中学数学选择题

《中学生数学》编辑部 编

高二·上册

测绘出版社

中学数学选择题

高二上册

《中学生数学》编辑部编

测绘出版社

使用本书须知

本书中每道选择题都给出了（A）、（B）、（C）、（D）四个供选择的答案，其中有一个且仅有一个答案是正确的。

中学数学选择题

高二上册

《中学生数学》编辑部编

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂排版

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 · 印张 3.625 · 字数 79 千字

1985 年 12 月第一版 · 1985 年 12 月第一次印刷

印数 1—53000 册 · 定价 0.65 元

统一书号：7039·新 435

社科 [139-225]

编 者 的 话

我们编这一套《中学数学选择题》有三个目的：

一、适应标准化试题的发展趋势

为了便于用电脑评定与分析试卷，世界上很多国家已推行标准化试题，其中大部分都采用选择题。从1981年开始，每年一次的全国省、市、自治区中学生联合数学竞赛，有一部分试题是选择题，受到许多中学老师和同学的好评和欢迎，说明选择题是一种较好的试题形式。但是据我们了解，由于中学同学平时选择题的训练较少，在考试时惯于按通常的解题方式和路子解选择题，从而解题速度较慢，因此我们感到编一些系列化的选择题是很有必要的。

二、帮助中学同学提高数学的判断能力

在分析问题和解决问题时，"判断"是一个重要的环节，解选择题有助于判断能力的提高。通过特殊的例子去否定错误的结论，在数学上通常称为举反例。在数学发展过程中，举反例与用证明去肯定正确的结论几乎是同样重要，因此举反例也是一种非常需要的能力。可是过去中学的数学练习中，举反例却没有占适当的比率。一种较好的解选择题办法是用举反例去发现一些错误答案，然后选定正确的答案，因此本书不少选择题将提供举反例训练的机会。善于举出巧妙的反例，将能提高同学们的判断能力。

三、减轻中学同学数学作业的负担

当前中学生的作业负担普遍过重，特别是数学练习题负担更重。实际上并不需要对每题都详细地推算、论证和书写，

多数题目可简要地抄写、演算或论证几个关键之处，用脑思索解题的过程也就可以达到练习的效果，大多数选举题就可以如此做，因此解选择题比解其它形式的习题要节省时间，以适量的选择题代替其它练习题将可以提高学习的效率。

为了帮助同学们及时巩固课堂上所学的内容，这份练习题是以教材章节为单元，每单元30题，学完教材的每一章节后，就可以进行相应单元的练习。为了从易到难循序渐进，我们把每一单元的练习题按难易程度分为甲、乙、丙三组。为了便于自我测验，在每一单元的题目后先列出答案，可供自行评分。然后再附有较详细的提示或解答，以作为同学们思考和质疑的钥匙。

这一习题集中相当数量的题目是我们自编的。选择题中候选的错误答案应该是有可能导致的，这样才能帮助同学们纠正某些错误。由于我们在较短时间内编写大量的题目，有些候选答案不甚确当。另外，我们想使某些题目有些新意，就可能导致题目难度过大。这些不足之处，望广大中学老师和同学们今后给以指正，以便再版时改正。

这一套习题集由本刊副主编裘宗沪担任执行主编，本册的代数部分由裘宗沪编写，几何部分由胡大同编写。

《中学生数学》编辑部

目　录

编者的话

第一部分　代　数

第一章　反三角函数和简单三角方程…………………（1）

第二章　数列……………………………………………（21）

第三章　不等式…………………………………………（41）

第二部分　解析几何

第一章　直线……………………………………………（62）

第二章　二次曲线………………………………………（77）

第三部分　综合练习

第一部分 代　　数

第一章　反三角函数和简单三角方程

甲　　组

1. $2\arcsin\left(-\frac{9}{10}\right)$所表示的角在

(*A*) 第一象限.　　(*B*) 第二象限.

(*C*) 第三象限.　　(*D*) 第四象限.

2. $\arccos\left[\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$的值是

(*A*) $\frac{2\pi}{3}$.　　(*B*) $-\frac{2\pi}{3}$.

(*C*) $\frac{\pi}{3}$.　　(*D*) $-\frac{\pi}{3}$.

3. $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+\operatorname{arctg}(-1)$

$+\operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$的值等于

(*A*) $\frac{23}{12}\pi$.　　(*B*) $\frac{17}{12}\pi$.

(*C*) $\frac{15}{12}$.　　(*D*) $-\frac{13}{12}\pi$.

4. $2\ \mathrm{arc}\cos\left(-\frac{4}{5}\right)+\mathrm{arc\ ctg}\left(-\frac{3}{4}\right)$所表示的角在

(*A*) 第一象限. (*B*) 第二象限.

