新世纪百科知识金典
XINSHIJI BAIKE ZHISHI JINDIAN

# 高中数学试题评析

张惠莉 主编

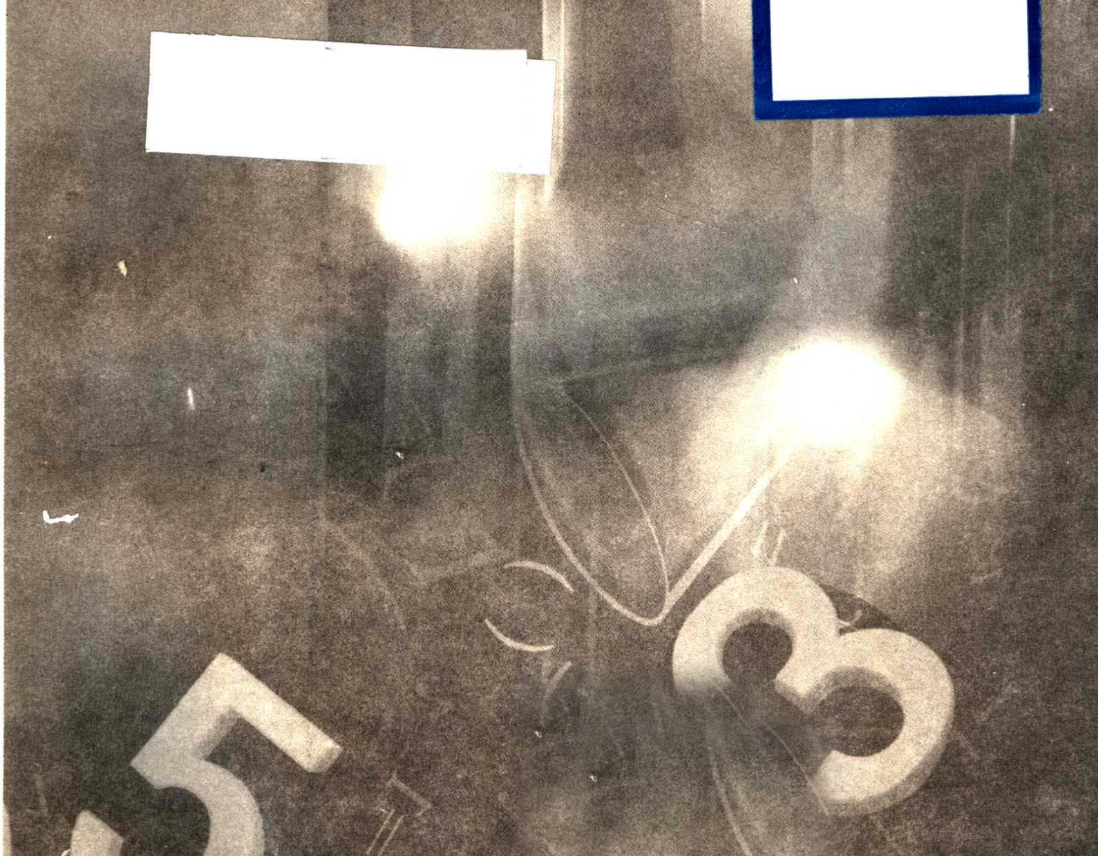
重庆出版社

新世纪百科知识金典

XINSHIJI BAIKE ZHISHI JINDIAN

# 高中数学试题评析

张惠莉 主编



重庆出版社

责任编辑　**赵　剑**
封面设计　**金乔楠**
技术设计　**刘黎东**

新世纪百科知识金典

**高中数学试题评析**

**张惠莉　主编**

---

重庆出版社出版、发行　（重庆长江二路205号）
新　华　书　店　经　销　重庆新华印刷厂印刷

*

开 本850×1168　1/32　印张7　插页4　字数 184　千
1999年4月第一版　　　1999年4月第一版第一次印刷
印数：1—5,000

*

ISBN7－5366－4174－5/G·1455
定价：10.20元

# 总序

21 世纪就在眼前。我们既要把握中华民族全面振兴的极好机遇，同时又要迎接世界各国综合国力主要是经济力的激烈竞争。科技是第一生产力，发展高科技是在综合国力竞争中立于不败之地的关键所在。培养一代有理想、有道德、有文化、有纪律的公民，在综合国力激烈竞争中赢得胜利，是决定中华民族命运的大事。

