

3. 两边分别垂直的两个角

两边分别垂直的两个角相等或互补。

4.
设
上的点
X

(

最新初中数理化 常 用 手 册

北京市华罗庚学校 编

数量之比)。

5. 塞瓦定理

设 X 、 Y 、 Z 各是 $\triangle ABC$ 三边

BC 、 CA 、 AB 或其延长线上的点

AX 、 BY 、 CZ 三线共点或互相



图1-32

$$\frac{XA}{XB} \cdot \frac{YA}{YC} \cdot \frac{ZA}{ZB} = -1$$

(这里的三个比是有向线段的数量之比)。

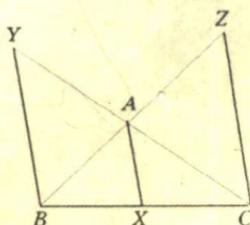


图1-34

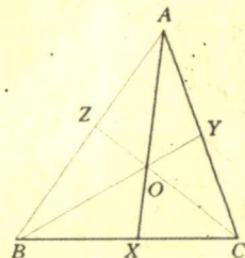


图1-35

北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书

最新初中数理化 常用手册

北京市华罗庚学校编
主编：刘彭芝

中国大百科全书出版社
北京·1998

最新初中数理化常用手册

编 者:北京市华罗庚学校
主 编:刘彭芝
责任编辑:简菊玲
封面设计:郭 健
版式设计:中文天地公司

出版发行:中国大百科全书出版社
(北京阜成门北大街 17 号 100037)

印 刷:北京人民文学印刷厂
经 销:新华书店总店北京发行所

版 次:1997 年 9 月第 1 版
印 次:1998 年 1 月第 2 次印刷
印 张:9.625
开 本:787×1092 1/32
字 数:211 千字
印 数:10001--20000
ISBN 7-5000-5860-8/G · 228
定 价:16.80 元

前　　言

一本全面概括中学课程内容的袖珍手册，供随时快速查阅，对于教和学、复习或自学都有事半功倍的效用。遗憾的是至今在书海中却没有这样一本广大师生盼望已久的书。为此我们邀请了具有数十年教学经验的特级教师和资深的教育专家们一起执笔撰写了这本《最新初中数理化常用手册》，并且荣幸地得到北京市教委教研部数学、物理和化学三个教研室的主任和研究员的大力支持和亲自审定。我们很高兴地按计划完成了本手册的编写和出版工作并及时地把它献给广大中学师生、自学青年、接受成人教育的读者和教育工作者。

本手册的内容是根据现行教学大纲和中考、高考说明规定的范围从中学的二十本数、理、化教科书中准确、简明、扼要地提炼而成，分别以概念、定理、定律、法则、公式、方法、实验、计算、工具等形式一一列出。此外，还有必备的单位换算和数、理、化等用表。

为了满足参加竞赛与课外活动、培训的需要，我们还在附录中按竞赛大纲限定的范围，精选了最重要、最常用的内容，供读者随时快速查阅。

本手册结构严紧，体例新颖，查阅方便快捷，可帮助学习、记忆，提高学习效率，适合中学师生、自学青年，接受成人教育的读者使用，也是教育工作者案头上的参考资料。

刘彭芝

目 录

数 学

一、实数 (1)

- 1. 有理数 (1) 2. 无理数 (1) 3. 实数 (1) 4. 数轴 (2) 5. 相反数 (2) 6. 绝对值 (2) 7. 倒数 (3) 8. 方根 (平方根、立方根、算术根) (3) 9. 实数大小的比较 (4) 10. 实数的四则运算法则 (4) 11. 实数的四则运算律 (5) 12. 乘方与开方 (5) 13. 运算顺序 (5) 14. 近似数的有效数字和精确度 (6) 15. 近似计算法则 (6)

二、代数式 (7)

- 1. 代数式、代数的值 (7) 2. 单项式 (7) 3. 多项式 (8) 4. 整式 (8) 5. 多项式的排列 (8) 6. 同类项 (8) 7. 整式的加减运算 (9) 8. 去括号法则 (9) 9. 添括号法则 (9) 10. 幂的运算法则 (9) 11. 单项式乘法 (10) 12. 单项式除法 (10) 13. 单项式与多项式的乘法 (10) 14. 多项式除以单项式 (10) 15. 多项式的乘法 (10) 16. 多项式的除法 (11) 17. 乘法公式 (12) 18. 因式分解 (12) 19. 因式分解的方法 (13) 20. 分式 (14) 21. 有理式 (14) 22. 分式的基本性质 (14) 23. 分式的符号法则 (14) 24. 最简分式 (15) 25. 约分 (15) 26. 分式的乘法 (15) 27. 分式的除法 (15) 28. 分式的乘方 (15) 29. 通分 (15) 30. 最简公分母 (16) 31. 分式的加减法 (16) 32. 繁分式 (16) 33. 部分分式 (17) 34. 根式 (17) 35. 根式的基本性质 (18) 36. 根式的性质 (18) 37. 最简根式 (18) 38.