(*C*) 第三象限. (*D*) 第四象限.

5. 函数$y=\mathrm{arc}\sin(1-x)$,

Ⅰ. 它的定义域是$0\leqslant x\leqslant 2$.

Ⅱ. 在定义域上是奇函数.

Ⅲ. 在定义域上是单调函数.

以上三个结论中,

(*A*) 仅Ⅰ是正确的.

(*B*) 仅Ⅰ、Ⅱ是正确的.

(*C*) 仅Ⅱ、Ⅲ是正确的.

(*D*) 以上结论都不对.

6. 函数$y=\mathrm{arc}\cos\frac{2x}{1+x^2}$的定义域是

(*A*) $[0, 1]$. (*B*) $[-1, 1]$

(*C*) $[0, \infty)$. (*D*) $(-\infty, \infty)$.

7. 函数$y=\frac{1}{3}\mathrm{arc\ tg}(5x-8)+\frac{\pi}{6}$的值域是

(*A*) $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$. (*B*) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

(*C*) $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$. (*D*) $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$.

8. Ⅰ. $\mathrm{arc}\sin x=\frac{\pi}{2}-\mathrm{arc}\cos x$.

Ⅱ. $\mathrm{arc}\sin x=\mathrm{arc}\cos\sqrt{1-x^2}$.

Ⅲ. $\arcsin x=\operatorname{arc\,tg}\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

以上三个等式中,

(A) 仅Ⅰ和Ⅱ正确. (B) 仅Ⅱ和Ⅲ正确.

(C) 仅Ⅲ和Ⅰ正确. (D) 三个都正确.

9. 若 $x\neq 0$, 则 $\operatorname{arc\,tg} x$ 等于

(A) $\operatorname{arc\,ctg}\dfrac{1}{x}$. (B) $\pi-\operatorname{arc\,ctg}\dfrac{1}{x}$.

(C) $\operatorname{arc\,ctg}\dfrac{1}{x}-\pi$. (D) 以上答案都不对.

10. 方程 $\dfrac{2\sin x}{\sin 2x}=1$ $(-2\pi\leqslant x\leqslant 2\pi)$,

(A) 有一个解. (B) 有两个解.

(C) 无解. (D) 以上结论都不对.

11. 在 $0\leqslant x\leqslant 2\pi$ 范围内, 方程

$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}-2x\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{5}\right)$$

(A) 有 5 个解. (B) 有 4 个解.

(C) 有 3 个解. (D) 有 1 个解.

12. 若 $\operatorname{arc\,tg}\dfrac{1}{5}+\operatorname{arc\,tg}\dfrac{1}{x}=\dfrac{\pi}{4}$, 则 x 等于

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{5}{6}$. (C) $\dfrac{4}{3}$. (D) $\dfrac{3}{2}$.

乙 组

13. 若 m 是整数, 则 $\arccos\dfrac{(-1)^m}{2}$ 等于

(A) $\frac{2}{3}\pi$.　　　(B) $\pi-(-1)^m\frac{1}{3}\pi$.

(C) $\frac{\pi}{2}+(-1)^m\frac{\pi}{6}$.　(D) $\frac{\pi}{2}-(-1)^m\frac{\pi}{6}$.

14. Ⅰ. $\arccos(\cos x)=x$.

Ⅱ. $\cos(\arccos x)=x$.

Ⅲ. $\arccos[\cos(-x)]=x$.

Ⅳ. $\cos[\arccos(-x)]=x$.

(A) 仅Ⅰ和Ⅱ正确.

(B) 仅Ⅰ和Ⅲ正确.

(C) 仅Ⅱ和Ⅳ正确.

(D) 其中仅有一个是正确的.

15. 当 $\pi\leqslant x\leqslant 2\pi$ 时，$\operatorname{arc\,ctg}(\operatorname{ctg} x)$等于

(A) $\pi-x$.　　(B) $x-\pi$.

(C) $2\pi-x$.　　(D) x.

16. 若 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$(k\in Z)$，则

$\arcsin(\sin x)$等于

(A) $x-k\pi$.　　(B) $k\pi-x$.

(C) $x-2k\pi$.　　(D) $2k\pi-x$.

17. $\operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$的值等于

(A) $-\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) -3. (D) 3.

18. $\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)-\arcsin\left(-\frac{2}{7}\right)$.

$\arccos\left(-\frac{1}{5}\right)-\arccos\frac{1}{4}$.

$\arccos\frac{3}{5}-\arcsin\frac{2}{3}$.

