

数学

初中学习辅导

浙江教育出版社



初中学习辅导

数 学

杭州市教育局教研室编

浙江教育出版社

初中数学辅导
数 学
杭州市教育局教研室编

浙江教育出版社出版
(杭州武林路125号)

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张14 字数322,000

1985年1月第 二 版

1985年1月第一次印刷

印数: 1—365,500

统一书号: 7346·35

定 价: 1.42 元

编 者 的 话

本书是根据教育部颁发的全日制中学数学教学大纲和全国通用初中代数、几何课本编写的，旨在帮助初中学生切实学好从事祖国社会主义四化建设所必需的数学基础知识和技能，提高运用数学知识分析和解决实际问题的能力，并为进一步学习高中数学和现代科学技术奠定坚实的基础。

全书由代数学习辅导、几何学习辅导和总复习等三大部分组成，书末还附有部分题目的答案。学习辅导的每一章都包含下列内容：

1. 阅读提示——阐述教材的重点、知识结构的核心。
 2. 解题示例——介绍如何应用基础知识，合理思考、正确表达。
 3. 病例剖析——剖析作业中产生的错误的原因，指出纠正的办法。
 4. 知识应用——安排A、B、C三组习题，以适应不同程度学生的要求。
 5. 自我测验——提供A、B两份试题，检查学习效果。
- 总复习部分，对初中数学内容进行归纳，理清知识体系，并提供若干套单元复习题和总复习综合题。

本书中如有不当之处，恳请批评指出。

编 者

1984年8月

目 录

代数学习辅导

第一章	有理数	1
第二章	整式的加减	19
第三章	一元一次方程	32
第四章	一元一次不等式	48
第五章	二元一次方程组	57
第六章	整式的乘除	75
第七章	因式分解	88
第八章	分式	102
第九章	数的开方	120
第十章	二次根式	129
第十一章	一元二次方程	144
第十二章	指数	168
第十三章	函数及其图象	179
第十四章	常用对数	202
第十五章	解三角形	210
第十六章	统计初步	221

几何学习辅导

第一章	基本概念	235
第二章	相交线、平行线	248
第三章	三角形	265

第四章	四边形	286
第五章	面积、勾股定理	297
第六章	相似形	303
第七章	圆	328
总复习		
• 第一章	知识整理	357
第二章	复习检查题	368
答 案		412

代数学习辅导

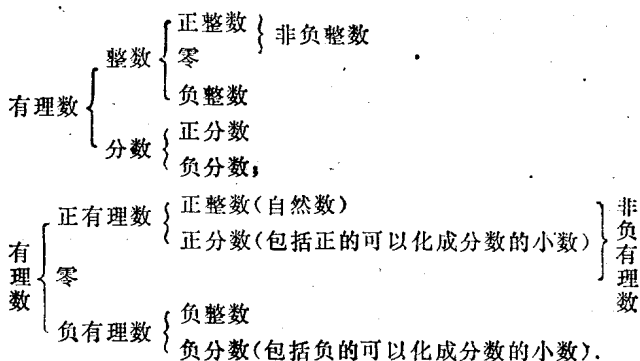
第一章 有理数

学习要求 理解有关有理数的一些概念；掌握有理数的运算法则，能够熟练地进行有理数的运算；会查平方表、立方表。

【阅读提示】

问题1 小学里学过的数有哪几种？这些数能不能满足实际需要？怎样解决？

小学里学过自然数、零和分数这三类数，但这些数还不能满足实际需要，如某同学从学校出发向东或向西走5公里，所走路程相同，但向东和向西的方向是相反的，即向东5公里与向西5公里，这两个量的意义是相反的。又如上升3米和下降2.5米，收入1万元和支出9千元，等等，都是具有相反意义的量。如仅用小学里学过的数把向东5公里和向西5公里都记作5公里，就不能把两个互为相反意义的量区别清楚。因此，就要引进新数——负数。我们把向东5公里记作+5公里，向西5公里记作-5公里。这样，有相反意义的量就可以用正数和负数来表示了。引进负数后，数就包括正整数（自然数），正分数，零，负整数，负分数。这些数统称为有理数。有理数可以用两种方法来分类：



