

中学课内外知识丛书

初中代数 第1册

CHUZHONG DAISHU

北京教育学院编



人民教育出版社

中学课内外知识丛书

初中代数

第一册

北京教育学院

李万钟
杨大淳 合编

天津教育出版社

责任编辑：陈世伟

中学课内外知识丛书

初中代数

第一册

李万钟 杨大静 合编

*

天津教育出版社出版

(天津市湖北道27号)

新华书店天津发行所发行

天津新华印刷一厂印刷

*

787×1092毫米32开 6.75印张 143千字

1987年4月第1版

1987年4月第1次印刷

印数1—55,000

ISBN7--5309--0001--3/G·1

定价：1.10元

编 者 的 话

本书是按照人民教育出版社出版的初级中学课本代数第一册的体系和中学数学教学大纲的要求编写的。目的是为了辅导初中学生更好地掌握课本中的基础知识、基本技能和一般的解题思路与方法，使学生提高运用知识的能力。

本书包括有理数、整式的加减、一元一次方程和一元一次不等式四章。每章分四部分。一是本章概述，主要是阐述本章内容间的内在联系，以及与其他章的联系；二是疑难解析，主要是对重要的和难以理解的概念进行辨析，以及方法的总结；三是课外阅读，其中有与这册代数内容有关的历史知识，还有与本册知识有紧密联系程度略深的知识，以及趣味问题；四是典型题分析和习题。书中最后有练习和习题的参考答案，可供读者检查自己的学习效果。

本书可供初中一年级学生和自学青年使用，也可供初中数学教师参考。

1987年1月

目 录

第一章 有理数	1
一、本章概述	1
二、疑难解析	2
(一) 有理数的概念和意义	2
(二) 数轴、相反数和绝对值	7
(三) 有理数大小的比较	12
(四) 有理数的加法和减法	17
(五) 有理数的乘法和除法	24
(六) 有理数的乘方	31
(七) 有理数的混合运算	34
(八) 近似数和有效数字	37
三、课外阅读	40
(一) 数的发展史话	40
(二) 对有理数及其有关内容的进一步研究	44
(三) 正整数幂的一些有趣的性质	49
四、典型题分析和习题	52
第二章 整式的加减	64
一、本章概述	64
二、疑难解析	64
(一) 用字母表示数	64

(二) 代数式	69
(三) 整式的概念	77
(四) 整式的加減	82
三、课外阅读	91
(一) 浅谈数的进位制	91
(二) 用竖式演算多项式的加減	95
四、典型题分析和习题	93
第三章 一元一次方程	109
一、本章概述	109
二、疑难解析	110
(一) 等式及其性质	110
(二) 方程及其同解原理	112
(三) 一元一次方程及其解法	119
(四) 一元一次方程的应用	130
三、课外阅读	142
(一) 《九章算术》与方程	142
(二) 方程集锦	143
(三) 关于一元一次方程的讨论	147
四、典型题分析和习题	148
第四章 一元一次不等式	158
一、本章概述	158
二、疑难解析	159
(一) 不等式的概念和基本性质	159
(二) 不等式的解集	162
(三) 同解不等式和不等式同解原理	165
(四) 一元一次不等式及其解法	168

三、课外阅读	174
(一) 等式和不等式的分类	174
(二) 一种表示双重关系的不等式	177
(三) 列出一元一次不等式解应用题	181
四、典型题分析和习题	183
附录 练习和习题的参考答案	191

第一章 有 理 数

一、本章概述

本章的主要内容是有理数的基本概念和有理数的运算，本章各部分内容之间的联系是非常紧密的。

有理数的概念是由实际生活中需要用数表示具有相反意义的量而产生的，任何一个有理数，都可以用数轴上的一个点表示出来，借助于数轴，能够比较容易地理解相反数和绝对值的概念，并且通过观察表示有理数的点在数轴上的分布规律，可以得出比较有理数大小的法则。

在有理数的运算中，利用相反数的概念，减法运算可化成加法运算；利用倒数的概念，除法运算可化成乘法运算；乘方运算又是乘法运算的特殊情况，所以，本章中的五种代数运算，加法运算和乘法运算是最基本的。