同类根式 (19) 39. 根式的加、减运算 (19) 40. 根式的乘、除
运算 (19) 41. 有理化因式 (19)

三、方程 (20)

1. 等式与方程 (20) 2. 方程的解和解集 (20) 3. 解方程 (20)
4. 同解方程 (20) 5. 同解方程原理 (20) 6. 方程的分类 (21)
7. 一元一次方程 (21) 8. 一元一次方程的解法 (21) 9. 一元二
次方程 (22) 10. 一元二次方程根的判别式及求根公式 (22) 11.
一元二次方程根与系数的关系 (22) 12. 一元二次方程的解法
(23) 13. 一元高次方程 (23) 14. 双二次方程 (23) 15. 方程
的增根和失根 (23) 16. 分式方程及其解法 (24) 17. 无理方程
及其解法 (24) 18. 方程组 (24) 19. 二元一次方程组 (25)
20. 三元一次方程组 (25) 21. 二元二次方程组 (26)

四、不等式 (27)

1. 不等式 (27) 2. 不等式的性质 (27) 3. 不等式的解的集合
(28) 4. 解不等式 (28) 5. 同解不等式 (28) 6. 不等式的同
解原理 (28) 7. 一元一次不等式 (29) 8. 最简一元一次不等式
(组) 及区间表示法 (29) 9. 一元一次不等式组 (30) 10. 最简
单的绝对值不等式的解集 (30) 11. 一元二次不等式 (30) 12.
一元二次不等式的解集 (31)

五、指数与对数 (31)

1. 有理数指数幂的意义 (31) 2. 幂的运算法则 (32) 3. 科学记
数法 (32) 4. 根式的乘、除、乘方、开方运算 (32) 5. 对数
(32) 6. 指数式与对数式 (33) 7. 对数恒等式 (33) 8. 对
数的性质 (33) 9. 积、商、幂、方根的对数 (33) 10. 常用对
数 (34) 11. 常用对数的性质 (34) 13. 对数的换底公式及其
推论 (34)

六、函数及其图象 (35)

1. 平面直角坐标系 (35) 2. 坐标平面 (35) 3. 坐标平面内点的
2

坐标 (36) 4. 坐标平面内的两个基本公式 (37) 5. 常量与变量 (37) 6. 函数 (37) 7. 函数的表示法 (38) 8. 函数的自变量取值范围的确定 (39) 9. 正比例函数 (39) 10. 反比例函数 (40) 11. 一次函数 (41) 12. 二次函数 (41) 13. 一元二次函数与一元二次方程 (42) 14. 一元二次函数与一元二次不等式 (43) 15. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的位置与系数 a 、 b 、 c 的关系 (44)

七、统计初步 (44)

1. 总体、个体、样本容量 (44) 2. 平均数 (45) 3. 加权平均数 (45) 4. 众数 (45) 5. 中位数 (46) 6. 方差与标准差 (46) 7. 方差的简化计算公式 (46) 8. 频率与频率分布表 (47)

几何

一、基本概念、相交线和平行线 (48)

1. 确定直线的公理 (48) 2. 射线 (48) 3. 线段 (48) 4. 两点的距离 (48) 5. 角 (48) 6. 平角 (49) 7. 周角 (49) 8. 直角、锐角、钝角 (49) 9. 补角、余角 (49) 10. 对顶角、邻补角 (50) 11. 垂线 (50) 12. 垂线唯一性定理 (50) 13. 点到直线的距离 (50) 14. 平行线 (50) 15. 平行公理 (50) 16. 平行线的判定 (51) 17. 平行线的性质 (51) 18. 定义 (51) 19. 命题、真命题和假命题 (52) 20. 命题的四种形式及其关系 (52) 21. 等价命题 (53) 22. 公理、定理、证明 (53)

二、三角形 (54)

1. 三角形的定义、边、角、外角 (54) 2. 三角形的分类 (54) 3. 三角形中三边的关系 (54) 4. 三角形中角的关系 (55) 5. 三角形中边与角的关系 (55) 6. 三角形中的主要线段及内心、重心、垂心、外心 (56) 7. 三角形的面积 (57) 8. 全等三角形 (58)