在上面三个式子中，取正值的式子个数是

（A） 0． （B） 1． （C） 2． （D） 3．

19. $\arcsin\frac{2}{3}$， $\operatorname{arctg}\frac{3}{2}$， $\arccos\frac{4}{5}$

三者大小的顺序是

（A） $\arcsin\frac{2}{3}<\operatorname{arctg}\frac{3}{2}<\arccos\frac{4}{5}$．

（B） $\arccos\frac{4}{5}<\arcsin\frac{2}{3}<\operatorname{arctg}\frac{3}{2}$．

（C） $\operatorname{arctg}\frac{3}{2}<\arccos\frac{4}{5}<\arcsin\frac{2}{3}$．

（D） $\arccos\frac{4}{5}<\operatorname{arctg}\frac{3}{2}<\arcsin\frac{2}{3}$．

20. 方程 $\operatorname{tg}3x=\operatorname{tg}x$ 的解集是

（A） $x=k\pi$，$k\in Z$.

（B） $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$.

（C） $x=k\pi$ 和 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$.

（D） 以上结论都不对．

21. 在 $0\leqslant x\leqslant 6\pi$ 的范围内，方程

$$2\cos^2x+3\sin x=3$$

(A) 有 3 个解.　　(B) 有 6 个解

(C) 有 9 个解.　　(D) 有 10 个解.

22. 方程 $2\sin^2 x+\sin^2 2x=2$ 的解集是

(A) $x=k\pi+\frac{\pi}{4}$, $k\in Z$.

(B) $x=k\pi-\frac{\pi}{4}$, $k\in Z$.

(C) $x=k\pi\pm\frac{\pi}{4}$, $k\in Z$.

(D) 以上结论都不对.

23. 设方程 $\sin 4x=0$ 的解集是M, 方程 $\cos 2x=1$ 的解集是N, 那么

(A) $M\subset N$.　　(B) $M\supset N$.

(C) $M=N$.　　(D) 以上结论都不对.

24. 满足关系式

$$\arccos x-\arcsin x=\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$$

的x, 它是

(A) 方程 $6x^2-5x+1=0$ 的根.

(B) 方程 $|2x-1|=2$ 的根.

(C) 方程 $\sqrt{2x+3}=3$ 的根.

(D) 边长为 1 的等边三角形面积的两倍.

丙　　组

25. 若 $\arccos x<\arccos(1-x)$, 则

(A) $0<x<\frac{1}{2}$.　　(B) $-1\leqslant x\leqslant 1$.

(C) $\frac{1}{2}<x\leqslant 1$.　　(D) $0<x\leqslant 1$.

26. 在 $0\leqslant x\leqslant 2\pi$ 的范围内，方程

$$\cos 2x=\cos x(\sin x+|\sin x|)$$

(A) 有一个解.　　(B) 有两个解.

(C) 有三个解.　　(D) 有四个解.

27. 方程 $\sin^3 x+\cos^3 x=1-\frac{1}{2}\sin 2x$,

Ⅰ. 与方程 $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的解集相同.

Ⅱ. 与方程 $1-\frac{1}{2}\sin 2x=0$ 的解集相同.

Ⅲ. 它的解集是 $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$.

(A) 仅Ⅰ是正确的.　　(B) 仅Ⅱ是正确的.

(C) 仅Ⅲ是正确的.　　(D) 以上结论都不对.

28. 设 θ 的取值范围是 $0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$.若两个二次方程

$$x^2+x\cos\theta+\sin\theta=0,$$

$$x^2+x\sin\theta+\cos\theta=0,$$

至少有一个相同的实根，则 θ

(A) 仅可以取一个值.

(B) 可以取两个不同的值.

(C) 可以取三个不同的值.

(D) 可以取四个不同的值.

29. 若 $0<x<1$，$\alpha=2\operatorname{arc\,tg}\frac{1+x}{1-x}$，$\beta=\arcsin\frac{1-x^2}{1+x^2}$，

则 α 与 β 满足关系式

(A) $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$.　　(B) $\alpha+\beta=\pi$.

(C) $\alpha=\beta$.　　(D) $\frac{\pi}{2}<\alpha+\beta<\pi$.

30. 设 $M=\{(x,y)\,|\,|xy|=1,\ x>0\}$,

$N=\{(xy)\,|\,\text{arc tg}\,x+\text{arc ctg}\,y=\pi\}$,

那么

(A) $M\cup N=\{(x,y)\,|\ |xy|=1\}$

(B) $M\cup N=M$.

(C) $M\cup N=N$.

(D) $M\cup N=\{(x,y)\,|\,|xy|=1$, 且$x$, y不同时为负数$\}$.