上面已经指出了相反数、倒数的概念在有理数运算中的重要作用，此外，在进行有理数的运算时，一般都要先确定结果的符号，再确定结果的绝对值，可以看出，有理数的概念是有理数运算的基础，当然，在我们学过有理数的运算后，还会反过来加深对有理数概念的理解。

本章的重点是有理数的运算，学好有理数运算的关键是理解和掌握有理数的运算法则，本章较难理解或掌握的内容是负数的概念、绝对值的概念和有理数的混合运算，负数和

绝对值的概念应该联系实际去理解，学好有理数混合运算的关键是掌握有理数运算的顺序。

本章的内容体现了数的发展，它在整个数学中具有重要的地位和作用。

首先是扩充了数的概念。我们知道，数是用来表示量的，当人们遇到一些不能用已经掌握的数去表示的量时，就会引进一些新的数，从而，扩充了数的概念。有理数的概念是在算术中学过的数的基础上，通过引进负数而产生的。因为数是数学中一个最主要、也是最基本的概念，所以有理数的产生必然会为数学本身的发展和实际应用，开辟出更广阔的天地。

其次是发展了数的运算方法，小学算术里学过的数的运算方法，只能在正数和零的范围内使用，因而有很大的局限性。在本书第一章里所学到的有理数的运算法则，不仅能够正数、零和负数的范围内使用，而且是数学中其他数运算的基础。

另外，在本章里所学到的数学思想和方法，对进一步学好数学，也是非常重要的。

二、疑难解析

(一) 有理数的概念和意义

1. 有理数的概念

(1) 在初中代数课本第一册^①里，关于有理数的概念有如下的定义：

^① 以下简称课本。

整数和分数统称有理数。

在理解这个概念之前，必须明确有理数的概念是建立在正数和负数的概念的基础上的，所以这里所说的整数和分数与算术里常说的整数、分数和小数是有很大差别的。

由于引进了负数，这里所说的整数除算术里常说的自然数和零以外，还包括负整数。事实上，

$$0, +1, -1, +2, -2, \dots$$

都是整数。

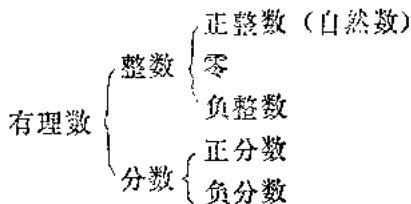
出于同样的道理，这里所说的分数除算术里讲的分数的（实际上是正分数）以外，还包括负分数。另外，因为有限小数和无限循环小数都可以化成分数，所以把它们（无论正的还是负的）也归在分数类里。这样，

$$+\frac{2}{3}, -4\frac{1}{5}, -7.4 \text{ (即 } -7\frac{2}{5} \text{)}, +0.\dot{5} \text{ (即 } +\frac{5}{9} \text{)},$$

...

都是分数。

综上所述，有理数所包括的种类和范围是



(2) 有时，对某些有理数我们不需要考察它们是整数还是分数，而只关心它们的（性质）符号，这时，有理数应该分成以下三类：

有理数 $\begin{cases} \text{正有理数} \\ \text{零} \\ \text{负有理数} \end{cases}$

应该注意，零既不是正数，也不是负数。虽然零只是一个数，但是它确实是独立的，是不可忽视的一类数。我们在今后的学习中，要特别注意这一点。

例1 把下列各数写在相应的集合记号（大括号）里：

$$2, -5, +3\frac{1}{2}, 0, -0.01, +1.2\dot{3}.$$

正数集合{ ... };

负数集合{ ... };

整数集合{ ... };

分数集合{ ... }.

解 正数集合{ $2, +3\frac{1}{2}, +1.2\dot{3}, \dots$ };

负数集合{ $-5, -0.01, \dots$ };

整数集合{ $2, -5, 0, \dots$ };

分数集合{ $+3\frac{1}{2}, -0.01, +1.2\dot{3}, \dots$ }.