问题 2 数轴是怎样的一条直线？它有什么用处？

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。原点、方向、单位长度叫做数轴的三个要素，是缺一不可的。数轴是重要的数学工具。有理数可以用数轴上的点来表示。表示正数的点在原点的右边，表示负数的点在原点的左边。这样，学习相反数、绝对值、有理数大小的比较，都可以借助于数轴来加深理解。

问题 3 有了有理数，为什么还要学习绝对值的概念？绝对值和相反数有什么关系？

引进负数后，就可以用正负数来表示具有相反意义的量。但在实际生产和生活中，如汽车向东开 9 公里和向西开 7 公里，有时只需要看行驶的路程，而不需要考虑方向，就可分别记作 9 公里和 7 公里。又如数轴上表示 2 和 -2 的点，离开原点的距离都是 2 个长度单位。把 9、7、2、2 分别叫做 9、-7、2、-2 的绝对值。

只有符号不同的两个数，称为互为相反数。因此两个相反数的绝对值相等。反之，绝对值等于某一正数的数有两个，它们是互为相反数，例如 7.5 和 -7.5， $|7.5| = |-7.5| = 7.5$ ，

绝对值等于7.5的数是7.5和-7.5.

汽车行驶	正负数表示 (向东为正)	行驶的路程	数的绝对值表示
向东开 9 公里	+ 9 公里	9 公里	$ + 9 = 9$
向西开 7 公里	- 7 公里	7 公里	$ - 7 = 7$

问题 4 在小学里, 我们已经会比较正数的大小. 用比较两个正数大小的方法来比较两个有理数的大小, 可以得到怎样的结果?

我们已经知道, $5 > 4$, $1.8 > 1.7$, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$. 在数轴上可以看出, 表示正数的点在原点右边, 越在右边的点所表示的数越大. 把这一法则应用到有理数, 就是在数轴上表示的两个有理数, 右边的数总比左边的数大. 从而可以得到: (1) 正数都大于零, 也大于一切负数; (2) 负数都小于零, 也小于一切正数; (3) 两个正数, 绝对值大的较大; (4) 两个负数, 绝对值大的反而小.

问题 5 两个有理数相加有几种情况? 有理数的加法法则的特点是什么? 有理数的加法和减法有什么联系?

两个有理数相加, 有三种情况: (1) 两个加数符号相同; (2) 两个加数符号相反; (3) 两个加数中, 至少有一个是零. 有理数与小学里学的数区别在于有理数带上性质符号, 所以每个有理数由两部分组成, 一是符号部分, 二是数字部分(即绝对值). 这样, 在两个有理数相加时, 要先确定和的符号, 再确定和的绝对值. 同号两数相加与异号两数相加的法则, 都包括符号和绝对值这两部分. 这就是有理数加法法则的特点, 根据这一特点来记忆有理数加法法则就不困难了. 至于第三种情况的

结论和小学里讲的是一致的。

有理数的减法法则是以加法法则为基础得出来的。有理数减法法则就是“减去一个数，等于加上这个数的相反数”。因此有理数的减法运算可转化为有理数的加法运算。如 $(-15)-(+5)+(+8)-(-9)=(-15)+(-5)+(+8)+(+9)=-15-5+8+9$ 。

问题 6 进行有理数的乘除运算要注意什么？有理数的除法法则和乘法法则有什么异同？

有理数的乘除和有理数的加法的特点的相似处是：两个有理数相乘除的结果也包括符号和绝对值两部分。两个有理数相除和相乘，确定商和积的符号的法则是一样的，即“同号得正，异号得负”。不同的是绝对值部分，求商是把“绝对值相除，求积是把绝对值相乘。还有一个不同点，就是任何数同零相乘都得零；而在除法中，应该说“零除以任何不为零的数都得零”，零不能作除数。

