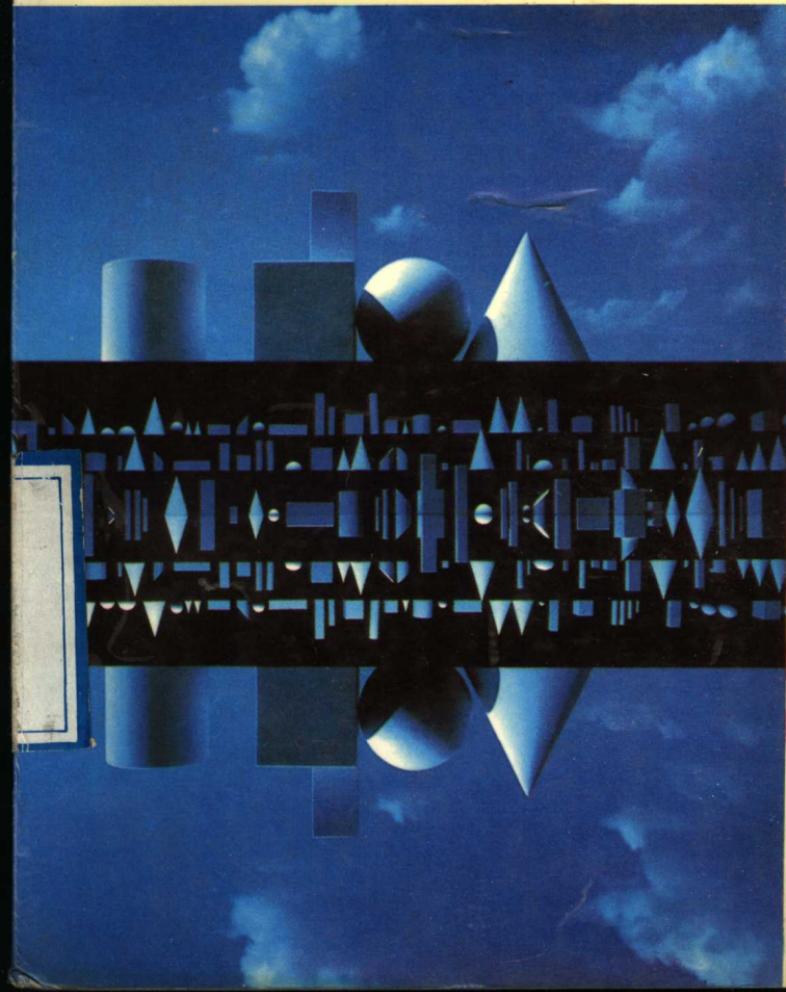


# 数学模型选谈

SOME TOPICS ON MATHEMATICAL MODELING

走向数学丛书

华罗庚 王 元 著



走向数学丛书

# 数学模型选谈

华罗庚 著  
王 元  
王 克 译

湖南教育出版社

## 数 学 模 型 选 谈

—在中华人民共和国普及  
数学方法的若干个人体会

Mathematical Modeling  
—Popularizing Mathematical  
Methods in the People's  
Republic of China Some  
Personal Experiences

华罗庚 王 元 著

Hua Loo-Keng Wang Yuan

王 克 译

Wang Ke

责任编辑：孟实华

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷三厂印刷

787×1092 毫米 32 开 印张：6.875 字数：140,000

1991年12月第1版 1991年12月第1次印刷  
印数：1—1100

ISBN7—5355—1374—3 / G · 1369

定 价：3.00元

“走向數學” 兮書

陳省身題



# 《走向数学》丛书编委会

顾问：王 元 丁石孙

主编：冯克勤

编委：李 忠 史树中 唐守文

黎景辉 孟实华



## 作者简介

华罗庚，数学家。男，1910年11月12日出生于江苏省金坛县。1985年6月12日卒于日本东京。

华罗庚1931年被邀到清华大学工作，1933年任助教，1934年，任“中华文化教育基金会董事会”研究员。1936年去英国剑桥大学任访问学者。1938年回国，任昆明西南联合大学正教授。1946年去美国，先后在普林斯顿高等研究院，普林斯顿大学与依利诺大学访问或任教授。1950年回国，先后任清华大学教授，中国科学院数学研究所所长，应用数学研究所所长，数理化学部委员，学部副主任，中国科学技术大学数学系主任，副校长。中国科学院副院长，主席团委员。中国数学会理事长，中国科学技术协会副主席和中国民主同盟副主席。全国人民代表大会常务委员及全国政治协商会议副主席。1979年加入中国共产党。

华罗庚的名字被列入华盛顿斯密司宋尼博物馆与芝加哥科技博物馆中陈列的著名数学家行列。他被选为美国科学院国外院士，第三世界科学院院士与西德巴伐利亚科学院院士。法国兰西大学，美国依利诺大学，香港中文大学授予华罗庚荣誉博士。