党的十五大为建设有中国特色社会主义的伟大事业绘制了宏伟的蓝图，赋予了教育文化战线的同志为建设有中国特色社会主义文化而奋斗的光荣任务。青少年是中华民族全面振兴的希望，因此，加强对青少年的教育就提到了全社会的面前。除了课堂的“传道授业”外，更要重视教育与改革开放的伟大实践相结合，面向现代化，面向世界，面向未来，教育青少年树立为中华民族全面振兴而奋发努力的使命感和责任感，托起明天的太阳。

“书籍是人类进步的阶梯”。好的书籍，是精神文明的营养素，是青少年的精神粮食，它在思想道德建设和文化建设中有着不可替代的作用，也是进行科学普及、社会教育和信息传播的重要工具。

改革开放以来，出版了一系列高品位的青少年读物，取得了

很大成绩，但和时代要求相比，同亿万青少年的需要相比，还是远远不够的。一些见利忘义之徒，千方百计制造不堪入目的黄、灰、黑出版物，通过种种非法渠道，流入一些学生的书包课桌，毒害他们的心灵，令人扼腕。形势要求新闻出版界、教育科技界、文化艺术界的同志不断努力，创作编写出更多、更好的内容丰富、情趣高尚的青少年读物。

《新世纪百科知识金典》是一批在教育、文化战线上工作了多年的同志策划组织的。他们辛勤劳作，团结协作，历时三年编写出来。该书包容了许多学科的知识，有别于辞条式的编写方式，把知识的介绍与赏析融为一体，既是传统美德的传播、新知识的普及，又是对前人积累下的知识财富的学习鉴赏，也是迎接21世纪，普及文化科学知识的展示。这是一套兼具思想性、新鲜性、知识性、趣味性特点的读物，其中有许多知识，对青少年来说可能还是陌生的、新鲜的，在日常生活中经常“会面”，而又不知其所以然，本书正可以扫除一些盲点，弥补知识的不足。

这么多同志默默无闻地耕耘着这方土地，可谓功德无量。无怪乎许多专家学者、前辈名家对这套书给予热情指导与支持，并乐意为每个分册命笔题词。

我希望《新世纪百科知识金典》编写出版会受到广大青少年读者的欢迎，成为青少年喜爱的良师益友，我也希望有更多的同志为广大的青少年创造更多更好的精神粮食。

1998年2月

# 目录

# 一、集合与方程

1. 已知全集 $I=R$,集合 $A=\{x \mid y=\log_{0.5}x$,且$\sqrt{y+3}<2, x, y\in R\}$,集合 $B=\{y \mid y=x^2-4x+3, |x|\leqslant 3, x, y\in R\}$,求:$\overline{A}\cap B$.

**[解]** 对于集合 $A$,由$\sqrt{y+3}<2$,解得 $-3\leqslant y<1$,再由 $-3\leqslant\log_{0.5}x<1$,解得 $0.5<x\leqslant 8$,$\therefore$集合 $A=(0.5,8]$;

对于集合 $B$,由 $|x|\leqslant 3$,解得 $-3\leqslant x\leqslant 3$,再由 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$,解得 $-1\leqslant y\leqslant 24$,$\therefore$集合 $B=[-1,24]$.

$\therefore\overline{A}\cap B=[-1,0.5]\cup(8,24]$.

**[评析]** 本题的两个集合都是用描述法给出的,每一个集合都有两个条件:一个是两变量间的函数关系,另一个是含一个变量的不等式.对于集合 $A$,由不等式求出 $y$ 的范围,再根据函数关系由值域求出自变量 $x$ 的范围即得;对于集合 $B$,由不等式求出 $x$ 的范围,再根据函数关系求闭区间上二次函数的值域即得.

2. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-5x+4\leqslant 0\}$与集合 $B=\{x \mid x^2-2ax+a+2\leqslant 0, a\in R\}$满足 $B\subseteq A$,求 $a$ 的取值范围.

**[解一]** $A=\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$.

当 $a\leqslant -1$ 或 $a\geqslant 2$ 时,$B=\{x \mid a-\sqrt{a^2-a-2}\leqslant x\leqslant a+$

$\sqrt{a^2-a-2}\}$;当 $-1<a<2$ 时,$B=\varnothing$.

如果 $-1<a<2$,$\because B=\varnothing$,$\therefore B\subseteq A$ 成立;

如果 $a\leqslant -1$,则 $a-\sqrt{a^2-a-2}<0$,$B\subseteq A$ 显然不成立;

如果 $a\geqslant 2$,要满足 $B\subseteq A$,必须 $1\leqslant a-\sqrt{a^2-a-2}\leqslant a+\sqrt{a^2-a-2}\leqslant 4$,解得 $2\leqslant a\leqslant \frac{18}{7}$.

综上所述,$-1<a\leqslant \frac{18}{7}$.

**[解二]** $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$.

记 $y=f(x)=x^2-2ax+a+2$,它的图象是一条开口向上的抛物线.

如果 $B=\varnothing$,则显然有 $B\subseteq A$,此时抛物线在 $x$ 轴的上方,即抛物线与 $x$ 轴无公共点,故 $\Delta=4a^2-4(a+2)<0$,解得 $-1<a<2$;

如果 $B\neq\varnothing$,则抛物线与 $x$ 轴有公共点,设公共点的横坐标为 $x_1$、$x_2$,且 $x_1\leqslant x_2$,要满足 $B\subseteq A$,必须 $1\leqslant x_1\leqslant x_2\leqslant 4$,故得

$$\begin{cases}\Delta=4a^2-4(a+2)\geqslant 0,\\ f(1)=3-a\geqslant 0,\\ f(4)=18-7a\geqslant 0,\\ 1\leqslant -\dfrac{-2a}{2}\leqslant 4,\end{cases}$$

解得 $2\leqslant a\leqslant \frac{18}{7}$,

$\therefore$ 归纳得 $-1<a\leqslant \frac{18}{7}$.

**[评析]** 本题要注意到空集是任何集合的子集.[解二]中当 $B\neq\varnothing$ 时将问题转换成“方程 $x^2-2ax+a+2=0$ 的两个解都在[1,4]内,求字母 $a$ 的取值范围”,这样就可以借助于二次

函数来解决．

3．已知：$A=\left\{(x,y)\middle|\frac{y-3}{x-2}=a+1\right\}$，$B=\{(x,y)\mid(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求 $a$ 的取值范围．

**[解一]** $A$ 中 $x$ 的取值范围为 $x\neq 2$，$B$ 中 $x$ 的取值范围为 $x\in R$．

$A\cap B$ 的元素 $(x,y)$ 可由方程组

$$\begin{cases}\dfrac{y-3}{x-2}=a+1 & ① \\ (a^2-1)x+(a-1)y=15 & ②\end{cases}$$

解得．由①求得 $y=(a+1)x-2a+1$，代入②得

$$2(a^2-1)x=2a^2-3a+16,$$

当 $a=\pm 1$ 时，此方程无解，则方程组无解，故 $A\cap B=\varnothing$；

当 $a\neq\pm 1$ 时，$x=\dfrac{2a^2-3a+16}{2(a^2-1)}$，欲 $A\cap B=\varnothing$，必须 $x=2$，即 $\dfrac{2a^2-3a+16}{2(a^2-1)}=2$，由此解得 $a=-4$，$a=\dfrac{5}{2}$．

$\therefore$ 若 $A\cap B=\varnothing$，$a$ 的取值为：$-4,-1,1,\dfrac{5}{2}$．

**[解二]** 对于集合 $A$，$\because x\neq 2$，$\therefore$ 集合 $A$ 是直线 $(a+1)x-y=2a-1$ 上除掉 $(2,3)$ 的点集；对于集合 $B$，当 $a=1$ 时为空集，当 $a\neq 1$ 时为直线．