答　案

1. (C)	2. (A)	3. (B)	4. (A)	5. (D)
6. (D)	7. (D)	8. (C)	9. (D)	10. (C)
11. (B)	12. (D)	13. (D)	14. (D)	15. (B)
16. (C)	17. (A)	18. (C)	19. (B)	20. (A)
21. (C)	22. (D)	23. (B)	24. (A)	25. (C)
26. (D)	27. (A)	28. (C)	29. (B)	30. (B)

提示和解答

1. 反正弦函数是单调增函数。

因为 $-\frac{9}{10}<-\frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $-\frac{\pi}{2}<\arcsin\left(-\frac{9}{10}\right)<-\frac{\pi}{3}$,

从而 $-\pi<2\arcsin\left(-\frac{9}{10}\right)<-\frac{2\pi}{3}$.

答案：(C)

2. 因为 $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$,

所以 $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)=\pi-\arccos\frac{1}{2}=\frac{2\pi}{3}$.

答案：(A)

3. $\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{2\pi}{3}=\frac{17}{12}\pi$.

答案：(B)

4. 因为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}<-\frac{4}{5}<-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以
$$\frac{3}{4}\pi=\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)<\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)$$
$$<\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{5}{6}\pi,$$

从而 $\frac{3}{2}\pi<2\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)<\frac{5}{3}\pi$.

又 $\frac{\pi}{2}<\operatorname{arc\,ctg}\left(-\frac{3}{4}\right)<\operatorname{arc\,tg}(-1)=\frac{3}{4}\pi$,

故
$$2\pi<2\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)+\operatorname{arc\,ctg}\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$<\frac{29}{12}\pi<2\frac{1}{2}\pi.$$

答案：(A)

5. $-1\leqslant 1-x\leqslant 1\Longrightarrow 0\leqslant x\leqslant 2$，即 I 正确.

$\arcsin(1+x)\neq -\arcsin(1-x)\Longrightarrow$ Ⅱ不正确.

若 $x_1<x_2$，则 $1-x_1>1-x_2$，而 $\arcsin x$ 是增函数，故

$$\arcsin(1-x_1)>\arcsin(1-x_2),$$

因此，$\arcsin(1-x)$是单调减函数，Ⅲ是正确的.

答案：(D)

6. 对任意实数 x，

$$(1-x)^2\geqslant 0\Longrightarrow 2x\leqslant 1+x^2\Longrightarrow -1\leqslant \frac{2x}{1+x^2}\leqslant 1.$$

答案：(D)

7.
$$-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arc\,tg}(5x-8)<\frac{\pi}{2},$$

$$-\frac{\pi}{6}<\frac{1}{3}\operatorname{arc\,tg}(5x-8)<\frac{\pi}{6},$$

故 $0=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{6}<y<\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$.

答案：(D)

8. 当 $x=-\dfrac{1}{2}$，$\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$，而

$$\arccos\sqrt{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\pi}{6},$$

因此，Ⅱ式不成立，请读者自证 I 和Ⅲ成立.

答案：(C)

9. 要分两种情况：

当 $x>0$ 时，令 $\operatorname{arc\,tg} x=\alpha$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，

则 $x=\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}\Longrightarrow\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{1}{x}$,

从而 $\operatorname{arc\,tg}x=\alpha=\operatorname{arc\,ctg}\dfrac{1}{x}$.

当 $x<0$ 时，$-x>0$,

$$\operatorname{arc\,tg}x=-\operatorname{arc\,tg}(-x)=-\operatorname{arc\,ctg}\frac{1}{-x}$$

$$=-\left(\pi-\operatorname{arc\,ctg}\frac{1}{x}\right)=\operatorname{arc\,ctg}\frac{1}{x}-\pi.$$

答案：(D)

10. 若 $\sin x=0$，则 $\sin 2x=0$，方程无意义.

若 $\sin x\neq 0$，则

$$\frac{2\sin x}{\sin 2x}=1\Longrightarrow\cos x=1\Longrightarrow\sin x=0$$

导致矛盾，因此方程无解.

答案：(C)

11. 由给出的方程，得

$$\frac{\pi}{3}-2x=2k\pi+x+\frac{\pi}{5},\qquad(1)$$

或 $$\frac{\pi}{3}-2x=2k\pi+\pi-x-\frac{\pi}{5},\qquad(2)$$

由（1）得 $$x=\frac{2(-15k+1)\pi}{45},\ k\in Z,\qquad(3)$$

由（2）得 $$x=\frac{(-30k-7)\pi}{15},\ k\in Z,\qquad(4)$$

在 $0\leqslant x\leqslant 2\pi$ 范围内，对于(3)，k 仅允许取值0，