是产生了若干将数学模型应用于管理的成果,如 Erlang 提出的排队模型和 Harris 提出的 EOQ 存储模型等.

第二次世界大战以后,西方发达国家开始向信息社会迈进.由于计算机科学技术的迅猛发展,以及一些新的管理学科的诞生,如

运筹学,信息论,系统论,控制论.现代管理科学得到了从未有过的飞速发展,新型的管理思想、管理理论、管理方法、管理工具不断涌现.因此,现代管理科学被赋予了全新的内容,它又是一个崭新的学科,具有强有力的生命力.目前,管理科学的研究是非常活跃的,每年都有大批的研究成果出现,同时也有一大批青年学者转向投身到管理科学的研究中来,成为管理科学研究的生力军.

需要是学科发展的最直接的动力,正是由于现代企业进一步发展的需要,现代管理科学才有永恒的发展动力.在我国,现代管理科学运用到企业的范围还是很小的,很多企业包括一些国有大型企业,还没有真正认识到现代管理科学对企业发展的重要性.企业的管理还是相当原始的,还没有摆脱旧观念与旧体制的束缚.这样的企业不能称之为现代企业.

现代管理科学促进了现代企业的迅速发展.同时,企业发展中的一些新问题的提出又丰富了现代管理科学的内涵,涌现了一大批先进的管理思想与管理理论.

关于管理思想,有代表性的有:

1. 美国的发明家、工程师、经济管理学家,“科学管理理论”的创始人 Frederick. W. Taylor(1856—1915),人称“科学管理之父”.他认为:提高劳动生产率的关键不在于技术而在于管理.他的代表作是《科学管理原理》,其主要观点是:

① 科学管理要制定出有科学依据的劳动定额,要进行动作与时间的研究.

② 科学管理是一场思想革命,要用科学的方法使管理摆脱过去长期以来单凭经验、直觉的束缚.

③ 要科学地挑选工人和使工人进步,为工作完成的需要进行工作方法设计.

④ 工人与管理者保持不断的联系与密切的合作.

⑤ 把计划职能(管理职能)与执行职能(实际操作)加以分开.

⑥ 差别计件付酬制.

2. 管理过程学派代表人物 Harold Koonta 与 Cyril Donnell:管理

是由一些相关联的职能所构成的一种程序,从中可归纳出管理原则,然后用于指导实践。

3. 经验主义学派代表人物 Peter Drucker,他认为管理的理论不过是过时的经验,解决不了实际问题.管理科学应建立在目前成功或失败的企业管理经验之上,对它们进行调查分析,抽象,然后提出建议。

4. 行为科学学派代表人物 Abraham Maslow 等.他们认为管理的根本在于人的管理,要善于调动人的积极性与创造性,维护人的尊严,实行民主参与管理。

5. 决策理论学派代表人物 Herbert A. Simon 等.他们认为管理的关键在于决策,它分为程序化决策和非程序化决策,而管理就是设计决策系统。

6. 管理科学学派代表人物 E.S. Buffa 等.他们认为在管理中要以数量客观地描述,应尽量减少个人艺术成分,要以经济效果为准,用数理方法与计算机进行科学分析与决策。

7. 企业战略学派代表人物 A. Ansoff 等.他们认为企业经营之魂在于正确的战略.战略是一种指导与行为的准则.战略是一种协调环境与自身能力的全局性决策过程。

作为一名现代企业的管理人员,他所面临的任务是多方面的.由于现代企业生产规模的社会化,同时由于竞争的日趋激烈,使得现代企业的管理变得愈来愈复杂,一些新的问题与不确定因素不断涌现.没有高素质的管理人员,那么这个企业不可能称为一个现代企业,也不能成为现代企业.这些素质包括:具备先进的管理思想,熟练掌握现代管理科学的基本理论与基本方法,了解生产工艺与流程,具有较好的人际关系与组织、协调、领导能力,具有良好的人格与创新精神等。