华罗庚是中国近代数学很多领域研究的创始人与开拓者。早在40年代，华罗庚就求得一般多项式的完整三角和的最佳估计，这是高斯和及其估计的推广。他的专著《堆

《堆素数记》40年代首先在苏联出版，以后陆续出了中文、匈牙利文、德文、日文、英文版，40多年来，一直是解析数论必引的经典文献。

从1959年开始，华罗庚与王元研究了在近似分析中。如何用基于数论思想的可计算与决定性方法来尽可能取代统计实验的蒙特卡罗方法的问题。他们建议的方法基于代数数论与丢番图逼近论。这一方法用于重积分近似计算很有效。国外称为“华—王方法”。获陈嘉庚奖。

华罗庚花了很多心血培养年青数学家。越民义，万哲先，龚升，陆启铿，王元，陈景润，许孔时，严士健，吴方，魏道政，许以超，钟家庆，冯克勤，裴定一等教授都是他直接领导之下工作的学生，受他影响的数学家就更多了。

华罗庚还很重视数学普及工作，亲自为中学生撰写科普读物。华罗庚从1958年开始即率领他的学生与其他数学家去中国工业部门从事数学方法在工业生产与管理中的直接应用，有成千上万的工人与技术人员听过他的报告。特别是他撰写的《优选法评话》与《统筹法评话》，已为广大群众所了解，取得重大的经济效益。

王元，数学家，男，1930年4月30日出生于江苏省镇江市。

王元1952年在浙江大学数学系毕业后。到中国科学院数学研究所工作，在华罗庚教授指导下，研究数论及其应用。1956年升任助理研究员，1963年任副研究员，1978年任研究员，并被选为中国科学院数学物理学部委员。历任中国科学院数学研究所所长，中国科学技术协会常务委员会委员，中国数学会理事长，及全国政治协商会议委员。

王元是中国数论很多领域研究的创始人与开拓者。早在1953年，王元即从事筛法与哥德巴赫猜想的研究。在1956

年，他证明的每个充分大的偶数都是一个不超过3个素数的乘积及一个不超过4个素数的乘积之和，简记为 $(3, 4)$ 。这一结果改进了苏联数学家布赫夕塔布的记录 $(4, 4)$ 。1957又将结果推进至 $(2, 3)$ 。在这项工作的基础上，我国数学家潘承洞证明了 $(1, 5)$ 与 $(1, 4)$ 。最后，我国数学家陈景润证明了 $(1, 2)$ ，这样要完全解决哥德巴赫猜想只差了一个素数。国际上称为“陈氏定理”。陈景润，王元与潘承洞关于哥德巴赫猜想的研究得到1981年颁发的国家自然科学一等奖。

从1959年开始，华罗庚与王元研究了在近似分析中，如何用基于数论思想的可计算与决定性方法来尽可能取代统计实验的蒙特卡罗方法的问题。他们建议的方法基于代数数论与丢番图逼近论。这一方法用于重积分近似计算很有效。国外称为“华—王方法”。获陈嘉庚奖。

1980年以后，王元从事于代数解析数论的研究。将有理数域上的关于丢番图方程与不等式的结果，推广至代数数域上去，得到同等精密的结果。他关于这方面的系统研究，已总结成专著《代数数域上的丢番图方程与不等式》，即将在西德斯普林格出版社出版。

王元花了很多心血培养中国的年青数论学家。冯克勤，裴定一，陆洪文，谢盛刚，陆鸣皋，於坤瑞，徐广善，王连祥，朱尧辰与张荣肖等教授都是曾在直接领导下工作的学生。他也对其他一些数学家作过影响。

王元也注意数学普及工作，曾协助华罗庚从事过中学生数学竞赛活动，也去过中国工业部门普及数学方法。还为中学生与工程技术人员撰写过数学普及书籍。

# 前　　言

王　元

从力学、物理学、天文学直到化学、生物学、经济学与工程技术，无不用到数学。一个人从入小学到大学毕业的十六年中，有十三、四年有数学课。可见数学之重要与其应用之广泛。

但提起数学，不少人仍觉得头痛，难以入门，甚至望而生畏。我以为要克服这个鸿沟，还是有可能的。近代数学难于接触，原因之一大概是由其符号、语言与概念陌生，兼之近代数学的高度抽象与概括，难于了解与掌握。我想，如果知道讨论的对象的具体背景，则有可能掌握其实质。显然，一个非数学专业出身的人，要把数学专业的教科书都自修一遍，这在时间与精力上都不易做到。若停留在初等数学水平上，哪怕做了很多难题，似亦不会有有助于对近代数学的了解。这就促使我们设想出一套“走向数学”小丛书，其中每本小册子尽量用深入浅出的语言来讲述数学的某一问题或方面，使工程技术人员，非数学专业