注意 不要认为一个数只属于一个集合。比如， -0.01 既属于负数集合，又属于分数集合。

还要说明一点，正数和负数的概念分别与正有理数和负有理数的概念不相同。到初中二年级时，我们就会懂得，正数和负数的范围分别比正有理数和负有理数的范围更广一些。但是，在本书中所提到的正数和负数，都暂且指正有理数和负有理数。

2. 有理数的意义

(1) 正数和负数的意义

从课本里介绍的正数和负数产生的过程可以看出：正数和负数的意义，主要表现在可以利用它们互相对立的性质，表示具有相反意义的量。

在任用正数和负数表示具有相反意义的量时，可以把其中任何一种意义规定为正，那么，与它相反的另一意义就只能规定为负。不过人们习惯把上升、运进、收入、增加等看作是正的，而把与它们相反的意义看作是负的。

(2) 零的意义

在算术里，零只能表示“没有”的量。从本章起，随着用正数和负数表示具有相反意义的量，我们可以用介于正数和负数之间的零，表示介于一对具有相反意义的量之间的“中性量”。例如，把午前两小时记作 $+2$ 小时，午后三小时记作 -3 小时，那么，正午时刻就应该记作 0 小时，这里，正午时刻就是通常说的中午十二点整，并不是“没有”时刻。

可以看出，零除了有时表示“没有”的量以外，还经常表示某种“有”的量。

例2 在统计学生的考试成绩时，如果把80分以上的分数规定为正，那么

(1) 93分、71分和80分各应记作多少分？

(2) 记作 -13 分、 $+7$ 分的实际上各是多少分？

解 根据题意，

(1) 因为93分比80分高出13分；71分比80分低下9分；80分既不比本身高出，又不比本身低下，所以

93分应该记作+13分；71分应该记作-9分；80分应该记作0分。

(2) 因为记作-13分的实际上是比较80分低下13分；记作+7分的实际上是比较80分高出7分，所以

记作-13分的实际上是67分；记作+7分的实际上是87分。

从上面的例题可以看出，在用有理数表示具有相反意义的量时，应该注意以下三点：

第一、首先认定一个“中性量”（如例题中的80分），并确定在它的哪一侧的量是正的（与其相反的一侧的量就是负的）；

第二、把这个“中性量”（不一定是“没有”的量）记作0；

第三、对于其他被表示的量，要根据它们在“中性量”的哪一侧和它们到“中性量”的“距离”，来确定表示它们的正数或负数。

在解例2（1）时，容易出现把93分记作+93分；把71分记作-71分的错误。这是由于没有比较它们和“中性量”80分之间的“距离”而造成的。

练习 1.1

1. 下面的说法正确吗？为什么？

(1) 一个有理数，不是整数就是分数；

(2) 一个有理数，不是正数就是负数；

(3) 到目前为止，我们学过的数有算术里的数、正数和负数三种数；

(4) 可以规定：正数、负数和零统称有理数。

2. 说明下列一些话的意义：

(1) 节约 + 3.87 元；

(2) 飞机上升 - 500 米；

(3) 第一次运进 $-4\frac{1}{2}$ 吨货物，第二次又运进 $+4\frac{1}{2}$

吨货物。

(提示：一般来说，正号起保持原来意义的作用；负号起改变原来意义即变成与原来相反的意义的作用。)

3. 把下列各数写在相应的集合记号（大括号）里：

- 4, 15.3, + 2, - 6.3, 0, - 30%, + 5.

自然数集合{ };

分数集合{ };

非正数集合{ }.