9. 全等三角形的判定 (58) 10. 直角三角形全等的判定 (58) 11.
等腰三角形的性质 (59) 12. 等腰三角形的判定 (59) 13. 等边
三角形的性质 (59) 14. 等边三角形的判定 (59) 15. 直角三角
形的性质 (59) 16. 直角三角形的判定 (60) 17. 角平分线的性
质 (60) 18. 角平分线的判定 (60) 19. 线段的垂直平分线的性
质 (60) 20. 线段的垂直平分线的判定 (60) 21. 轴对称和轴对
称图形 (61) 22. 轴对称的性质 (61) 23. 轴对称的判定 (61)

三、四边形 (61)

1. 四边形 (61) 2. 多边形 (62) 3. 多边形的内角和定理 (62)
4. 多边形的外角和 (62) 5. 平行四边形的定义和性质 (62) 6.
平行四边形的判定 (62) 7. 矩形的定义和性质 (62) 8. 矩形的
判定 (63) 9. 菱形的定义和性质 (63) 10. 菱形的判定 (63)
11. 正方形的定义和性质 (63) 12. 正方形的判定 (64) 13. 梯
形 (64) 14. 等腰梯形的定义和性质 (64) 15. 等腰梯形的判定
(64) 16. 梯形的中位线、梯形中位线定理 (64) 17. 几种特殊四
边形的关系 (65) 18. 中心对称和中心对称图形 (65) 19. 中心
对称的性质 (66) 20. 中心对称的判定 (66) 21. 平行线等分线
段定理及其推论 (66)

四、相似三角形 (67)

1. 比例线段 (67) 2. 比例的性质定理 (67) 3. 比例中项 (68)
4. 线段的黄金分割 (68) 5. 平行线分线段成比例定理 (68) 6.
平行于三角形一边的直线的性质 (68) 7. 平行于三角形一边的直
线的判定 (69) 8. 相似三角形 (69) 9. 相似多边形 (69) 10.
相似比 (相似系数) (69) 11. 相似三角形的判定 (69) 12. 相似
三角形的性质 (70) 13. 相似多边形的性质 (70) 14. 点在直线
上的射影 (71) 15. 线段在直线上的射影 (71) 16. 射影定理
(71)

五、解直角三角形 (71)

- 1. 锐角三角函数的定义 (71) 2. 特殊角的三角函数值 (72) 3.
锐角三角函数的性质 (73) 4.* 同一个角的三角函数之间的关系
(73) 5. 互余的两个锐角的三角函数之间的关系 (73) 6. 解直角
三角形 (74) 7. 直角三角形中的边角关系 (74)

六、圆 (74)

- 1. 圆的定义、圆的基本性质 (74) 2. 点与圆的位置关系 (75)
3. 圆的确定 (75) 4. 垂径定理及其推论 (75) 5. 圆心角、弧、
弦、弦心距之间的关系 (76) 6. 圆周角 (76) 7. 圆周角定理及
其推论 (76) 8. 直线和圆的位置关系 (77) 9. 圆的切线的判定
(77) 10. 圆的切线的性质 (77) 11. 切线长定理 (78) 12. 弦
切角 (78) 13. 弦切角定理及其推论 (78) 14. 相交弦定理
(78) 15. 切割线定理及其推论 (79) 16. 三角形与圆 (79) 17.
圆的内接四边形及其性质 (80) 18.* 四点共圆 (圆内接四边形)
的判定 (80) 19. 圆的外切四边形及其性质 (81) 20.* 圆的外切四
边形的判定 (81) 21. 两个圆的位置关系 (81) 22. 圆心距、半
径与两圆的位置 (82) 23. 两圆相切或相交的性质 (82) 24. 两
圆的公切线 (82) 25. 两个圆的位置与内、外公切线 (83) 26.
正多边形和圆 (83) 27. 正 n 边形的性质 (84) 28.* 正三角形的
计算 (84) 29.* 正四边形 (正方形) 的计算 (85) 30.* 正六边
形的计算 (85) 31. 圆周长、弧长、圆的面积 (85) 32. 扇形的
面积 (86) 33. 弧形的面积 (86)

七、几种简单几何体 (87)

- 1.* 空间中的平行关系 (87) 2.* 空间中的垂直关系 (87) 3.* 长
方体的表面积和体积 (87) 4.* 正棱柱 (88) 5.* 正棱锥 (88)
6. 圆柱的表面积 (88) 7. 圆锥的表面积 (88)