的大学生，甚至具有中学数学水平的人，亦能懂得书中全部或部分含义与内容。这对提高我国人民的数学修养与水平，可能会起些作用。显然，要将一门数学深入浅出地讲出来，决非易事。首先要对这门数学有深入的研究与透彻的了解。从整体上说，我国的数学水平还不高，能否较好地完成这一任务还难说。但我了解很多数学家的积极性很高，他们愿意为“走向数学”撰稿。这很值得高兴与欢迎。

承蒙国家自然科学基金委员会、中国数学会数学传播委员会与湖南教育出版社支持，得以出版这套“走向数学”丛书，谨致以感谢。

## 中文版序言

王 元

当我在1988年冬第一次见到本书的样书时，心情是复杂的。我既为成果的面世而喜悦，又为华老未能见到他的著作出版而忧伤。

早在1958年，华老即投身于数学方法在我国工业部门中的普及工作。经过多年摸索，他才确定了以改进生产工艺过程的“优选法”与进行生产组织管理的“统筹法”作为其普及的数学方法。他所选择的方法虽多从国外引进，但他是经过认真比较、简化与改进，最后确定一些适合于中国工业发展水平的数学方法来加以普及。这项工作，他坚持了二十多年，取得了丰富的经验与成果。本书将叙述他个人、朋友与学生的一些经验体会，所以仅仅是个人经验介绍。

另一方面，像华老这样著名的数学家，花这么多时间与精力去从事数学在工业生产与管理中的应用与普及工作，是否合适？在社会上，包括学术界，曾有各种不同看法，我觉得是不足为奇的。一些看法的产生，有传统观念的影响，也由于彼此缺乏了解与理解。我只想说一点，即数学普及工作决非易事。华老曾说过：“我过去搞纯粹数学，每过四、五年就能对一门数学略有成就，现在搞数学应用与普及，搞了这么多年，还觉得未入门呢！”我相信这是他的经验之谈，原因是我也跟他一起搞过短时间，颇有同感。

本书是以“在中华人民共和国普及数学方法的若干个人体会”为名，在美国 Birkhäuser 公司以英文出版，为该公司的“数学模型”系列丛书之一。我们最希望能在我国出版中文版，所以在出版合同上，我们保留了在中国出中文版的权利。承世界图书出版公司帮助，本书得在我国出版发行少量英文版。特别令人高兴的是最近承自然科学基金委员会、中国数学会数学传播委员会与湖南教育出版社的支持，将本书的中文版列入系列丛书“走向数学”之中，这将使更多读者能见到此书。作为对华老的纪念，书中收入了段学复教授及田方增教授写的怀念华老的回忆文章，又承王克教授承担繁重的翻译工作，在此谨致以感谢。

## 感 谢

首先，我要感谢美国 Bell 实验室的 H.O.Pollak 博士，承他好意，邀请我在第四届国际数学教育会议上和 Bell 实验室作了题为“在中华人民共和国普及数学方法的若干个人体会”的报告<sup>①</sup>。他多次来信，建议我将报告补充，整理成书，在 Birkhäuser (Boston) 出版社出版。因此，本书的出版与他的好意建议和热心关怀是分不开的。

我要特别感谢近二十年来从事普及数学方法的同事们及广大工人与技术人员，他们做了大量创造性工作。由于人数众多，无法在此一一列举，但要特别提出陈德泉和计雷同志，他们从开始到现在都跟我一起工作。

本书的一部分是王元教授根据我的报告撰写的。若无他参加工作，以我目前繁忙的工作与健康状况，本书是不会这样快写成的。

我还要感谢 Birkhäuser (Boston) 出版社的 K.Peters 与 W.Klump 博士在本书出版过程中给予的帮助。

华罗庚

1982年12月

---

①本报告还在英国 Birmingham 大学、London 数学会、美国数学会及西欧与美国若干大学讲过。

# 序

华罗庚教授是我国最早从事数学方法普及工作的数学家。早在 1958 年，他就倡议在工业生产中推广应用运筹学中的数学方法。他和他的学生赵民义、万哲先和王元等到我国运输部门，从事运输问题中的数学方法的普及工作。他和他的学生及其他数学家，一度曾在北京市与山东省组织过群众运动，推广与应用线性规划中的数学方法。但由于这些方法使用范围有限，计算也比较复杂，所以至今在我国，这些方法主要只在少数部门，例如运输部门中推广使用。

1958 年，华罗庚就倡议在制订国民经济计划时，使用投入——产出法。他不仅宣讲这一方法，并进行了深入的研究。他还讲授了与这一理论相关的非负元素矩阵理论，并指出某些理论上的重要结果在经济学上的重要意义。