问题 7 乘方是怎样的运算？确定乘方法则的依据是什么？

求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。乘方就是因数都相同的乘法运算。有理数的乘方只要依照有理数乘法法则进行即可。乘方法则是：(1) 正数的任何次幂都是正数；(2) 负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；(3) 零的任何次幂都是零；(4) 特别地 $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$ (n 为正整数)。

问题 8 有理数的混合运算有哪几种情况？怎样做各种类型的混合运算？

我们已经学过有理数的加、减、乘、除和乘方五种运算，其中加、减叫做第一级运算，乘、除叫做第二级运算，乘方叫

做第三级运算。有理数的混合运算有同级运算和不同级运算两种情况。同级运算中按从左到右的顺序进行。做只含有加减运算的混合运算时，一般把减法化为加法运算；做只含有乘除运算的混合运算时，一般把除法化为乘，然后做乘法运算，不同级运算的混合运算，先做第三级运算，再做第二级运算，最后做第一级运算。如果算式中有括号，括号里面的部分要先算。

在运算中，还要注意应用有理数运算律，使演算简便。

问题 9 学习近似数的精确度和有效数字的要求是什么？

学习近似数的精确度和有效数字的要求是：第一，对于一个由四舍五入得到的近似数，能够知道它精确到哪一位，有几个有效数字。如由四舍五入得到近似数18.32，是精确到百分位（或说精确到0.01），有四个有效数字。第二，对于一个数，要能按照要求把它四舍五入，使它精确到某一位，或保留多少个有效数字。如数0.009405，用四舍五入法精确到千分位，得近似数0.009，用四舍五入法保留三个有效数字，得近似数0.00941。

问题10 怎样使用《平方表》和《立方表》？

(1) 1与10之间(最多)有四个有效数字的数的平方数和立方数可以从表上直接查得，有五个或五个以上有效数字的数的平方数和立方数要先用四舍五入法化成有四个有效数字的数，再查表求得结果。

(2) 小于1或大于10的数的平方数和立方数，在表上不能直接查得，要先移动小数点的位置，使它成为表上可查的数。要特别注意平方数小数点移动的位数应是相应的底数小数点移动的位数的两倍，立方数小数点移动的位数应是相应的底数小数点移动的位数的三倍。

【解题示例】

例1 把下列各数填在相应的大括号里:

$$-3, 101, -9.31, |-0.5|, 0, 61, -23\frac{2}{7}, 2\frac{1}{3}.$$

正数集合: { , ... }; 负数集合: { , ... };

整数集合: { , ... }; 分数集合: { , ... };

非负数集合: { , ... }; 非正有理数集合: { , ... }.

解 正数集合: $\{101, |-0.5|, 61, 2\frac{1}{3}, \dots\}$;

负数集合: $\{-3, -9.31, -23\frac{2}{7}, \dots\}$;

整数集合: $\{-3, 101, 0, 61, \dots\}$;

分数集合: $\{-9.31, |-0.5|, -23\frac{2}{7}, 2\frac{1}{3}, \dots\}$;

非负数集合: $\{101, |-0.5|, 0, 61, 2\frac{1}{3}, \dots\}$;

非正有理数集合: $\{-3, -9.31, 0, -23\frac{2}{7}, \dots\}$.

注意 (1) 零既不是正数, 也不是负数. 零是整数. 也是非负整数, 也是非正有理数; (2) 整数包括正整数, 零和负整数.

例2 判断下列结论是正确还是错误, 并分别在括号内填上“√”或“×”:

(1) 如果一个数的绝对值是2.8, 那么这个数是2.8().

(2) 有理数中有最小的数(). 有理数中有绝对值最小的数(). 零是整数中最小的数(). 零是自然数中最小的数().

(3) 一个有理数的平方一定是正数().

(4) 两个数的和一定比其中的任意一个加数大().

(5) 一个正数的二次幂一定大于这个数().

解 (1) $\times$; (2) $\times$, $\sqrt{\quad}$, $\times$, $\times$; (3) $\times$; (4) $\times$;
(5) $\times$.

