

● 青年自学自测丛书

高中数学

(文科用)

北京师范大学附属实验中学
《青年自学自测丛书》编写组 编

SHU
XUE

● 科学技术文献出版社

青年自学自测丛书

高中数学

(文科用)

北京师范大学附属实验中学

《青年自学自测丛书》编写组编

科学技术文献出版社

1987

内 容 简 介

本书是为了帮助自学青年和在校高中学生顺利完成学习，由北京师范大学附属实验中学从事高中教学多年、并有一定实际教学经验的老师编写的。内容遵循教育部1987年发布的《高中数、理、化教学纲要（草案）》的要求，考虑到青年自学的现状和实际需要，既注意到检查全部基础知识的掌握，又适当注意各种能力培养、提高，使青年、学生通过练习巩固基础知识、掌握规律、学会解题方法，从而扎实稳步地提高学习质量。

本书主要内容包括：一、单元练习；二、综合练习；三、试题参考答案和提示；四、1984—1986三年高考试题和答案。

本书可供自学青年、高中学生作课外练习和高中数学教师教学参考用。

青年自学自测丛书

高 中 数 学

（文科用）

北京师范大学附属实验中学

《青年自学自测丛书》编写组 编

科学技术文献出版社出版

一二〇一工厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092毫米 32开本 11.25印张 243千字

1987年8月北京第一版第一次印刷

印数：1—59,000册

社科新书目：180—120

统一书号：7176·79 定价：2.00元

ISBN 7-5023-0038-4/G·38

编 者 的 话

为了帮助青年自学高中课程，我们约请了从事高中毕业班教学多年，有实际经验的教师编写了这套高中政治、语文、英语、数学、物理、化学、生物、历史、地理九科的《青年自学自测丛书》，每科各成一册。

编写者按照国家教育委员会最新制订的教学大纲的要求，考虑到青年自学的需要，本着巩固知识、培养能力、发展智力的原则，以最新的中学通用教材为依据，编写了这套丛书的自测试题。试题的知识覆盖面广，类型多样，系统性、综合性强，并充分体现标准化，力求给自学青年和在校的高中学生在在学习上以切实有效的帮助。

本丛书包括以下内容：

一、各章节、单元的自测试题；

二、综合性自测试题；

三、每份试题的参考答案；

四、每份试题中的重点、难点的分析说明；

五、近三年来全国高等学校统一招生试题、试题答案的评分标准。

本丛书政治分册由刘佳复、单大昭编写；语文分册由杨俊之、许庆桐、甄惠芳、刘超尘、洪绍麟、谭雪莲编写，谭雪莲审阅；英语分册由杨玉芝、杨晓华、陈宇编写，张景涛审阅；数学分册由金元、张锦斋、储瑞年、李光华、李芳宜、桑登珠编写；物理分册由王德清、艾立川、张彪编写，王德

清审阅；化学分册由刘元堃、陈乾、李洪瑭编写；生物分册由吕灿良、陈大文编写，吕灿良审阅；历史分册由张静芬、马韩增编写；地理分册由刘承民、刘素梅编写。

北京师范大学附属实验中学
《青年自学自测丛书》编写组
一九八七年三月

目 录

试 题.....	(1)
代数部分.....	(1)
函数练习一.....	(1)
函数练习二.....	(7)
函数单元练习.....	(8)
三角函数的概念和性质练习.....	(10)
三角恒等变换练习一.....	(14)
三角恒等变换练习二.....	(16)
解三角形练习.....	(18)
三角综合练习.....	(21)
数列练习一.....	(26)
数列练习二.....	(29)
数列练习三.....	(32)
不等式练习一.....	(34)
不等式练习二.....	(37)
不等式练习三.....	(40)
复数练习一.....	(43)
复数练习二.....	(48)
排列组合练习.....	(50)
二项式定理练习.....	(54)
立体几何部分.....	(57)
直线和平面练习一.....	(57)

直线和平面练习二.....	(60)
多面体和旋转体练习一.....	(64)
多面体和旋转体练习二.....	(67)
立体几何综合练习.....	(70)
解析几何部分	(73)
直线练习.....	(73)
曲线与方程练习.....	(77)
圆锥曲线练习一.....	(78)
圆锥曲线练习二.....	(81)
圆锥曲线练习三.....	(83)
解析几何综合练习.....	(87)
综合部分	(91)
综合练习一.....	(91)
综合练习二.....	(94)
综合练习三.....	(98)
综合练习四.....	(101)
综合练习五.....	(106)
综合练习六.....	(110)
综合练习七.....	(113)
综合练习八.....	(116)
附录一	(120)
1984年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(120)
1985年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(124)
1986年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(128)
答案与题解	(133)
代数部分	(133)
函数练习一.....	(133)