附录

一、整数 (90)

1. 十进制整数的表示法 (90) 2. 整除 (90) 3. 质数与合数 (90) 4. 整除的基本性质 (90) 5. 被 2、3、5、7、9、11、13 等数整除的判定 (91) 6. 最大公约数和最小公倍数 (91) 7. 完全平方数 (92) 8. 同余 (93) 9. 整数的带余表示 (94) 10. 不定方程 (94) 11. 方程 $ax + by = c$ (a 、 b 、 c 为整数) 的整数解 (95) 12. $[x]$ 和 $\{x\}$ (95)

二、代数 (96)

1. 恒等式 (96) 2. 综合除法 (97) 3. 剩余定理和因式定理 (97) 4. 多项式恒等定理 (98) 5. 对称式、轮换式与交代式 (98) 6. 倒数方程 (99) 7. 函数图像的变换 (101) 8. 二次函数在闭区间上的最大和最小值 (102) 9. 一元二次方程的根的讨论 (102)

三、几何 (103)

1. 三角形中的计算公式 (103) 2. 不同三角形中的边角不等关系 (105) 3. 两边分别垂直的两个角 (106) 4. 梅涅劳斯定理 (106) 5. 塞瓦定理 (106) 6. 笛沙格定理 (107) 7. 西摩松线 (107) 8. 托勒密定理 (107) 9. 斯特瓦尔特定理 (107) 10. 轨迹 (108) 11. 基本轨迹 (109) 12. 平移变换 (110) 13. 旋转变换 (111) 14. 对称变换 (111) 15. 位似变换 (112)

四、重要的原理与方法 (114)

1. 抽屉原理 (114) 2. 容斥原理 (114) 3. 排序原理 (115)
4. 极端性原理 (115) 5. 反证法 (115) 6. 待定系数法 (115)
7. 构造法 (116) 8. 分类讨论法 (116) 9. 坐标法 (116) 10.

物 理

力 学

一、测量	(118)		
1. 长度的测量 (118)	2. 质量的测量 (120)	3. 体积的测量 (121)	
4. 力的测量 (124)	5. 测量误差 (125)		
二、质量和密度	(126)		
1. 质量 (126)	2. 密度 (127)		
三、力 (129)			
1. 力 (129)	2. 重力 (130)	3. 滑动摩擦力 (130)	4. 压力 (131)
5. 压强 (132)	6. 帕斯卡定律 (134)	7. 大气压强 (135)	
8. 浮力 (137)	9. 浮沉条件和漂浮条件 (140)	10. 二力平衡条件 (143)	
四、运动和力 (144)			
1. 机械运动 参照物 (144)	2. 速度 (145)	3. 牛顿第一运动定律和惯性 (146)	4. 运动和力 (147)
五、简单机械 (148)			
1. 杠杆和杠杆平衡的条件 (148)	2. 斜面 (150)		
六、功和能 (151)			
11. 功 (151)	2. 功率 (152)	3. 功的原理 (154)	4. 机械效率 (155)
5. 机械能 机械能转化和守恒定律 (159)			

光 学

- 1. 光的直线传播 (161) 2. 光的反射定律 (161) 3. 光的折射初步规律 (163) 4. 光学元件对光的传播方向的作用 (165) 5. 成像 (168) 6. 光的色散 (172) 7. 物体的颜色 (173)

热 学

一、热膨胀 热传递 (174)

- 1. 热膨胀 (174) 2. 热传递 (176) 3. 温度 (178)

二、热量 (180)

- 1. 热量 (180) 2. 燃料的燃烧值 (180) 3. 比热容 (181) 4. 热平衡方程 (183)

三、物态变化 (185)

- 1. 物态变化 (185) 2. 熔化和凝固 (186) 3. 气化 (188) 4. 液化 (190) 5. 升华和凝华 (191) 6. 物质三态变化的图解和图像 (191)

四、分子热运动 内能 (193)

- 1. 分子运动论的基本内容 (193) 2. 分子的热运动 (193) 3. 分子间的相互作用 (194) 4. 分子间结构 (194) 5. 内能 (195) 6. 能的转化和守恒定律 (196) 7. 热机 (196)

电 学

一、简单电现象 (197)

- 1. 摩擦起电 (197) 2. 导体和绝缘体 (199) 3. 电流 (200)

4. 电源 (201) 5. 电路 (202) 6. 电量 (205)

二、电流定律..... (206)

1. 电流强度 (206) 2. 电压 (207) 3. 电阻 (209) 4. 欧姆定律 (211)
5. 串联电路特点 (212) 6. 并联电路特点 (214)