注意 (1) 绝对值等于 a (其中 $a > 0$) 的数有两个, 它们互为相反数, 即 $+a$ 和 $-a$. (2) 一个有理数的平方是非负数, 即 $a^2 \geq 0$. (3) 引进负数后, 两个数的和就不一定大于其中的任意一个加数. (4) a 是正数, 当 $a \geq 1$ 时, $a^2 \geq a$; 当 $0 < a < 1$ 时, $a^2 < a$. 如 $2^2 > 2$, $0.2^2 < 0.2$.

例 3 填空:

(1) 绝对值小于 5 的整数是____, 其中____最小, ____是非负数, ____的绝对值最小;

(2) ____的相反数比它本身大, ____的相反数就是它本身;

(3) 绝对值小于 8.7 而大于 0.8 的负整数是____;

(4) -0.735 的相反数是____, $-\frac{6}{7}$ 的倒数是____, $-2\frac{1}{3}$ 的相反数的倒数是____, -9.8 的绝对值的相反数是____, 0 的相反数与 -1 的倒数之和等于____.

解(1) $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$, -4 , $0, 1, 2, 3, 4$, 0 .

(2) 负数, 0 .

(3) $-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$.

(4) 0.735 , $-\frac{7}{6}$, $\frac{3}{7}$, -9.8 , -1 .

注意 要能正确区分“互为相反数”和“互为倒数”这两个不同的概念. 两个互为相反数的符号相反, 绝对值相同; 两

个互为倒数的符号相同，绝对值一般不同；两个互为相反数的和为零；两个互为倒数的积为1；零没有倒数。

例4 计算： $-\frac{3}{8}-\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)-\frac{3}{5}-(-2)+1$ 。

解 原式 $=-\frac{3}{8}-\frac{2}{5}-\frac{5}{8}-\frac{3}{5}+2+1$
 $=-\frac{3}{8}-\frac{5}{8}-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}+2+1$
 $=-1-1+3=-2+3=1$ 。

注意 进行有理数运算，要做到正确、迅速、合理。一般地说，对于加减运算，要先把原式化成代数和的形式，再利用加法运算律把正数和负数分别合并，如有分数，则同分母分数先合并，如有相反数，也先合并，最后把正负两数相加得出结果。

例5 计算： $-1\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}\times(-0.2)\times1\frac{3}{4}\div1.4\times\left(-\frac{3}{5}\right)$ 。

解 原式 $=-\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{7}{4}\times\frac{5}{7}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{3}{10}$ 。

注意 在有理数乘除运算中，带分数一般要化成假分数；含有分数的乘除混合运算，一般是先把原式化成各因数的连乘积的形式，再进行计算。

例6 读出下列各式，并计算出结果：

(1) 3^2 和 3×2 ；(2) -3^2 和 $(-3)^2$ ；(3) $(2\times 3)^2$ 和 2×3^2 。

解 (1) 3^2 表示3的平方， 3×2 表示3的2倍， $3^2=9$ ， $3\times 2=6$ ；

(2) -3^2 表示3的平方的相反数， $(-3)^2$ 表示3的相反数的平方； $-3^2=-9$ ， $(-3)^2=9$ ；

(3) $(2 \times 3)^2$ 表示 2 与 3 的积的平方, 2×3^2 表示 2 与 3 的平方的积; $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$, $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$.

注意 对于一个算式, 要正确理解它的意义, 掌握运算的顺序.

例 7 计算: $-1^4 - \left[1 - \left(1 - 0.5^3 \times \frac{1}{3} \right) \right] \times [2 - (-3)^2]$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= -1 - \left[1 - \left(1 - \frac{1}{8} \times \frac{1}{3} \right) \right] \times (2 - 9) \\ &= -1 - \left[1 - \left(1 - \frac{1}{24} \right) \right] \times (-7) \\ &= -1 - \left(1 - \frac{23}{24} \right) \times (-7) \\ &= -1 + \frac{7}{24} = -\frac{17}{24}. \end{aligned}$$

注意 进行有理数混合运算, 如果有括号, 就先算括号里的部分, 顺次去掉小、中、大括号. 括号里面的运算仍按先乘除后加减的顺序进行.

