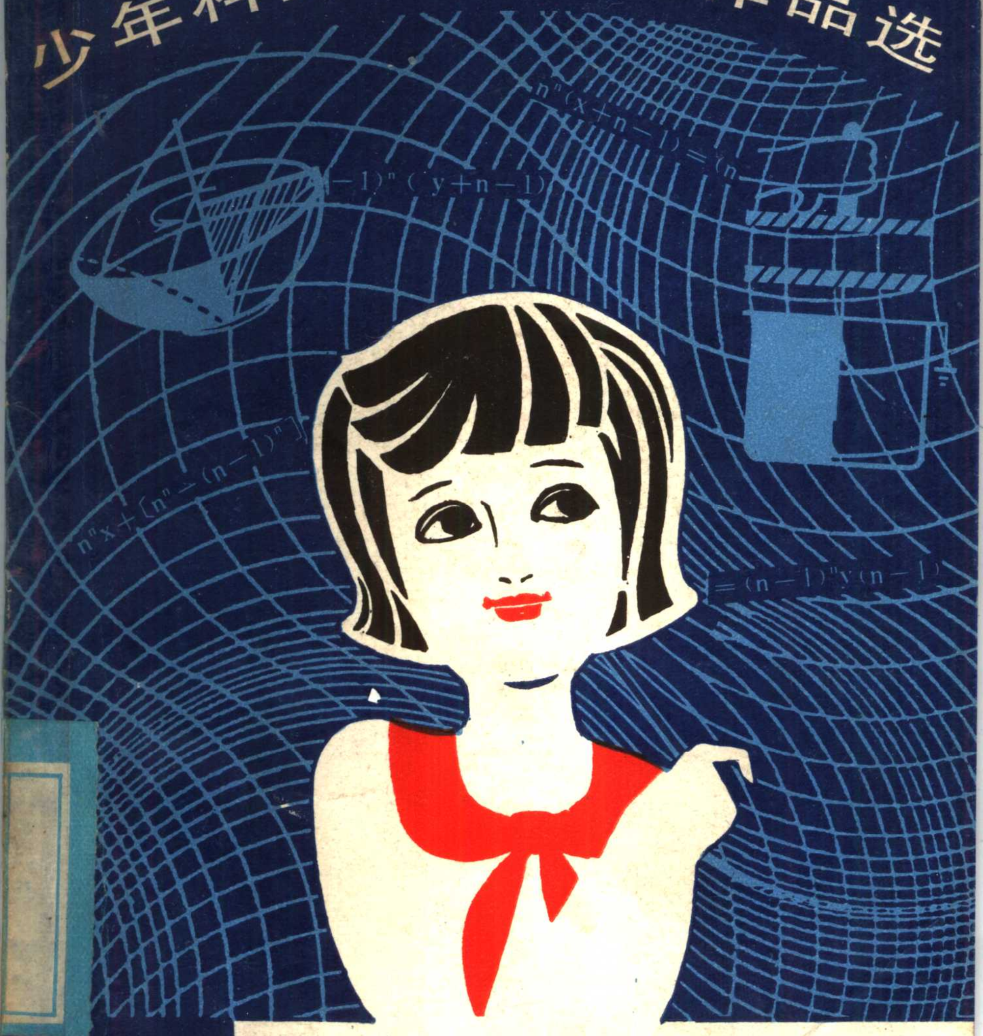
上海市
少年科技论文获奖作品选



Shao nian keji lun Wen
huojiang zuopin xuan

上 海 市
少年科技论文获奖作品选

上海科学技术文献出版社

1984.4.

上海市
少年科技论文获奖作品选
上海市少年科技指导站　编
*
上海科学技术文献出版社出版
(上海市武康路2号)
新华书店上海发行所发行
宜兴南漕印刷厂印刷
*
开本 787×1092 1/32　印张 5.5　字数 115,000
1985年1月第1版　1985年1月第1次印刷
印数：1—15,000

