

SHU 数学

成人高校入学考试辅导用书

福建教育出版社

成人高校入学考试辅导用书

数 学

福建省教育厅成人教育处编

福建教育出版社

成人高校入学考试辅导用书

数 学

编著：福建省高等教育厅
成人教育处

出版：福建教育出版社

发行：福建省新华书店

印刷：福州第二印刷厂

787×1092毫米 32开本 307印张 14.75千字

1984年10月第一版 1984年10月第一次印刷

书号：7159·982 定价：1.38元

编 者 的 话

为了帮助1985年报考各类成人高等院校(包括广播电视大学、函授大学、夜大学、职工大学、职工业余大学、农民大学、管理干部学院、教育学院和全日制大学干部专修科等)的干部、职工、教师、解放军指战员、农民和待业青年,全面、系统地自学和复习中学阶段有关课程的基础知识,我们组织福建师范大学、福建教育学院、福建省普通教育教研室、福州市教师进修学院以及部分重点中学一批有教学经验的教师和教育工作者,编写了《成人高校入学考试辅导用书》。这套用书包括语文、政治、数学、物理、化学、历史、地理等,共七册。

《数学》是根据教育部颁布的《一九八五年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》和职工业余中学教学大纲的要求,结合成人教育的特点进行编写的。内容力求系统全面,重点突出,条理清楚,注意由浅入深,循序渐进,并附有必要的习题和部份答案,便于自学。本书不仅适用于报考成人高校读者复习,而且也可作为读者自学中学数学的用书。

为了使学习更有成效,读者在复习时应注意以下几点:

一、在系统学习的基础上,应根据教育部颁布的《一九八五年成人高校招生考试复习大纲》所指定的范围要求进行复习,不应跳跃式地翻阅,书中标有“*”符号的作为选学内容。只有通过系统全面的复习,才能系统地、全面地掌握中学

数学知识。

二、必须深刻地理解数学的概念。正确理解数学的概念是掌握数学基础知识的前提，是学习定理、公式、法则和数学方法以及提高解题能力的基础。

三、要准确地掌握定理和公式的使用条件。条件约束着结论；结论的适用范围，取决于条件。一旦定理、公式的条件变化了，定理、公式的结论也可能因之失去真实性。

四、要掌握重要的数学方法。解决数学问题，只靠数学的概念、定理和公式的知识还不够，还必须运用适当的数学方法。这里所指的数学方法，包括解题的思路、方法、技巧等。这方面的内容分散在各章节的例题中（特别在解题的评注中）介绍，不另作系统归纳。读者在复习时，应从中悟出道理。掌握好数学方法，就能使自已从茫茫题海中解放出来。

数学的概念、定理、公式和数学方法都是数学的基础知识，必须系统、全面、扎实地掌握。这样既有助于提高入学考试成绩，也有益于进一步自学高等数学，提高自己的科学文化水平。

参加本书编审工作的有林铭荪、刘用绥、何履端、凌松等同志，在此谨致谢忱。由于我们水平有限，而编写这类用书又是初次，书中难免存在不足与差错，欢迎读者批评指出。

福建省教育厅成人教育处

目 录

第一篇 代数	(1)
第一章 实数及其运算	(1)
一 实数	(1)
二 三个重要概念	(4)
三 实数的运算	(5)
四 近似数	(9)
第二章 代数式	(14)
一 代数式	(14)
二 整式	(16)
三 因式分解	(20)
四 分式	(23)
五 根式	(27)
第三章 方程和方程组	(34)
一 方程及有关概念	(34)
二 一元一次方程	(35)
三 二元一次方程组	(38)
四 一元二次方程	(42)
五 可化为一元二次方程的方程	(47)
第四章 不等式	(54)
一 不等式和它的性质	(54)
二 不等式的解法	(55)