函数练习二	(133)
函数单元练习	(138)
三角函数的概念和性质练习	(141)
三角恒等变换练习一	(146)
三角恒等变换练习二	(153)
解三角形练习	(159)
三角综合练习	(163)
数列练习一	(168)
数列练习二	(171)
数列练习三	(176)
不等式练习一	(181)
不等式练习二	(187)
不等式练习三	(191)
复数练习一	(196)
复数练习二	(200)
排列组合练习	(207)
二项式定理练习	(210)
立体几何部分	(213)
直线和平面练习一	(213)
直线和平面练习二	(220)
多面体和旋转体练习一	(226)
多面体和旋转体练习二	(232)
立体几何综合练习	(237)
解析几何部分	(243)
直线练习	(243)
曲线与方程练习	(246)
圆锥曲线练习一	(253)

圆锥曲线练习二.....	(258)
圆锥曲线练习三.....	(261)
解析几何综合练习.....	(266)
综合部分.....	(271)
综合练习一.....	(271)
综合练习二.....	(275)
综合练习三.....	(279)
综合练习四.....	(284)
综合练习五.....	(289)
综合练习六.....	(300)
综合练习七.....	(309)
综合练习八.....	(320)
附录二.....	(328)
1984年全国高等学校招生统一考试数学试 题解答及评分标准.....	(328)
1985年全国高等学校招生统一考试数学试 题解答及评分标准.....	(337)
1986年全国高等学校招生统一考试数学试 题解答及评分标准.....	(345)

试 题

代 数 部 分

函 数 练 习 一

一、选择题(下列各题中,每题只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题后的圆括号内)

(1) 全集 $I = R$, 集合 $M = \{x | x \geq -3\}$, $N = \{x | x < 2\}$, 那么集合 $P = \left\{x \mid \frac{x-2}{x+3} \geq 0\right\}$ 是().

- (A) $M \cap N$; (B) $M \cup N$;
(C) $\overline{M} \cap \overline{N}$; (D) $\overline{M} \cup \overline{N}$.

(2) 图 1 中的阴影部分是集合().

- (A) $A \cup B$;
(B) $A \cap B$;
(C) $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$;
(D) $(A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B)$.

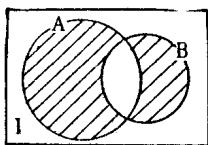


图 1

(3) 下列各命题中, 正确的是().

- (A) 正比例函数是增函数;
(B) 反比例函数是减函数;
(C) 函数 $y = f(x)$ 的图象和 $x = f^{-1}(y)$ 的图象关于直

线 $y = x$ 对称;

(D) 函数 $y=kx+b$ 为奇函数的充分且必要条件是 $b=0$.

(4) 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称且 $a<0$, 下列各数的大小关系中, 正确的是().

(A) $f(-\pi)>f(1)$; (B) $f(\cos 135^\circ)<f(-\sqrt{2})$;

(C) $f(-\frac{\pi}{2})>f(\operatorname{tg} 120^\circ)$; (D) $f(\pi)>f(-3)$.

(5) 函数 $y=0.5^{|x|}$ 的值域是().

(A) $\{y|y>0\}$; (B) $\{y|y\geq 1\}$;

(C) $\{y|0<y\leq 1\}$; (D) $\{y|y<0\}$.

(6) 已知 $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$, 当 $x\neq \pm 1$ 时, $f(-x)$ 等于().

(A) $\frac{1}{f(x)}$; (B) $-f(x)$;

(C) $-\frac{1}{f(x)}$; (D) 0.

(7) 函数 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 的图象是().

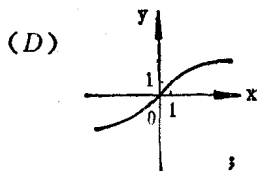
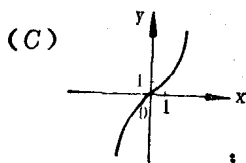
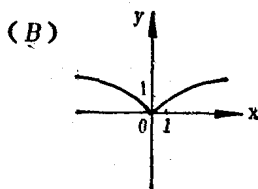
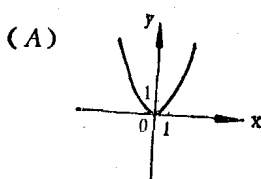


图 2

(8) 已知 $\log_a \frac{1}{2} < 1$, 那么 a 的取值范围是().

(A) $0 < a < \frac{1}{2}$; (B) $a > \frac{1}{2}$;

(C) $\frac{1}{2} < a < 1$; (D) $0 < a < \frac{1}{2}$ 或 $a > 1$.

(9) 已知 $0 < a < 1$, 那么 3^a , a^3 , $\sqrt[3]{a}$ 的大小顺序是().