当 $a=1$ 时，$\because B=\varnothing$，$\therefore A\cap B=\varnothing$，

当 $a\neq 1$ 时，如果 $(a+1)(a-1)-(a^2-1)(-1)=0$，解得 $a=-1$，此时集合 $A$ 为直线 $y=3$（其中 $x\neq 2$），集合 $B$ 为直线 $y=-\dfrac{15}{2}$，此两直线平行，故 $A\cap B=\varnothing$；如果 $a\neq\pm 1$，那么两直线相交，若 $(2,3)$ 在直线 $(a^2-1)x+(a-1)y=15$ 上，即得 $2(a^2-1)+3(a-1)=15$，解得 $a=-4$，$a=\dfrac{5}{2}$，此时直线 $(a+1)x-y$

$=2a-1$ 与直线 $(a^2-1)x+(a-1)y=15$ 的公共点 $(2,3)\notin A$，故 $A\cap B=\varnothing$.

综上所述，若 $A\cap B=\varnothing$，$a$ 的取值为：$-4,-1,1,\frac{5}{2}$.

[评析] 描述法表示的集合要注意元素的形式及其属性．题中的集合 $A$ 与 $B$ 可看作二元方程的解集，也可看作坐标平面内的点集，由此可得 $A\cap B$ 是二元方程组的解集或是两个点集的公共点构成的集合．$A\cap B=\varnothing$ 表示二元方程组无解或两个点集无公共点．因此本题用解方程组或求曲线交点两种方法均可解．

4．设 $a$ 为实数，解关于 $x$ 的方程：$\lg(x-1)+\lg(3-x)=\lg(a-x)$.

[解一] 方程的未知数允许值范围为

$$\begin{cases}x-1>0,\\3-x>0,\\a-x>0,\end{cases}$$

解得 $1<x<3$ 且 $x<a$.

显然当 $a\leqslant 1$ 时方程无解．

原方程化为 $(x-1)(3-x)=a-x$，整理后得 $x^2-5x+3+a=0$，此方程当 $\Delta=13-4a>0$，即 $a<\frac{13}{4}$ 时，有两个解，$x_1=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$，$x_2=\frac{5+\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $\Delta=0$，即 $a=\frac{13}{4}$ 时，有一解，$x=\frac{5}{2}$；当 $\Delta<0$，即 $a>\frac{13}{4}$ 时，此方程及原方程均无解．

要使 $x_1$ 为原方程的解，则必须满足 $1<\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}<3$，且 $\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}<a$，以及 $a<\frac{13}{4}$，解得 $1<a<\frac{13}{4}$；

要使 $x_2$ 为原方程的解，则必须满足 $1<\frac{5+\sqrt{13-4a}}{2}<3$，且 $\frac{5+\sqrt{13-4a}}{2}<a$，以及 $a<\frac{13}{4}$，解得 $3<a<\frac{13}{4}$；

当 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$ 满足 $1<x<3$，且 $x<a$，$\therefore$ 当 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$ 是原方程的解．

综上所述，当 $a\leqslant 1$ 时方程无解；当 $1<a\leqslant 3$ 时，$x=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $3<a<\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5\pm\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$；当 $a>\frac{13}{4}$ 时，方程无解．

［解二］ 方程的未知数允许值范围为 $1<x<3$ 且 $x<a$.

原方程变形并整理得 $x^2-5x+3+a=0$，对于这方程，当 $\Delta>0$，即 $a<\frac{13}{4}$ 时，$x_1=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$，$x_2=\frac{5+\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $\Delta=0$，即 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$；当 $\Delta<0$，即 $a>\frac{13}{4}$ 时，方程无解．

令 $f(x)=x^2-5x+3+a$，$f(1)=-1+a$，$f(3)=-3+a$，$f(a)=a^2-4a+3$，$f(\frac{5}{2})=-\frac{13}{4}+a$，$(f(\frac{5}{2})\leqslant 0$ 相当于 $\Delta\geqslant 0)$，显然 $f(\frac{5}{2})<f(3)<f(1)$.