三、电功、电功率..... (216)

1. 电功 (216) 2. 电功率 (217) 3. 焦耳定律 (219)

电磁现象

1. 磁性 磁体 (221) 2. 磁极间的相互作用 磁化 (221) 3. 磁场 (223)
4. 电流的磁场 (225) 5. 电磁铁 (229) 6. 磁场对电流的作用 左手定则 (230)
7. 电磁感应 右手定则 (231)

照明电路..... (234)

1. 照明电路的组成 (234) 2. 白炽电灯 (235) 3. 安全用电 (236)

化 学

一、化学基本概念和基本原理..... (241)

1. 物质的变化和性质 (241) 2. 物质的组成 (242) 3. 物质的分类 (242)
4. 化学用语和化学量 (247) 5. 质量守恒定律 (249)
6. 溶液 (249) 7. 原子结构 (252)

二、化学反应..... (253)

1. 化学反应的四种基本类型 (253) 2. 氧化还原反应与非氧化还原反应 (258)
3. 四种基本反应类型与氧化还原反应和非氧化还原反应的关系 (261)

三、化学基本计算..... (262)

1. 根据化学式的计算 (262)
2. 根据化学方程式的计算 (265)
3. 关于溶液的计算 (269)

四、化学实验..... (275)

1. 一些常用仪器的使用 (275)
2. 化学实验基本操作 (278)
3. 常见气体的制取 (283)
4. 物质的性质实验 (285)
5. 几种物质的检验 (287)

代数

一、实数

1. 有理数

正整数、零、负整数统称整数；正分数、负分数统称分数。整数和分数统称有理数。

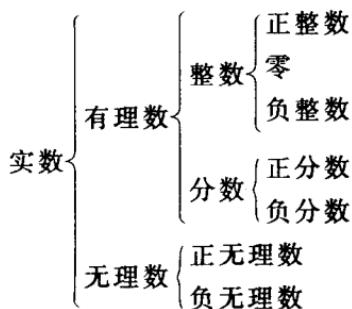
有限小数或无限循环小数是有理数。

2. 无理数

正无理数和负无理数统称为无理数，无限不循环小数是无理数。

3. 实数

有理数和无理数统称实数。即：



正整数即自然数，自然数中最小的是1，没有最大的自然

数。

整数可分为偶数和奇数，零是偶数，偶数一般用 $2n$ (n 是整数)表示，奇数一般用 $2n-1$ 或 $2n+1$ (n 是整数)表示。

正数和零统称为非负数。

4. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

数轴的功能是：为实数集和直线上的点集之间建立一一对应关系奠定了基础，就是说：任何一个实数对应数轴上的一个点，不同的实数对应不同的点；反之数轴上任何一个点对应一个实数，不同的点对应不同的实数。

5. 相反数

只有符号不同的两个数，叫做互为相反数，零的相反数还是零。

从数轴上看，除零以外，互为相反数的两个数所对应的点在原点的两旁且与原点距离相等。

$a+b=0 \Leftrightarrow a, b$ 互为相反数。

6. 绝对值

正数的绝对值就是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。即：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是该数所对应的数轴上

的点与原点的距离。

绝对值是非负实数，即 $|a| \geq 0$ 。

相反数的绝对值相等。

实数 a 和它的绝对值 $|a|$ 之间的关系是：

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

7. 倒数

乘积是1的两个数称为互为倒数。

$a \cdot b = 1 \Leftrightarrow a, b$ 互为倒数。

零没有倒数。1和-1的倒数是其本身。

8. 方根(平方根、立方根、算术根)

如果一个数的 n 次方(n 是大于1的自然数)等于 a ，那么这个数叫做 a 的 n 次方根。

即 $x^n = a \Leftrightarrow x$ 是 a 的 n 次方根。

当 $n=2$ 时，称为平方根。

正实数 a 的平方根有两个，它们互为相反数，其中正的平方根，称为 a 的算术平方根，并记作 \sqrt{a} ，另一个平方根是 $-\sqrt{a}$ 。就是说， $a > 0$ 时， a 的平方根是 \sqrt{a} 和 $-\sqrt{a}$ ，前者叫算术平方根。

0的平方根只有一个就是0，也称为算术平方根。

负实数的平方根在实数集上不存在。

当 $n=3$ 时，称为立方根。

一个实数的立方根只有一个(指在实数集上)，正数的立方根是正数，负数的立方根是负数，0的立方根还是0。

a 的立方根，记作 $\sqrt[3]{a}$ 。