*三 不等式的证明方法	(61)
第五章 集合初步	(66)
一 基本概念	(66)
二 基本运算	(68)
第六章 函数	(72)
一 基本概念	(72)
二 有理整函数	(76)
三 幂函数	(79)
四 指数函数	(82)
五 对数与对数函数	(83)
六 简单的指数方程和对数方程	(87)
第七章 复数	(92)
一 复数的有关概念	(92)
二 复数的表示形式	(93)
三 复数的运算	(95)
第八章 数列与数学归纳法	(102)
一 数列	(102)
二 等差数列	(103)
三 等比数列	(105)
四 数学归纳法	(108)
第九章 排列、组合和二项式定理	(113)
一 排列、组合	(113)
二 二项式定理	(118)
第二篇 平面几何	(124)
第一章 直线、相交线和平行线	(124)
一 直线	(124)

二	相交线	(125)
三	定义、命题、证明	(127)
四	平行线	(131)
第二章	三角形	(137)
一	多边形	(137)
二	三角形	(138)
三	全等三角形	(142)
四	等腰三角形	(145)
五	等边三角形	(145)
六	直角三角形	(146)
七	轴对称图形	(147)
八	用直尺和圆规作图举例	(148)
第三章	四边形	(155)
一	四边形的分类	(155)
二	平行四边形	(155)
三	梯形	(164)
四	几种特殊四边形的面积公式	(166)
五	中心对称图形	(166)
第四章	相似形	(169)
一	成比例的线段	(169)
二	相似多边形	(173)
三	相似三角形	(175)
四	直角三角形中成比例的线段	(178)
第五章	圆	(184)
一	圆的基本性质	(184)
二	直线和圆的位置关系	(188)

三	和圆有关的多边形	(191)
四	两圆的位置关系	(193)
五	有关圆的计算	(196)
第三篇	立体几何	(205)
第一章	平面	(205)
一	空间图形	(205)
二	平面	(205)
第二章	空间两条直线	(211)
一	两条直线的位置关系	(211)
二	判定两条直线是平行的方法	(211)
三	判定两条直线是异面直线的方法	(211)
四	异面直线的画法	(213)
五	空间两条直线所成的角	(214)
第三章	空间直线和平面	(219)
一	直线和平面的位置关系	(219)
二	直线和平面平行	(219)
三	直线和平面垂直	(221)
四	直线和平面斜交	(225)
五	直线和平面的距离	(229)
第四章	空间两个平面	(235)
一	两个平面的位置关系	(235)
二	平面和平面平行	(235)
三	二面角	(239)
四	平面和平面垂直	(242)
第五章	多面体	(249)
一	多面体	(249)

二 棱柱	(249)
三 棱锥	(254)
四 棱台	(258)
五 棱柱、棱锥、棱台的侧面积计算	(260)
六 棱柱、棱锥、棱台的体积计算	(262)
第六章 旋转体	(269)
一 旋转体	(269)
二 圆柱、圆锥、圆台	(269)
三 球	(276)
第四篇 三角	(284)
第一章 任意角的三角函数	(284)
一 角的概念的推广和角的度量	(284)
二 任意角的三角函数	(287)
三 同角三角函数的基本关系	(292)
四 在单位圆中用线段表示三角函数	(296)
五 诱导公式	(299)
第二章 解三角形	(306)
一 三角形中各元素间的相互关系	(306)
二 解三角形	(310)
第三章 三角函数的图象和性质	(321)
一 基本三角函数的图象	(321)
二 基本三角函数的性质	(324)
第四章 两角和与两角差的三角函数	(330)
一 两角差、两角和的三角函数	(330)
二 倍角及半角的三角函数	(334)
三 三角函数的积化和差与和差化积	(338)

第五章 反三角函数	(344)
一 反三角函数的概念	(344)
二 反三角函数的图象和性质	(345)
第六章 简单的三角方程	(350)
一 基本概念	(350)
二 最简单的三角方程的解集	(350)
三 简单的三角方程的解法	(350)
第五篇 平面解析几何	(356)
第一章 平面直角坐标系和曲线方程	(356)
一 平面直角坐标系	(356)
二 曲线与方程	(362)
第二章 直线方程	(372)
一 直线方程	(372)
二 两直线的位置关系	(377)
第三章 二次曲线	(388)
一 圆	(388)
二 椭圆	(396)
三 双曲线	(411)
四 抛物线	(411)
五 坐标轴平移	(417)
第四章 极坐标方程与参数方程	(428)
一 极坐标方程	(428)
二 参数方程	(434)
部分习题答案	(451)

第一篇 代 数

第一章 实数及其运算

一 实 数

(一) 概念

1. 自然数 表示物体个数或事物次序的数叫做自然数. 如 1、2、3……等等. 在近代数里, 把 0 也作为自然数.