如果 $f(\frac{5}{2})<f(3)<f(1)\leqslant 0$，即当 $a\leqslant 1$ 时，原方程无解；

如果 $f(\frac{5}{2})<f(3)\leqslant 0<f(1)$，即当 $1<a\leqslant 3$ 时，$x=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$；（易证 $x<a$）

如果 $f(\frac{5}{2})<0<f(3)<f(1)$，即当 $3<a<\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5\pm\sqrt{13-4a}}{2}$；（由 $1<x<3$ 及 $3<a$，可得 $x<a$）

如果 $f(\frac{5}{2})=0<f(3)<f(1)$，即当 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$；（显然 $x<a$）

如果 $0<f(\frac{5}{2})<f(3)<f(1)$，即当 $a>\frac{13}{4}$ 时，原方程无解．

**[解三]** 方程的未知数允许值范围为 $1<x<3$ 且 $x<a$.

原方程变形并整理得 $x^2-5x+3+a=0$，当 $\Delta\geqslant 0$，即 $a\leqslant\frac{13}{4}$ 时，$x_1=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$，$x_2=\frac{5+\sqrt{13-4a}}{2}$.

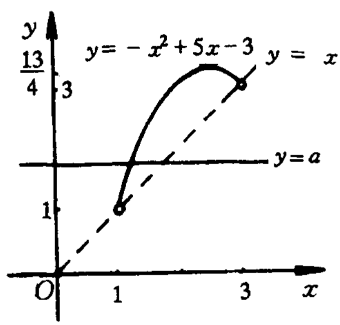
令 $y=-x^2+5x-3$，则 $y=a$，

在条件 $1<x<3$，且 $x<y$ 下，抛物线 $y=-x^2+5x-3$ 与直线 $y=a$ 的交点的横坐标即为原方程的解．

由 $y=-x^2+5x-3$ 与 $y=x$ 求出

$\begin{cases}x_A=1\\y_A=1,\end{cases}$ 与 $\begin{cases}x_B=3\\y_B=3.\end{cases}$

画出图象，从图可得：




当 $a\leqslant 1$ 时，方程无解；当 $1<a\leqslant 3$ 时，$x=\frac{5-\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $3<a<\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5\pm\sqrt{13-4a}}{2}$；当 $a=\frac{13}{4}$ 时，$x=\frac{5}{2}$；当 $a>\frac{13}{4}$ 时，方程无解．

**[评析]** 解方程要注意未知数的允许值范围；对于含有参

数的问题,在分类讨论时,要根据分类的标准先找出分段的临界点,再正确分类(注意不重复、不遗漏)进行讨论;有时可借助于图象,直观地看出参数的取值对方程解的影响.

5. 设 $a\in R$,在实数范围内解方程 $x|x+1|+a=0$.

[解] 当 $x\leqslant -1$ 时,$-x(x+1)+a=0$,整理得 $x^2+x-a=0$,此方程当 $\Delta=1+4a\geqslant 0$,即 $a\geqslant -\frac{1}{4}$ 时,$x_1=\frac{-1-\sqrt{1+4a}}{2}$,$x_2=\frac{-1+\sqrt{1+4a}}{2}$,要使 $x_1\leqslant -1$,即 $\frac{-1-\sqrt{1+4a}}{2}\leqslant -1$,解得 $a\geqslant 0$,$\therefore$ 当 $a\geqslant 0$ 时,$x_1$ 是原方程的解;$\because$ $x_2\geqslant -\frac{1}{2}$,不在 $x\leqslant -1$ 的范围内,故舍去 $x_2$.

当 $x>-1$ 时,$x(x+1)+a=0$,整理得 $x^2+x+a=0$,此方程当 $\Delta=1-4a\geqslant 0$,即 $a\leqslant\frac{1}{4}$ 时,$x_3=\frac{-1-\sqrt{1-4a}}{2}$,$x_4=\frac{-1+\sqrt{1-4a}}{2}$,要使 $x_3>-1$,即 $\frac{-1-\sqrt{1-4a}}{2}>-1$,解得 $a>0$,$\therefore$ 当 $0<a\leqslant\frac{1}{4}$ 时,$x_3$ 是原方程的解;$\because$ $x_4\geqslant -\frac{1}{2}>-1$,$\therefore$ 当 $a\leqslant\frac{1}{4}$ 时,$x_4$ 是原方程的解.