例 8 计算: (1) $(-210) \times \left(-3\frac{1}{2} - 5\frac{1}{5} + 9\frac{2}{7} - 33\frac{1}{3} \right)$;
(2) $(-53.02)(-69.3) + (-130.7)(-53.02)$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad \text{原式} &= (-210) \times \left(-\frac{7}{2} \right) + (-210) \times \left(-\frac{26}{5} \right) \\ &\quad + (-210) \times \frac{65}{7} + (-210) \times \left(-\frac{100}{3} \right) \\ &= 735 + 1092 - 1950 + 7000 = 6877. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{原式} &= (-53.02)[(-69.3) + (-130.7)] \\ &= (-53.02)(-200) = 10604. \end{aligned}$$

注意 进行有理数的混合运算, 要尽量使用简便方法. 本

题中两式都用了乘法分配律，使运算简便。

【病例剖析】

例1 (1) 写出小于7的所有正整数；

(2) 写出小于4的非负整数；

(3) 求-5与5之间的所有整数（不包括-5和5）的积。

错误解答 (1) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; (2) 1, 2, 3;

(3) $(-4)(-3)(-2)(-1) \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 576$ 。

剖析 (1) “0”不是正数也不是负数，当然也不是正整数，小于7的所有正整数不包括0；

(2) “0”是非负数，小于4的非负数应包括0；

(3) “0”是整数，-5与5之间的整数应包括0，所以它们的积应为0。

对“0”是整数、非负数，但不是正整数，也不是正数等的意义的理解不深刻，就容易出差错。

正确解答

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6; (2) 0, 1, 2, 3;

(3) $(-4)(-3)(-2)(-1) \times 0 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 0$ 。

例2 (1) 一个数的绝对值是 $2\frac{1}{7}$ ，求这个数；

(2) 写出绝对值大于4而小于8的所有整数。

错误解答 (1) $2\frac{1}{7}$; (2) 5, 6, 7。

剖析 两个互为相反数的绝对值相等，因此答(1)漏掉了一个数 $-2\frac{1}{7}$ ；答(2)漏掉了负整数-7，-6，-5。

正确解答

$$(1) -2\frac{1}{7} \text{ 和 } 2\frac{1}{7}; \quad (2) -7, -6, -5, 5, 6, 7.$$

例3 计算 $\left[(-5)^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 14\right] \times 8 \div 4 \times 2$

错误解答 (1) 原式 $= [(-1)^2 \times (-3) + 14] \times 8 \div 4 \times 2$
 $= [(-3) + 14] \times 8 \div 4 \times 2 = 44$

或 (2) 原式 $= (-15 + 14) \times 8 \div 4 \times 2$
 $= (-1) \times 8 \div 8 = -1.$

剖析 (1) 中 $(-5)^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) = (-1)^2 \times (-3) = -3$ 是错误的, 因为根据运算顺序, 必须先乘方, 再乘除. (2) 中 $(-15 + 14) \times 8 \div 4 \times 2 = (-1) \times 8 \div 8 = -1$ 是错误的, 因为在有理数的同级运算中, 要按从左到右的顺序进行, 不能先乘后除.

正确解答

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left[25 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 14 \right] \times 8 \div 4 \times 2 \\ &= (-1) \times 8 \div 4 \times 2 \\ &= -4. \end{aligned}$$

例4 计算: $-2^2 + (-2)^2 - (-3)^2 - (-3)^3$

错误解答 原式 $= 4 + 4 - 9 - (-27) = 8 - 9 + 27 = 26,$
或原式 $= -4 + 4 + 9 + 27 = 36.$

剖析 -2^2 是 2 的平方的相反数, 结果是 -4 ; $(-2)^2$ 是 2 的相反数的平方, 结果是 4. 可见 -2^2 和 2^2 的意义是不同的, 应记住 $-2^2 \neq (-2)^2$. $-(-3)^2$ 是 3 的相反数的平方的相反数, 结果是 -9 ; $[-(-3)]^2$ 是 -3 的相反数的平方, 即 $[-(-3)]^2 = 3^2 = 9$, 所以 $-(-3)^2 \neq 3^2$.