2. 倍数与因数 对于两个自然数 a 、 b , 如果存在一个自然数 c , 使 $b \cdot c = a$ 或使 $a \div b = c$, 则称 a 能够被 b 整除, 或者说 b 整除 a . a 叫做 b 或 c 的倍数; 反过来, b 和 c 都叫做 a 的因数(约数), 或称 a 含有因数 b 和 c .

3. 偶数与奇数 凡能被 2 整除的整数叫做偶数、一般用 $2n$ 表示(n 为整数); 不能被 2 整除的整数叫做奇数. 一般用 $2n+1$ 或 $2n-1$ 表示(n 为整数). 如

$0, \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots\dots$

等都是偶数,

$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7 \dots\dots$

等都是奇数.

4. 质数与合数 只能被 1 和它本身整除的正整数叫做质数(或称素数), 如 2、3、5、7、11……都是质数; 不仅能被 1

和它本身整除，而且还能被其他自然数整除的正整数叫做合数，如4、6、9……都是合数。必须注意，1既不是质数，也不是合数。

5. 公约数与公倍数 一个数同时是几个数的约数时，这个数就叫做这几个数的公约数，几个数的公约数的个数是有限的，其中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。

一个数同时是几个数的倍数时，这个数叫做这几个数的公倍数。几个数的公倍数的个数是无限的，其中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数。

6. 互质数 如果两个正整数除1以外没有公约数时，这两个正整数叫做互质数。例如

2与3，5与7，4与9

等等都是互质数。

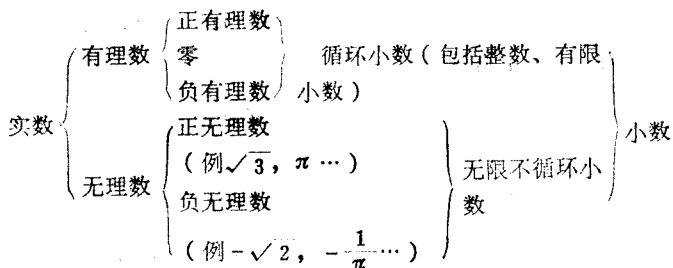
7. 正数与负数 象+4， $+3\frac{1}{2}$ ，+5.2等前面带有正号的数叫做正数，正数前面的正号经常是省略不写，如4即是+4；象-3， $-2\frac{1}{2}$ ，-3.5等前面带有负号的数叫做负数。

我们把一种意义的量规定为正量，另一种与它相反意义的量规定为负量。正量用正数表示，负量用负数表示。

例如，零上4度记作 $+4^{\circ}$ （读作正4度）或 4° ；零下3度记作 -3° （读作负3度）。

8. 有理数 整数与分数统称为有理数。有理数总可以表示成分数 $\frac{p}{q}$ （ $q \neq 0$ ）的形式（分子是整数，分母是正整数）。那么有理数总可以化为有限小数或者是无限循环小数。

(二) 实数系



实数有正实数和负实数之分。如果 a 表示一个正实数， $-a$ 就表示一个负实数。

(三) 数轴 规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。

每一个实数都可以用数轴上唯一的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数。这种关系，说成实数和数轴上的点成一一对应。

(四) 实数大小的比较 在数轴上表示两个实数，右边的数总比左边的数大，显然，正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数。

例 1 增产 10% 记作 +10%，减产 6% 记作什么？+15% 的意义是什么？-4% 的意义是什么？

解 减产 6% 记作 -6%，+15% 表示增产 15%，
-4% 表示减产 4%。

例 2 说明两个奇数之和是偶数，两个奇数之积仍为奇数。

解 设两个奇数为 $2m-1$ 与 $2n-1$ (m, n 为整数)，则
$$(2m-1) + (2n-1) = 2(m+n-1);$$

$$\begin{aligned}(2m-1) \times (2n-1) &= 4mn - 2m - 2n + 1 \\ &= 2(2mn - m - n + 1) - 1.\end{aligned}$$

$\therefore m, n$ 为整数,

$\therefore m+n-1, 2mn-m-n+1$ 都是整数,

因此, $2(m+n-1)$ 为偶数,

$2(2mn-m-n+1)-1$ 为奇数.