在我国工业部门真正很好地进行普及数学方法的工作，是 1965 年重新开始的。华罗庚精辟地总结了这些年来从事普及数学方法工作的经验。他提出并解决了普及数学方法的目的、内容及方法，也就是他所说的“三条原则”，即 1) 为谁？2) 什么技术？及 3) 如何推广？（见“导论”）。首先，建立了普及数学方法小分队，以华罗庚为领导，他的学生陈德泉、计雷为主要队员。华罗庚选择了以改进生产工艺问题为内容的优选法及处理生产组织与管理问题为内容的统筹法作为普及工作的内容。在浩如烟海的应用数学文献中，找出适合在我国这样一个小工厂众多，工业技术水平比较落后的国家中能普及应用的数

学方法，而且又要讲得通俗易懂，使我国广大文化程度不高的普通工人都能听懂，能运用，这本身就是非常困难的事。为此，华罗庚撰写了《优选法平话及其补充》与《统筹方法平话及补充》两本科普读物，深受我国广大工人的欢迎。计算起来，他从事普及数学方法所耗去的精力与时间，并不少于他作为第一流的数学家在纯粹数学几个领域进行开辟性研究所耗去的精力与时间。当然，在近二十年来，他仍利用点滴时间从事数学理论工作，对他接触过的应用数学方法，他总是认真研究它们的理论及严格的数学证明。

从1965年开始，华罗庚及其小分队到过我国二十多个省、市、自治区的几百个城市，几千个工厂，给几百万工人及技术人员讲课，使他们学会优选法与统筹法，并用于改进他们的工作。小分队每到一个省，立即到一个工厂或矿山所在地。把省内及外省的二百人左右集合起来，举办约一周的学习班。除讲三、四次课外，都是小组讨论。讨论的内容是如何将优选法与统筹法应用于各人自己的工作，或当地的生产过程中去。一周后，即分别奔赴全省各工业单位，与各厂的领导、工人与技术人员结合起来，共同工作。在这个过程中，华罗庚总是轮流到全省各主要城市及工厂中去亲自指导，及时了解一些成功的经验与失败的教训。然后再召集其它城市的代表到某工厂或矿山现场去开会，学习这些经验，以便进一步改进自己的工作。因此，小分队的工作范围和领域很广。每到一个省，常常得到上万项成果，产生了巨大的经济效益；并能在小分队离开后，自己将优选法与统筹法用于以后的工作。当然，普及数学方法的工作能在我国取得这样的成功，与华罗庚本人在我国人民中享有的名望是分不开的。

1980年，华罗庚教授应H.O.Pollak博士的邀请，在第四

届国际数学教育会议及 Bell 实验室作了题为“在中华人民共和国普及数学方法的若干个人体会”的报告。这篇报告加以修订，就是本书的“导论”。以后各章将详细阐述“导论”中提到的各个问题。这一部分是由我协助他共同写成的。投入——产出法由于材料太多，故未收入本书。

我从 1952 年开始，即跟华罗庚教授从事数论研究。数学方法普及工作只参加过少数几次，所以，在我撰写的部分中，难免有疏漏甚至错误之处。由于本书涉及面广，文献繁多，本书只列举了其中有关的少数文献。有兴趣的读者可以查阅有关的文献与专著。

王 元

1982 年 12 月

## 英文版校订者序

对原稿作了四方面的改动。

- 1) 由于语言上的障碍，全部手稿都作了改写。修订之处兼顾了英语清晰易懂的需要，以及力求保持原稿特色的目的。文中仍有若干段落还不够明确，编者较难领悟其原意，所以保留了原样。
- 2) 为了使论著更明了，对定理的公式化、定理的证明和举例，作了若干改动。所有这些改动都忠实于原作思想。
- 3) 原第一章“物体表面积与体积的近似计算”，决定用华罗庚与王元合写的更为广博的“关于在等高线图上计算矿藏储量与坡地面积的问题”论文代替。该文发表在中国的《数学学报》1961年第1期上，由胡·戴德 (Hu Dide) 翻译成英文。该论文收在海·哈贝斯坦 (H.Halberstan) 主编的《华罗庚文选》(斯普林格出版社 Springer Verlag 出版，1983年) 中。
- 4) 决定将很短的第十二章“矩阵的广义逆”取消，导论中对此章的一些参考论述也删掉了，因为这一课题与本书其它章节不搭配。由于同样的理由，第二章中的“火箭的发射点与射程”一节，也予取消。

因为原稿没有包含许多现代的与容易理解的参考文献，校订者在每章末增加了一些规范的参考文献。

华罗庚于1985年6月12日在东京逝世。这里收入了海涅·哈贝斯坦 (Heini Halberstan) 写的“悼念华罗庚”一文。