(A) $3^a > a^3 > \sqrt[3]{a}$; (B) $3^a > \sqrt[3]{a} > a^3$;

(C) $a^3 > 3^a > \sqrt[3]{a}$; (D) $\sqrt[3]{a} > 3^a > a^3$.

(10) 下列各组函数中, 图象相同的是().

(A) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ 与 $y = x - 2$;

(B) $y = a^{\log_a x}$ 与 $y = x (a > 0, a \neq 1)$;

(C) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2 \lg x$;

(D) $y = \lg(10^{x-1})$ 与 $y = x - 1$.

(11) 已知 $f(e^x) = x$, 那么 $f(2)$ 的值是().

(A) e^2 ; (B) 2^e ;

(C) $\ln 2$; (D) $\log_2 e$.

(12) 已知 $f(x) = \log_a(x-1) (a > 0, a \neq 1)$, 在 $1 < x < 2$ 时, $f(x) < 0$, 那么 $f(x)$ 是().

(A) 增函数; (B) 减函数;

(C) 常数函数; (D) 部分增函数部分减函数.

(13) 下列定义域为 R 的函数中, 一定不存在的是().

(A) 既是增函数又是奇函数;

(B) 既是奇函数又是偶函数;

(C) 既是偶函数又有反函数;

(D) 两个互为反函数的函数是同一函数.

(14) 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 是偶函数, 那么函数 $g(x) = ax^3 + bx^2 - cx$ 是 ().

(A) 奇函数; (B) 偶函数;

(C) 既非奇函数也非偶函数;

(D) 结论不确定.

(15) $x = \sqrt{5}$ 是 $\log_5 x^2 = 1$ 的 ().

(A) 充分但不必要的条件;

(B) 必要但不充分的条件;

(C) 充分且必要条件;

(D) 既不充分也不必要的条件;

(16) 函数 $y = 2(\log \frac{1}{2} x)^2 - 2\log \frac{1}{2} x + 1$ 的递增区间是 ().

(A) $[1, +\infty)$; (B) $(0, 1]$;

(C) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$; (D) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$.

(17) 已知指数函数 $f(x) = (a^2 - 1)^x$ 在定义域 R 上是减函数, 那么 a 的取值范围是 ().

(A) $|a| > 1$; (B) $|a| < \sqrt{2}$;

(C) $a > \sqrt{2}$; (D) $1 < |a| < \sqrt{2}$.

(18) 设函数 $f(x) = ax^3 + cx + 5$, 已知 $f(-3) = -3$, 那么 $f(3)$ 等于 ().

(A) 3; (B) 13;

(C) -3; (D) 2.

(19) 使 $|x - \lg y| = x + \lg y$ 成立的条件是 ().

(A) $x = 0$; (B) $y = 1$;

$$(C) \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad (D) x=0 \text{ 或 } y=1.$$

(20) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标是 (4, 2) 并且通过点 (2, 0), 那么 abc 的值等于 ().

(A) -6;

(B) 6;

(C) 12;

(D) 0.

二、填空题

(1) 设全集 $I = R$, $A = \{x | -3 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x < 5\}$, 那么 $\bar{A} \cap \bar{B} =$ _____, $\bar{A} \cup \bar{B} =$ _____.

(2) 设 $A = \{x | x^2 - px - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + r = 0\}$, 已知 $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, $A \cap B = \{1\}$, 那么 $p =$ _____, $q =$ _____, $r =$ _____.

(3) 在给定映射 $f: (x, y) \rightarrow (x+y, xy) (x, y \in R)$ 的条件下, (7, 10) 的原象是 _____.

(4) 函数 $y = \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{\lg(x^2+x+1)}$ 的定义域是 _____.

(5) 函数 $y = \frac{2x-1}{x+3}$ 的值域是 _____.

(6) 已知 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x^2 - 1$, 那么 $f(x) =$ _____.

(7) 已知 $\lg x^2 = \lg(\sqrt{5}-2) - \lg(\sqrt{5}+2)$, 那么 $x + \frac{1}{x} =$ _____.

(8) 函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$ 的图象关于 _____ 对称; 函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_2(-x)$ 的图象关于 _____ 对称; 函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_2\left(-\frac{1}{x}\right)$ 的图象关于 _____ 对称; 函数

$y = \log_2 x$ 与 $y = 2^x$ 的图象关于_____对称.

(9) 函数 $y = 2^{x-1}$ 的反函数是_____, 这个反函数的定义域是_____.

(10) 一次函数 $f(x) = ax + b (a \neq 0)$ 和它的反函数 $f^{-1}(x)$ 是同一个函数的充分且必要条件是_____.

(11) 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 是偶函数的充分且必要条件是_____.

(12) 已知 $f(x)$ 是指数函数, 并且 $f\left(-\frac{2}{3}\right) = \sqrt[3]{4}$, 那么 $f\left(-\frac{1}{2}\right) =$ _____.