二、现代管理科学的研究对象

正如前面所言,现代管理科学与现代企业是密不可分,相互依存,相互促进的.现代企业中的一些实际问题都是现代管理科学的

研究对象.因此,现代管理科学所研究的对象是多方面的.首先,它要对各种经济活动制定合适的生产计划.生产计划是否合理,直接关系到一个企业的经济效益,甚至关系到一家企业的生死存亡.因为对于现代企业来说,一旦生产计划得以具体实施,就意味着巨大的经济(资金)投入.在一些小型企业里和以前一些小规模生产过程中,生产计划的合理性是通过具体实施来检验的,而现代管理科学不仅可以制订合适的生产计划,还能对这些计划进行仿真模拟.使之尽可能地接近实际情况,使生产克服盲目性.另外,现代管理科学还可以利用最优化原理与经济理论,使寻求生产计划的最优成为可能.

其次,组织社会化大生产是一个系统工程,一个环节出现了问题,就可能使整个生产计划落空,给企业带来巨大的经济损失.因此,现代管理科学是一门集系统论、信息论、控制论于一体的科学.现代管理科学要研究如何获取在经营过程中各种信息,形成信息库与数据库,建立相应的决策分析系统,并将决策结果呈现给决策者参考.由此统一协调各生产部门的关系,使之保持最理想的运行状态.

同时,对一个企业来说,在市场经济条件下,管理科学还要十分注重研究市场的变化情况.为了使经营状况符合市场的发展变化,对未来市场变化的预测是管理科学的又一重要研究对象.谁能准确地预测未来市场的发展方向,谁就能在激烈的经济竞争中把握先机,占据有利市场.统计学和时间序列分析方法是利用过去与现在的情报预测未来发展趋势的重要的数学方法;另外动态规划与不确定规划模型也是预测未来发展趋势的重要数学模型.

当然,管理科学自身理论体系的丰富和发展也是管理科学的一个主要研究对象.随着科学的发展,管理科学自身的理论体系也愈来愈丰富,形成了庞大的分支学科,如企业管理学、商业管理学、工商行政管理学、政府管理学、人事管理学、管理信息科学、决策学、预测学、决策支持系统、管理运筹学等等.另外管理科学与其他学科日益相互渗透,形成新的交叉学科.

随着管理科学理论的丰富和发展,管理科学的应用范围必然愈加广阔.

三、管理科学的支持系统

所谓管理科学的支持系统,是指它赖以发展的一些基础理论.因为正如前面所说,管理科学是随着科技发展而不断发展的.因此要给管理科学的基本理论定一个框架是不合适的,也是不明智的,所以我们借用“支持系统”这个概念来描述它,以示其与其他学科的某些区别.关于管理科学的支持系统,我们觉得最基本的应包含以下几个学科或技术的相关部分.

首先是统计学和运筹学以及数学模型的方法与理论.分析市场规律,找出各种变量之间的某些数量关系,并根据这些数量关系来找出最优发展模式或问题的最优解决方案,必须运用统计学、运筹学或其他一些数学理论来建立数学模型.

因此,数学模型实质上是对一些经济活动的一个近似的模拟或描述.对于同一个管理系统,我们可以根据不同的侧重点,给出不同的数学模型来描述.

其次,计算机技术、电子网络技术、信息管理技术是管理科学的另一个重要组成部分.现代企业的信息管理系统是非常庞大的,如一些统计资料的数据库,报表、合同及一系列重要文件的数据库,生产进度、原料采购、产品存储等数据库,市场信息、售后服务等各方面的情况汇集在一起,这些情况又是动态的,信息量非常大,靠笔写纸记的方法远远解决不了问题.现代企业充分利用了计算机技术和电子网络技术,不仅在互联网(Internet)上进行一些信息交流.同时又发展公司(企业)内部的电子网络(Intranet)技术,一些关键信息、内部信息、产品机密、市场分析等等只能在企业内部的局域网上交流.一些大的企业甚至已经或正在向完全的电子商务过渡.这样不仅在生产过程实现了网络化管理,销售过程也实现了电子化管理.在企业的中心控制室里,不仅可以看到生产线的微机化管理,还可以看到从原料采购到售后服务,市场前景分析等各

种各样的数据,也可以看到多种设计、规划、生产方案的模拟,为企业的决策者提供各方面的详细的资料和信息.可以这样说,没有计算机技术的飞速发展,没有 Internet 与 Intranet 技术,也就没有现代管理科学,一个企业也充其量是一个小作坊,根本就谈不上是一个现代企业.