书号：13192·69　　定价：0.70元

《科技新书目》87-234

序

出版中小学生科技论文选集，在我国可能还是一个创举。

在人们的观念中，中小学生写的作品无非是一些身边小事，不外乎是感想、随笔、记叙文、说明文、游记之类的文章，象这样真刀真枪写科学论文，至少是不多的。当然，作为基本训练，各种文体的文章都要写，都要练习，不能说那个重要那个不重要，也不能说写那种文体水平高，而写另一种文体水平低，应该说都重要，都可以写出高水平的好文章。但是面临世界新技术革命的挑战，从小培养学生写科学论文的能力，是有其特别重要意义的。

还有一种观念，就是中小学生可以参加科技活动，在老师指导下动手做一些科技作品，或者搞一些饲养、种植活动，也可以搞一些气象观察、标本制作等等。但是在这些活动的基础上要求学生进一步写出论文，认为这是大学生甚至是科学家的事。现在事实证明不仅是中学生，甚至小学生也可以写出颇有水平的科学论文。这就不能不使人承认原来的观念是太保守了，应当改变。

这本集子一共收集了三十六篇论文，内容涉及数、理、化、生、电子、气象、地质、环保等自然科学领域中的许多方面，范围相当广泛。不少论文的广度与深度都大大超过教学大纲的规定，也不仅是教学、大纲的延伸与补充。论文的最大特点是理论紧密联系实际，提出的是实事，讲的是实话，没有空洞的议论，没有随心所欲的发挥，问题是实实在在的，分析论述也是有根有据的。从中可以看出作者是经过调查研究、观察分析、缜密思考，力争做到有数据，有论证，说明是化了功夫的。我认为这是一种

最可宝贵的科学态度、科学方法与科学作风。从小培养这样的科学素质，其意义远远超过论文本身的价值。

小平同志指出："教育要面向现代化，面向世界，面向未来"，这就对教育提出了新的更高的要求，也就是对我们培养对象——学生的政治素质、科学文化素质、身体素质提出了新的更高的要求。中小学生是基础教育阶段，可以说是培养人才的奠基工程。奠什么样的基，要看准备造什么样的房子，三层楼有三层楼的基，十层楼有十层楼的基，摩天大楼就得有更深、更坚实的基，现在要求学生能适应三个面向的需要，准备建造的是摩天大楼，这就要求我们破除一些陈旧观念，打破一些传统做法，按照三个面向的要求改革教育。几年前我们提出要把加强基础、发展智力、培养能力作为教学工作的指导思想。近年来我又提出要改革第一教学渠道，发展第二教学渠道，创造两个渠道并重的新的教学体系的主张，目的就是想使教育适应新时代的要求。这本小册子的出版，可能有助于进一步解放思想，有助于教学改革的进一步发展，也有助于促进人才辈出。

总之，要培养创造型的人才，就得有创造性的工作。

基于上述想法，我愿意向广大教育工作者，家长以及千千万万立志成才的同学们推荐这本书。

中国教育学会副会长　吕型伟

目　　录

电子篇

气象篇

地质篇

环保篇

数　学　篇

谈"猴子分苹果"

二等奖

华东师大第二附属中学　宓　群

李政道博士在1979年春访问中国科技大学时与科大少年班同学座谈。席间出了这样一道趣题："海滩上有堆苹果，这是五个猴子的财产，它们要平均分配。先只有一个猴子来了。它便把苹果分成五堆，每堆个数相同，结果还剩一个，就把它扔进了大海，自己拿走了五堆中的一堆。第二个猴子来了，它又把苹果分成五堆，又多了一个，于是又把它扔了，自己拿走了一堆。以后的每个猴子都这样做了。问：原来至少有多少苹果？最后至少剩下多少苹果？

1980年4月号的《数学通报》上登载了一篇《"猴子分苹果"与函数迭代》的文章。这篇文章提出了两种解法：一种是运用线性方程组的通解理论，另一种是通过计算迭代函数的方法。

此题也可用不定方程来解，而且可以推广到：n个猴子($n\geqslant 2$)分苹果，第一个猴子把苹果分成n堆，每堆个数相同且多出一只，扔去这只，取走一堆。第二个猴子把剩下的$n-1$堆苹果再分成n堆，且多出一只，扔去这只，取走一堆。以此类推。求原有和所剩苹果数的最小解。