这就说明两奇数之和是偶数, 两奇数之积仍为奇数.

例 3 说明如下命题是假命题: 如果 a 是正有理数, 那么, $\sqrt{a}$ 是无理数.

解 如果能找到一个数, 使得命题不成立, 那么, 这个命题就是假命题.

显然, 4 是正有理数, 而 $\sqrt{4} = 2$ 也是有理数. 所以 “ $\sqrt{4}$ 是无理数” 的说法是不成立的. 故知以上原命题是假命题.

二 三个重要概念

(一) **相反数** $+4$ 和 -4 这两个数, 只有前面的 “+”、“-” 符号不同, 象这样只有符号不同的两个数, 叫做互为相反数. $+a$ 和 $-a$ 互为相反数. 就是说, $+a$ 的相反数是 $-a$, $-a$ 的相反数是 $+a$. 零的相反数是零.

在数轴上, a 和 $-a$ 所对应的点分别位于原点的两侧, 并且离开原点的长度相等.

(二) **倒数** 如果实数 $a \neq 0$, 则 $\frac{1}{a}$ 称为 a 的倒数. 零没

有倒数。例如 $\frac{1}{2}$ 是 2 的倒数。

(三) 绝对值 数轴上表示一个数的点离开原点的长度，叫做这个数的绝对值。

实数 a 的绝对值用符号 $|a|$ 表示。

一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。因此两个负数，绝对值大的反而小。

绝对值的含义可用如下式子表示

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}); \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}); \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

例 1 比较 $-\frac{10}{3}$ 与 $-\pi$ 的大小。

$$\text{解 } \because \left| -\frac{10}{3} \right| = \frac{10}{3} > 3.3,$$

$$|-\pi| = \pi < 3.2,$$

$$\therefore -\frac{10}{3} < -\pi.$$

例 2 设 a 是任意实数，化简 $|a| + |1-a|$ 。

$$\text{解 } |a| + |1-a| = \begin{cases} a + (a-1) = 2a-1 & (\text{当 } a \geq 1 \text{ 时}); \\ a + (1-a) = 1 & (\text{当 } 0 \leq a < 1 \text{ 时}); \\ -a + (1-a) = 1-2a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

三 实数的运算

(一) 四则运算法则

1. 加法法则 同号的两数相加，结果取原来的符号，并把

绝对值相加；异号的两数相加，结果取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；两个相反数相加得零。

2. 减法法则 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

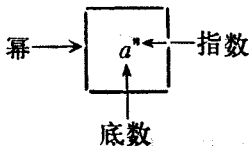
3. 乘法法则 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。任何数同零相乘，都得零。

4. 除法法则 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。零除以任何一个不等于零的数都得零。注意，零不能作除数。

除以一个数，等于乘以这个数的倒数。

(二) 实数的乘方和开方

1. 乘方 求 n 个相同因数 a 的乘积的运算，叫做 a 的 n 次乘方。乘方的结果叫做幂。在 a^n 中， a 叫做底数， n 叫做指数， a^n 读作 a 的 n 次方，或 a 的 n 次幂。



二次方也叫做平方，三次方也叫做立方。

2. 开方 如果 $x^n = a$ (n 是大于 1 的整数)，那么， x 叫做 a 的 n 次方根，记作 $x = \sqrt[n]{a}$ 。求方根的运算，叫做开方。在 $\sqrt[n]{a}$ 中， a 叫做被开方数， n 叫做根指数。

当 n 是偶数时，正数 a 的 n 次方根有两个，它们互为相反数，把正数 a 的正的 n 次方根，用 $\sqrt[n]{a}$ 表示，负的 n 次方根用 $-\sqrt[n]{a}$ 表示。