另外,从上面的描述中,我们也看到现代管理科学离不开现代控制理论.因为企业的管理系统是一个动态的系统,许多参数是随着时间的发展而改变的,有的甚至是不确定的.控制理论是研究动态系统控制或调节问题的一门学科.现代控制理论的内容是极其丰富的,它包括确定性系统的稳定性研究,最优控制理论的研究,还包括随机系统的最优估计或最优控制理论.另外,还有大规模系统递阶控制理论,分散控制理论等等,这些理论在现代管理科学中有着广泛的应用前景.目前,已有不少管理系统如市内电话网络系统,大型矿物资源管理系统、水资源管理系统、交通运输等管理系统被建立起来.

四、现代管理科学的方法

现代管理科学应用十分广泛,可能有各种各样的管理模式.但从它们处理问题的方法来看,我们均可以将之划分为如下几个阶段,即调研、建模、仿真、优化和应用.这个过程不是一次性的,而是反复进行的.它们的关系可用图 1.1 表示.

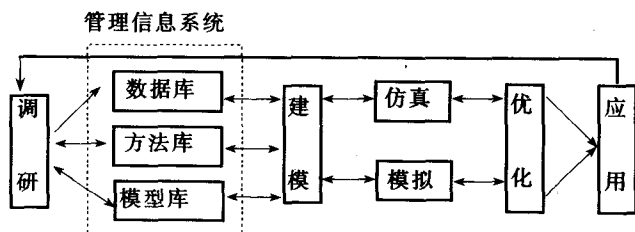


图 1.1

调研是应用现代管理科学的第一步,调研的目的是为了收集

尽可能的信息,丰富管理信息系统.管理信息系统本身也是一门学科,它借用了其他一些学科的概念,形成了一个综合的多元的学科.这些学科包括运筹学、计算机科学和管理科学的一些内容,并在此基础上形成了信息收集与加工的方法,从而成为一个纵横交错的系统.这个系统本身也是一种特殊的网络结构,各子系统之间通过一些节点相互交流信息.因此,管理信息系统的主要功能可以归纳为:

① 尽可能及时全面地提供信息和数据;

② 提供简明的统计结果;

③ 利用数学方法分析数据,根据这些数据预测未来市场的发展趋势;

④ 对不同层面的部门提供相应的数据和信息.

应用管理科学的第二步是建立数学模型.数学模型这个概念诞生的时间并不长,不到 30 年的时间,然而这个概念现在已广泛地出现在现代生活、生产和一些社会活动之中.那么什么叫数学模型?怎样建立数学模型呢?

数学模型的例子是随手可得的,例如一辆汽车以匀速 v 公里/小时行驶了时间 t 小时,问汽车行驶了多少路程.这类问题小学生都知道答案.

$$s = vt$$

这就是上述行程问题的数学模型.

当然,实际管理问题中的建模过程比这要复杂得多.但是数学模型的基本内容已经包含在解决上述行程问题的过程中了.那就是:根据建立数学模型的目的和问题的背景作出必要的简化假设(如本例不考虑其他阻力的影响),用字母表示待求的变量,利用相应的数学或物理或其他规律,列出数学式子,求出数学式子的解答,用这个答案解释原问题,优化结果,推广应用等.

一般来说,数学模型可以叙述为:对于现实世界的一个特定对象,为了某个特定的目的,根据事物内在的特殊规律,做出一些特定的假设以简化问题的处理,然后利用数学工具,找出问题所具有