综上所述,当 $a<0$ 时,$x=\frac{-1+\sqrt{1-4a}}{2}$;当 $a=0$ 时 $x=-1$,$x=0$;当 $0<a<\frac{1}{4}$ 时,$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4a}}{2}$,$x=\frac{-1-\sqrt{1+4a}}{2}$;当 $a=\frac{1}{4}$ 时,$x=-\frac{1}{2}$,$x=\frac{-1-\sqrt{2}}{2}$;当 $a>\frac{1}{4}$ 时,$x=\frac{-1-\sqrt{1+4a}}{2}$.

[评析]　对含有绝对值的函数、方程、不等式一般可按绝对值的概念：

$$|x|=\begin{cases}x, & \text{当 } x>0 \text{ 时},\\ 0, & \text{当 } x=0 \text{ 时},\\ -x, & \text{当 } x<0 \text{ 时},\end{cases}$$

或用绝对值的平方($|x|^2=x^2$)来化去绝对值符号，要注意的是仅在实数范围内可使用．

本题还可借助于图象来讨论方程的解，可作出 $y=x|x+1|$ 与 $y=-a$ 的图象来讨论．

6．求关于 $x$ 的方程 $x^2-(3n+2)x+3n^2-74=0(n\in Z)$ 所有实根的和．

[解]　$\because$ 方程有实根，$\therefore$ $\Delta=[-(3n+2)]^2-4(3n^2-74)\geqslant0$．解得 $2-\sqrt{104}\leqslant n\leqslant2+\sqrt{104}$，$\because$ $n\in Z$，$\therefore$ $-8\leqslant n\leqslant12$ $(n\in Z)$．

对于满足 $-8\leqslant n\leqslant12$ 的每一个整数 $n$，方程均有两个实根，且此两实根之和为 $3n+2$，$\therefore$ 方程所有实根的和为：当 $n$ 从 $-8$ 到 12 取 21 个整数时，所有 $3n+2$ 的和，即首项为 $-22$，公差为 3，末项为 38 的等差数列的 21 项之和，其结果为

$$\frac{-22+38}{2}\times21=168.$$

$\therefore$ 方程所有实根的和为 168.

[评析]　本题是含有整数参数 $n$ 的一元二次方程，其根与参数 $n$ 有关．由实根的条件可求出 $n$ 的范围，再由 $n$ 是整数，可求出 $n$ 的值．对于确定的 $n$，方程就确定了，方程的根也就确定了，由于求的是实根的和，所以可应用韦达定理，利用数列求和公式得到结果．

# 二、函　　数

1.若函数 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ 的图象关于 $y=x$ 对称,其中 $(a^2+c^2)\cdot(b^2+d^2)\neq 0$.那么该函数应该具有怎样的形式?

[解]　函数 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ 的反函数的解析式为 $y=\dfrac{b-dx}{cx-a}$.

由题设函数的图象关于直线 $y=x$ 对称可知,函数与其反函数的图象完全重合,即原函数与其反函数应该是同一个函数,因此二者的解析式相同,并且定义域也相同.

首先考虑函数与其反函数的解析式要相同,也就是对定义域内一切实数 $x$ 都有 $\dfrac{ax+b}{cx+d}=\dfrac{b-dx}{cx-a}$,从而可得对定义域内一切实数 $x$ 都有 $c(a+d)x^2-(a^2-d^2)x-b(a+d)=0$.

$$\therefore \begin{cases} c(a+d)=0, & ① \\ a^2-d^2=0, & ② \\ b(a+d)=0, & ③ \end{cases}$$

当 $a+d\neq 0$ 时,由①③得 $c=b=0$,由②得 $a=d$,由 $(a^2+c^2)\cdot(b^2+d^2)\neq 0$,推得 $b=c=0$, $a=d\neq 0$,此时解析式为 $y=\dfrac{ax+0}{0+a}=x$;

当 $a+d=0$ 时,即 $a=-d$,如果 $a=-d=0$,由 $(a^2+c^2)\cdot$

$(b^2+d^2)\neq 0$ 推得 $b\neq 0, c\neq 0$,此时解析式为 $y=\dfrac{0x+b}{cx+0}=\dfrac{b}{cx}$;

如果 $a=-d\neq 0$,若 $c=0$,则函数解析式为 $y=\dfrac{ax+b}{0x-a}=-x-\dfrac{b}{a}$,若 $c\neq 0$,则函数解析式为 $y=\dfrac{ax+b}{cx-a}$.