现解有n个猴子分苹果，则五个猴子分的问题是其一个特例。

解：设最后只剩下x只苹果，原先有y只苹果。（下面用倒推法）

则最后一个猴子来之前还剩$\frac{n}{n-1}x+1$只苹果，

倒数第二只猴子来之前有$\frac{n}{n-1}\left(\frac{n}{n-1}x+1\right)+1$只苹果。

……

第一个猴子来之前，也就是原有苹果是

$$y=\underbrace{\frac{n}{n-1}\left(\frac{n}{n-1}\cdots\left(\frac{n}{n-1}\right.\right.}_{n\text{个}\frac{n}{n-1}}x\underbrace{\left.\left.+1\right)+1\right)\cdots+1\Big)+1}_{n\text{个}1}$$

展开得：

$$y=\left(\frac{n}{n-1}\right)^n x+\left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-1}+\left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-2}+\cdots+\frac{n}{n-1}+1$$

利用等比数列前n项和的公式可得：

$$y=\left(\frac{n}{n-1}\right)^n x+\frac{\left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-1}\left(\frac{n}{n-1}\right)-1}{\frac{n}{n-1}-1}$$

$$y=\left(\frac{n}{n-1}\right)^n x+\frac{\left(\frac{n}{n-1}\right)^n-1}{\frac{1}{n-1}}$$

$$y=\left(\frac{n}{n-1}\right)^n x+\left[\left(\frac{n}{n-1}\right)^n-\frac{(n-1)^n}{(n-1)^n}\right](n-1)$$

去分母得：

$$n^n x+[n^n-(n-1)^n](n-1)=(n-1)^n y$$

$$n^n x+(n-1)n^n=(n-1)^n(n-1)+(n-1)^n y$$

$$n^n(x+n-1)=(n-1)^n(y+n-1)$$

至此已把“猴子分苹果”这一具体问题的求解抽象为二元一次不定方程的最小正整数解的探求。从上式很容易看出此不定

方程有一组整数解：

$$\begin{cases} x_0=1-n \\ y_0=1-n \end{cases}$$

又因为当 $n\neq1$ 时 $[n^n, (n-1)^n]=1$

则不定方程的通解可表示为：

$$\begin{cases} x=1-n-(n-1)^n t \\ y=1-n-n^n t \end{cases}$$

解不等式
$$\begin{cases} 1-n-(n-1)^n t>0 \\ 1-n-n^n t>0 \end{cases}$$

解得： $t<\dfrac{1-n}{(n-1)^n}$

则 i) 当 $n=2$ 时，t 可取小于 -1 的一切负整数，x 的最小正整数解为 1，y 的最小正整数解为 7。

ii) 当 $n>2$ 时，t 可取一切负整数。x 有最小正整数解为 $(n-1)^n-(n-1)$，y 有最小正整数解 $n^n-(n-1)$。

即海滩上原来至少有苹果 $n^n-(n-1)$ 只，最后至少剩下苹果 $(n-1)^n-(n-1)$ 只。

当 $n=5$ 时，海滩上原来至少有苹果 $5^5-(5-1)=3121$ 只，至少还剩下 $(5-1)^5-(5-1)=1020$ 只。

如果原题改为每次分所剩不是多一只苹果，而是 m 只，$(n>m\geqslant1)$，也可类似处理。得出海滩上原来至少有 $n^n-m(n-1)$ 只苹果，最后剩下至少有 $(n-1)^n-m(n-1)$ 只苹果。(当 $n=2$ 时，原来至少有 7 只，最后剩下至少 1 只)。

指导教师　滕永康

抛物线的一个性质及其应用

二等奖

光明中学　杨　明　叶中豪

从前，有一个国王，他的弟弟为了篡夺王位，就想杀死他。

一天晚上，国王正在内宫睡觉，朦胧中发现天花板上有动静，一块活动板被打开了，露出一个洞，国王看到这种情景，慌忙中抓起床边茶几上的茶缸朝那个洞口扔去，"当啷"一声，非但没有击中目标，反而将一盏吊灯打碎了，那个洞旋即合上了。国王吓得一夜没合眼。