4. 一个水库的标准水深为 180 米，雨季时水深为 203 米，旱季时水深为 153 米。如果规定超过标准水深的米数为正的，试用有理数表示上面的三个深度。

(二) 数轴、相反数和绝对值

1. 数轴的概念和作用

(1) 在课本里，以温度计为例子，引出了数轴的概念，并且给出定义：

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

在理解这个概念时，不能只认为直线就是数轴，而应注意这条直线必须具有构成数轴的“三要素”，即“规定了原点、正方向和单位长度”，这三个要素缺一不可，在画数轴时也要特别注意这一点。

(2) 数轴是表示数的工具，用数轴上的点表示有理数，有下面的规律：

1) 任何一个有理数，都能用数轴上的一个点表示出来。其中，表示正数的点都在原点的右边；表示负数的点都在原点的左边；原点表示零；

2) 如果两个数不相等，那么表示它们的两个点的位置也不相同，反过来，也是如此。

这样，我们就可以借助于数轴上点的位置关系来研究数的性质。这体现了数学中研究问题的一个重要方法——数形结合^①的方法。

2. 相反数的概念

我们应该从数和形两个方面去理解相反数的概念。

(1) 课本里给出定义：

只有符号不同的两个数，其中一个是另一个的相反数。

这里，首先要注意两个数必须符合“只有符号不同”的条件。例如， $+3$ 和 -3 符合这个条件，而 $+4$ 和 -5 不符合这个条件。其次，要注意两个相反数之间具有相互性，就是说，它们互为相反数。

为了使相反数的概念也适用于零，课本里还指出：

零的相反数零。

(2) 我们还可以利用数轴研究相反数的性质。

把一对相反数（例如， $+3$ 和 -3 ）表示在数轴上（图1-1）。

^① 数是指数字或式子，形是指图形。在数学中，经常利用数来研究形，或者利用形来研究数，人们把这种研究问题的方法简称为数形结合的方法。

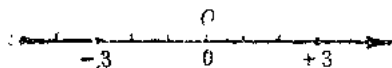


图 1-1

可以看出，在数轴上表示一对相反数的两个点，分别在原点的两旁，并且离开原点的距离相等。

最后提醒一点，相反数与具有相反意义的量之间并不是完全相应的。例如，向东走 3 公里与向西走 4 公里是具有相反意义的量，但（规定向东为正）表示它们的有理数，+ 3（公里）与 - 4（公里）并不是一对相反数。

3. 绝对值的概念

为了区分实际中存在的具有相反意义的量，我们使用了正数和负数。但是，在实际生活中，有时不需要考虑量的方向，例如，在计算出租汽车的费用时，只与汽车行驶的路程有关，这时汽车所走的路程，不管在哪个方向上都只需用正数表示，这就是现实生活中的绝对值的概念。简单地说，我们可以把绝对值理解成“距离”。

在数学里，绝对值的概念可以从数和形两个方面理解。

（1）从形上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离，而不管这个点在原点的左边还是右边。

（2）从数字本身看，一个正数的绝对值是它的本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

上面的两种看法，从本质上说是完全一致的，它们都表明了绝对值的一个重要性质：

任何数的绝对值，必定是非负数（正数或零）。

绝对值的概念是初中代数里最重要的概念之一，在有理

数这一章里，绝对值的概念贯穿全章，起着十分突出的作用。例如，

除零以外的任何一个有理数，都是由性质符号和绝对值两部分组成的；

除零以外的互为相反的数，都具有符号相反且绝对值相同的性质；

此外，绝对值的概念对后面研究有理数大小的比较和有理数的运算方法，都是必不可少的。

例1 回答下列问题：

(1) 什么数的相反数是它的本身？

(2) 什么数的绝对值是 $+7$ ？

(3) 什么数的绝对值是它的相反数？

答 (1) 因为零的相反数是零，所以零的相反数恰好是它的本身；

(2) $+7$ 和 -7 的绝对值都是 $+7$ ；

(3) 负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，也恰好是自己的相反数。

本例的 (1)、(3) 提醒我们，在分析数的一些概念时，不要忽视零的特殊性质。

例2 选择题 (将正确答案的代号填在括号内)：①

(1) 一个数的相反数是非负数，这个数是 ()。

(A) 零； (B) 非正数； (C) 负数。

(2) 一个数的绝对值是正数，这个数是 ()。

(A) 正数； (B) 非零数； (C) 任何数。

① 在本书里，这类题的每个小题中，都给出了代号为 A、B、C 的三个结果，其中只有一个结果是正确的。