(13) 已知 $g(x)$ 是对数函数, 并且 $g(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + g(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$, 那么 $g(\sqrt{10} + 1) + g(\sqrt{10} - 1) =$ _____.

(14) 在下列两数之间填上适当的不等号:

① $\left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}$ _____ $\left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{4}{3}}$,

② $-\frac{2}{3} \log_2 3$ _____ e^{1/n^1} .

(15) 已知 $f(\ln x) = 3x^2 + 2x + 1$, 那么 $f(1) =$ _____.

(16) 函数 $y = \log_{0.5}(x^2 + 4x + 4)$ 在区间_____上是增函数.

(17) 方程 $4^x + 2^x - 2 = 0$ 的解集是_____.

(18) 方程 $\log_{(16-3x)}(x-2) = \log_{12}$ 的解集是_____.

(19) 不等式 $\frac{1}{\log_{x-1} 4} - \frac{1}{\log_{5-x} 4} > 0$ 的解集是_____.

(20) 当 $x =$ _____时, 函数 $y = (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x$ 有最_____值是_____.

函数练习二

一、已知全集 $I = \{\text{小于10的自然数}\}$ ，子集 A, B 满足 $A \cap B = \{2\}$ ， $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$ ， $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$ ，求 A, B 。

二、已知三个不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ ， $x^2 + 2x - 8 > 0$ ， $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$ 的解集分别为 A, B, C 。(1) 试确定 a 的取值范围，使 $C \supseteq A \cap B$ 。(2) 试确定 a 的取值范围，使 $C \supseteq \bar{A} \cap \bar{B}$ 。

三、已知 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ ， $g(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ ，并且 $f[g(x)] = \frac{1}{x}$ ，求： a, b, c 。

四、已知 $\varphi(x)$ 是奇函数， $g(x)$ 是偶函数，函数 $F(x) = \varphi(x) + g(x)$ 。当 $F(x) = e^x$ 时，求 $\varphi(x)$ 和 $g(x)$ 。

五、已知不等式 $\lg(20 - 5x^2) > \lg(a - x) + 1$ 的整数解只有 1，试求 a 的取值范围。

六、求满足不等式 $2^{x^2-4} > 25^{x+2}$ 的最小正整数和最大负整数。

七、设函数 $f(x) = x^2 - x + m$ ，已知 $\log_2 f(a) = 2$ ， $f(\log_2 a) = m(a \neq 1)$ 。求 $f(\log_2 x)$ 的最小值及相应的 x 值。

八、(1) 作出函数 $y = e^{\left|\ln \frac{1}{x}\right|}$ 的图象。(2) 画出方程 $\log_x y = 1 + 2 \log_y x$ 的曲线。

九、已知方程 $\lg 2x \cdot \lg 3x + a^2 = 0$ 有两个不相等的实数根，求实数 a 的取值范围，并求这两根之积。

十、已知 $n \in \mathbb{N}$ ，求所有函数 $y = n(n+1)x^2 - (2n+1)x + 1$ 的图象在 x 轴上所截得的线段的长度之总和。

函数单元练习

一、选择题(下列各题中, 每题只有一个结论是正确的, 把正确的结论的代号写在题后的圆括号内)

(1) 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in R\}$,

$$\text{子集 } M = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1 \right\},$$

$N = \{(x, y) | x - y + 1 = 0\}$, 那么 $\overline{M} \cap N$ 是 ().

(A) $\overline{M}$; (B) N ; (C) $\emptyset$; (D) $\{(2, 3)\}$.

(2) 图 3 中的阴影部分是集合 ().

(A) $(E \cup F) \cap (E \cap F)$;

(B) $(\overline{E \cup F}) \cup (E \cap F)$;

(C) $\overline{E \cap F}$;

(D) $\overline{E \cup F}$.

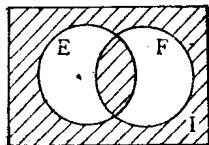


图 3

(3) 函数 $y = x + \sqrt{1-2x}$ 的值域是 ().

(A) $\left\{ y \mid -\infty < y \leq \frac{1}{2} \right\}$; (B) $\left\{ y \mid \frac{1}{2} \leq y < +\infty \right\}$;

(C) $\left\{ y \mid \frac{1}{2} \leq y \leq 1 \right\}$; (D) $\left\{ y \mid -\infty < y \leq 1 \right\}$.

(4) 以图 4 中的曲线为图象的函数是 ().

(A) $y = x^{\frac{1}{2}}$;

(B) $y = x^{\frac{2}{3}}$;

(C) $y = x^{\frac{3}{2}}$;

(D) $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

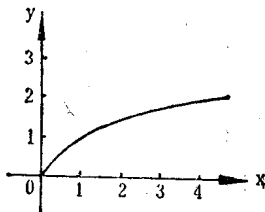


图 4