第二天国王起床后，就命令卫兵检查吊灯周围的几块镶嵌板，结果什么也没有发现。国王还以为自己昨晚是在做恶梦呢。

第三天清晨，人们发现国王被杀死在床上。从此，他的弟弟继承了王位。

假如当时那个国王或是卫兵知道抛物线的一个性质，那么就可以找出凶手进入内宫的入口使国王免遭杀害，甚至还可能抓住凶手。

现在我们来解释一下抛物线的一个性质。

见图1，过抛物线上任意一点 P 的切线与过抛物线顶点 O 的切线 L_1 交于 A 点，与抛物线的对称轴 L_2 交于 B 点。那么：

(a) OA 的长度为 OM 的一半，其中 M 点是 P 在 L_1 上的正投影；

(b) OB 的长度等于 ON，其中 N 点是 P 在 L_2 上的正投影。

故事中的那个国王如果知道这条性质中的(a)，就可以很快找到那个洞(见图2)。

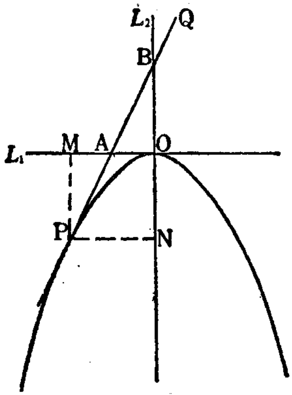


图 1

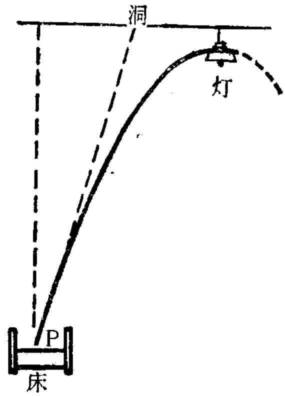


图 2

因为扔出去的茶缸在空中的运动轨迹是一条抛物线，茶缸打碎了灯，说明茶缸大约是在它飞行的最高点击中灯的，这点也就是抛物线的顶点，而国王在扔茶缸时是朝着那个洞口的，因此，茶缸的初速度方向是指向那个洞口的。

可惜那个国王当时并不知道这条性质。

上述的这个故事使我们对这条抛物线性质已有了初步的了解，怎样使我们对这条性质有进一步的认识呢？这就是我们重点要讲的这条性质的应用问题了。下面我们首先来介绍一下它在物理学方面的应用。

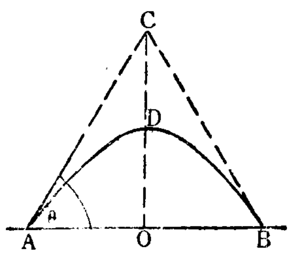


图 3

我们知道，物理学中有关抛体运动、电子运动等方面的问题和抛物线有着密切的联系，如果我们能恰当地运用这条性质，将会给解决问题带来不少方便。

例 1 有一门大炮，以夹角 θ 射出一发炮弹，炮弹落在 S 公

里外的平地上,问炮弹飞行的最大高度是多少?

解 如图3所示,设 D 为炮弹作抛体运动的运动轨迹的最高点,A、B 为炮弹的射出点和落地点,过 D 作 $OD\perp AB$,O 是垂足,延长 OD 与抛物线过 A 点的切线交于 C 点,所以 $\angle CAO$ 等于炮弹的抛射角 θ。

此外,根据抛物线的对称性可以知道 $AO=\frac{1}{2}AB$,$AO=\frac{1}{2}S$,再根据性质(b),得 $OD=CD$。

$$OD=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}S\right)\cdot \operatorname{tg}\theta=\frac{1}{4}S\operatorname{tg}\theta$$

答:炮弹飞行的最大高度为 $\frac{1}{4}S\operatorname{tg}\theta$。

假若用物理方法来解这道题目,那么计算过程就显得繁琐了。

例2 在图4中的示波管,偏向板长2厘米,偏向板右端到荧光屏的距离是15厘米。已知一电子从一端 A 射入电场,当它离开偏向板时,在竖直方向上偏离了0.5厘米,问电子打在荧光屏上时偏离了多少?