其次考虑函数与其反函数的定义域要相同.由于反函数的定义域就是原函数的值域,因此只要考虑原函数的定义域与值域相同即可.

对于函数 $y=x$,其定义域与值域都是 $R$;

对于函数 $y=\dfrac{b}{cx}$,其定义域与值域都是不为 0 的一切实数;

对于函数 $y=-x-\dfrac{b}{a}$,其定义域与值域都是 $R$;

对于函数 $y=\dfrac{ax+b}{cx-a}$,其定义域为 $x\neq\dfrac{a}{c}$,因此 $y\neq\dfrac{a}{c}$,即 $\dfrac{ax+b}{cx-a}\neq\dfrac{a}{c}$,由此得 $bc\neq -a^2$.

综上所述,所求函数的形式及其条件为:

当 $b=c=0, a=d\neq 0$ 时,$y=x$;

当 $a=d=0, b\neq 0, c\neq 0$ 时,$y=\dfrac{b}{cx}$;

当 $a=-d\neq 0, c=0$ 时,$y=-x-\dfrac{b}{a}$;

当 $a=-d\neq 0, c\neq 0, bc\neq -a^2$ 时,$y=\dfrac{ax+b}{cx-a}$.

$\therefore$ 所求函数为:$y=x$;$y=\dfrac{b}{cx}$;$y=-x-\dfrac{b}{a}$;$y=\dfrac{ax+b}{cx-a}$(其中 $bc\neq -a^2$).(式中字母系数均不为 0)

[评析] 两函数相同的条件是定义域相同、对应法则相同.

2. 若函数 $y=f(x)(x\in R)$ 的图象对于点 $A(a, y_0)$ 和直线

$x=b(b>a)$都对称，证明函数 $y=f(x)$是以 $4(b-a)$为周期的周期函数．

**[解]**　$\because$ $(x,y)$关于 $A(a,y_0)$对称点坐标为$(2a-x,2y_0-y)$，

又$\because$ $y=f(x)$的图象关于 $A(a,y_0)$对称．

$\therefore$ $f(2a-x)=2y_0-f(x)$，

$\because$ $(x,y)$关于直线 $x=b$ 对称点坐标为$(2b-x,y)$，

又$\because$ $y=f(x)$关于直线 $x=b$ 对称，

$\therefore$ $f(2b-x)=f(x)$，

$$\begin{aligned}\therefore\ f[x+4(b-a)]&=f[2b-(4a-2b-x)]\\&=f(4a-2b-x)\\&=f[2a-(2b-2a+x)]\\&=2y_0-f(2b-2a+x)\\&=2y_0-f[2b-(2a-x)]\\&=2y_0-f(2a-x)\\&=2y_0-[2y_0-f(x)]\\&=f(x).\end{aligned}$$

$\therefore$ $y=f(x)$是以 $4(b-a)$为周期的周期函数．

**[评析]**　本题综合了中心对称、轴对称及周期性．中心对称与轴对称一般是先求出两个对称点坐标之间的关系，再考虑函数或方程的特征．证明一个函数是周期函数时，除了次数是一次的单一三角函数或可以化为此类三角函数的函数可用公式外，一般总是直接用定义来解决．

3．$f(x)$是定义在$R$上的偶函数，且在$(-\infty,0)$上是减函数．若实数 $a$ 满足$f(2a^2+a-1)<f(3a^2-2a-1)$，求 $a$ 的取值集合．

**[解]**　设$0<x_1<x_2<+\infty$，则$0>-x_1>-x_2>-\infty$，

新世纪百科知识金典