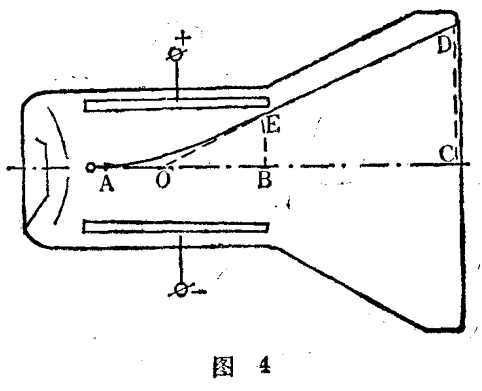


图 4

解 根据物理学的基本知识，电子在偏向板内沿水平方向作匀速直线运动，竖直方向作初速为零的匀加速直线运动，电子在这两个方向上运动所合成的轨迹是一条抛物线，A 就是抛物线的顶点，到达 E 点后，电子就沿抛物线在该点的切线方向直线射出(E 是偏转电场的另一端点)。

将切线反向延长交中心线 AC 于 O 点，过 E 作 EB 垂直于 AC，B 是垂足。因此根据性质(a)我们可以将电子看作是直接从 AB 的中点 O 沿直线射出来的。

设 D 是切线与荧光屏的交点，所以 $DC\perp AB$，故而 $\triangle OBE \backsim \triangle OCD$

$$\therefore\quad \frac{OB}{BE}=\frac{OC}{CD}\quad \text{即}\quad CD=\frac{BE\cdot OC}{OB}$$

$$\because\quad BE=0.5\text{ 厘米}\quad OB=\frac{1}{2}AB=1\text{ 厘米}$$

而 $$OC=OB+BC=1+15=16\text{ 厘米}$$

$$CD=\frac{0.5\times16}{1}=8\text{ 厘米}$$

答：电子打到荧光屏上时，偏离了 8 厘米。

例 3 盛有水的杯子以一定的速度旋转，我们知道水面将向下凹陷，在物理学中可以证明它是一个抛物面(关于这个性质的说明参见高中物理数学参考读物《流体力学》第 16 页)。如已知杯子的内径，如何求水面凹陷的深度？

抛物面的顶点在杯子的中心线上，但在旋转过程中，顶点的确切位置，即到底在中心线上的哪一点并不知道，这样就很难建立一个适当的坐标系，也就更难求出抛物面的深度，因而用一般的方法来解本题几乎难以入手。但运用了我们所讲的性质(b)，问题就迎刃而解了。这道题目读者可以自己试做。

这个性质不仅在物理学中有不少应用，而且也能解决某些

几何问题。

譬如，这个性质为过抛物线上任一点切线的尺规作图，提供了一种简捷的方法。

例 4 已知 P 是抛物线上任一点，L 是抛物线的对称轴，O 是抛物线的顶点（也就是 L 与抛物线的交点）。求作过 P 点向抛物线的切线。

根据性质 (b) 我们就立刻可以作出过 P 点的抛物线的切线。

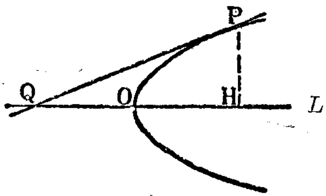


图 5

作法

1. 过 P 作 PH 垂直于L，H 是垂足。

2. 在 L 上 H 点的左侧截取 OQ 使 $OQ=OH$。

3. 连接 QP。

PQ 就是所求作的过 P 点的抛物线的切线。

利用这条性质，我们还可以证明抛物线的光学性质：从焦点出发的光线经反射后成平行光束。

接下来，我们就两条抛物线之间的关系进行一些讨论。

例 5 如图 6，以 L 为对称轴的两条抛物线相交于 C、D，连接 CD 交 L 于 O，$AO=2-\sqrt{3}$，$BO=1$，$CO=2$。求这两条抛物线的交角。

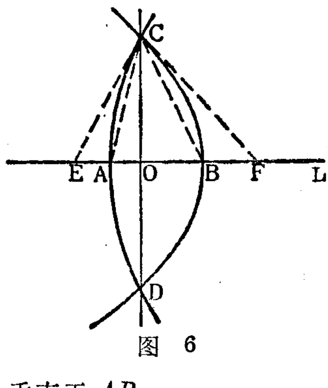


图 6

解 根据抛物线的对称性，CD 垂直于 AB。

过 C 分别作两条抛物线的切线 CE、CF，分别交 L 于 E、